

///.

Universidad Politécnica de Madrid

TESIS

DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS DE SECCION CONSTANTE
DE HORMIGON ARMADO EN ESTADO LIMITE ULTIMO DE AGOTAMIENTO
O INESTABILIDAD. METODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA.

por

Hugo Correa Peiretti

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales
y Puertos

Madrid, noviembre 1980

R E S U M E N

El objeto de esta Tesis, tras exponer de forma crítica y esquemática el estado actual del dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado, es presentar un método general de dimensionamiento directo para soportes esbeltos biarticulados de sección constante que conduzca a resultados suficientemente aproximados tal como los obtenidos por los métodos de comprobación existentes - Método de la Columna Modelo o Método de la Deformada Senoidal - Asimismo, presentar fórmulas simplificadas de dimensionamiento directo deducidas del método general, que constituyen un medio preciso y de fácil empleo para el dimensionamiento de los soportes más frecuentemente empleados.

Se propone el Método de las Curvaturas de Referencia, que constituye una aportación original, como método general de dimensionamiento.

Este método puede ser utilizado con la hipótesis de distribución senoidal de curvaturas, correspondiente al Método de la Columna Modelo, o con la hipótesis de deformada senoidal del Método de la Deformada Senoidal. De esta manera, permite un estudio simplificado de soportes con excentricidades desiguales en los extremos usando la primera hipótesis o un estudio más riguroso, de este tipo de elementos, usando la segunda hipótesis.

Propone la sustitución de las directrices mecánicas, curvas de laboriosa obtención, que representan el comportamiento interno de las secciones del soporte y que varían para un axil dado con la cuantía, por las llamadas Curvas de Curvaturas de Referencia, dos para cada axil, asociadas con el estado límite último de inestabilidad y el estado límite último de agotamiento de la sección crítica - respectivamente, que constituyen los estados límites últimos posibles en este tipo de elementos.

En el Capítulo 1 se revisa brevemente el comportamiento de los soportes esbeltos indicando las variables que intervienen en el fenómeno. Se presenta un estudio detallado de las directrices mecánicas que dan origen a las Curvas de Curvaturas de Referencia, así como de las hipótesis de los métodos de comprobación citados. Finalmente se realiza un estudio crítico de los métodos de dimensionamiento disponibles en la actualidad.

En el Capítulo 2 se presenta el Método de las Curvaturas de Referencia. Se explican detalladamente los tipos de rotura existentes en los soportes esbeltos y se definen las Curvas de Curvaturas de Referencia. Finalmente se plantea el método propiamente dicho, con ejemplos de aplicación y un estudio de la precisión de los resultados a que conducen respecto a los métodos de comprobación usados.

El Capítulo 3 corresponde a las fórmulas simplificadas propuestas que constituyen otra aportación original. Se indica el ajuste realizado para dar una expresión sencilla y continúa a las Curvas de las Curvaturas de Referen-

cia, se explica con ejemplos la forma de utilización de las fórmulas deducidas y por último se presenta un estudio comparativo con el Método de la Columna Modelo y con las fórmulas simplificadas existentes actualmente en los principales códigos.

El Método de las Curvaturas de Referencia es evidentemente aplicable a cualquier forma de sección, tipo de acero y distribución de armaduras.

Para los gráficos y fórmulas presentadas en esta Tesis se han elegido la sección rectangular, el acero dureza natural $f_{yk} = 4.200 \text{ Kp/cm}^2$, y las tres distribuciones de armadura más frecuentes en la práctica. La extensión a otras formas de sección, tipos de acero y distribución de armadura es sencilla aplicando la misma metodología.

A G R A D E C I M I E N T O

Esta Tesis ha sido realizada en el Instituto Eduardo Torroja, dentro del Equipo de Investigación de Análisis no lineal de Estructuras de Hormigón Armado, con el apoyo - financiero de la Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP) y el Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Deseo expresar mi sincero agradecimiento a mi amigo y Director de Tesis D. Francisco Morán Cabré, Profesor de Investigación del Instituto Eduardo Torroja, quien ha sabido guiar y motivar la evolución de ideas durante el desarrollo de esta Tesis y ha aportado su espíritu crítico y exigente ayudando a darle su forma y contenido actuales.

Agradezco también a mis compañeros Fernando Baquedano, - Rafael Fernández y Daniel Martorano que han sido válidos interlocutores en momentos en que se presentaron distintos problemas.

Asimismo, agradezco la paciente colaboración de Pilar Pedrero y Ma del Carmen Hanzanares en la mecanografía del manuscrito, a Jose Ma Minguez en la delineación de las - figuras, a Juan de Dios de la Hoz en la edición de esta Tesis y a la División de Cálculo del Instituto Eduardo Torroja.

Por último, y muy especialmente, a mi compañera Liana, - que con su apoyo y estímulos constantes ha sabido alentar-me en todo momento.

I N D I C E

	<u>Pág.</u>
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1 <u>ESTADO ACTUAL. HIPOTESIS FUNDAMENTALES</u>	8
1.1.- COMPORTAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO	9
1.2.- DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA	25
1.3.- ANALISIS DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO	44
1.4.- DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO. ESTADO ACTUAL	72
1.4.1.- Diagramas de interacción y nomogramas para soportes esbeltos	73
1.4.2.- Fórmulas simplificadas	94
1.4.2.1.- Método de la Excentricidad o Momento Complementario	95
1.4.2.2.- Método de la Magnificación del Momento	105
1.4.2.3.- Método de la Excentricidad Ficticia	110
CAPITULO 2 <u>DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO. METODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA</u>	117
2.1.- INTRODUCCION. IDEAS FUNDAMENTALES	118
2.2.- ESTUDIO DE LOS TIPOS DE ROTURA	130

	<u>Pág.</u>
2.3.- CURVAS DE CURVATURAS DE REFERENCIA DE INES- TABILIDAD Y AGOTAMIENTO	150
2.4.- METODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA	172
CAPITULO 3 <u>FORMULAS SIMPLIFICADAS DE DITENSIONA- MIENTO DIRECTO</u>	202
3.1.- IDEAS FUNDAMENTALES. SIMPLIFICACION DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA	203
3.2.- FORMULAS SIMPLIFICADAS DE DITENSIONAMIENTO DIRECTO	208
3.3.- COMPARACION DE LAS FORMULAS SIMPLIFICADAS PROPUESTAS CON LAS FORMULAS EXISTENTES	220
CONCLUSIONES	242
BIBLIOGRAFIA	245
APENDICE 1 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTEN- CION DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA...	250
APENDICE 2 PROGRAMA DE ORDENADOR METODO ENGESSER VIANELLO	258
APENDICE 3 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS METODO COLUMNA MODELO	265
APENDICE 4 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS METODO REFORMADA GENOIAL. ...	274
APENDICE 5 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS NORMA INGLESA CP 110-72	282
APENDICE 6 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS NORMA ALEMANA DIN 1045-72 ...	288

	<u>Pág.</u>
APENDICE 7 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS NORMA AMERICANA ACI- 318-78 ..	294
APENDICE 8 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS NORMA ESPAÑOLA EH-80	300
APENDICE 9 DIRECTRICES MECANICAS	306
APENDICE 10 TABLAS DE COEFICIENTES DE LAS CURVAS - c/h - h/r y ω /h AJUSTADAS POR RECTA Y PARABOLA, PARA SECCIONES TIPO 1, 2 y 3 CON RECUBRIMIENTO RELATIVO $h'/h = 0,05$ y 0,15	336

LISTA DE SIMBOLOS

Mayúsculas_latinas:

A	Area de la sección de armadura total
A_1	Area de la sección de la armadura de una capa
EI	Rigidez a flexión
EA	Rigidez axil
E_{cm}	Módulo de deformación longitudinal del hormigón
F_{gk}	Cargas permanentes características
$F_{g+q,k}$	Cargas totales características
I_g	Inercia de la sección de hormigón no fisurada
N	Esfuerzo normal
N_1	Esfuerzo normal interno resistente
N_{cr}	Carga crítica de Euler
M	Momento flector
M_d	Momento flector de cálculo
M_e	Momento flector debido a cargas exteriores
M_1	Momento flector interno resistente

Minúsculas_latinas:

b	Anchura; anchura de una sección rectangular
c	Coefficiente de distribución de curvaturas
e^I	Excentricidad de primer orden
e^{II}	Excentricidad de segundo orden

e_1^I	Excentricidad de primer orden en la articulación de menor excentricidad
e_2^I	Excentricidad de primer orden en la articulación de mayor excentricidad
e_c	Excentricidad equivalente
e_f	Excentricidad ficticia
e_f	Excentricidad equivalente de primer orden para tener en cuenta la frecuencia
e^t	$e^I + e^{II}$; excentricidad total
f_{ck}	Resistencia característica del hormigón a compresión
f_{cd}	Resistencia de cálculo del hormigón a compresión
f_{yk}	Límite elástico característico del acero
f_{yd}	Resistencia de cálculo del acero
h	Canto total de una sección
h'	Recubrimiento
i	Radio de giro
l	Longitud del soporte
$1/r$	Curvatura
x	Profundidad de una fibra cualquiera de hormigón
x_i	Profundidad de una capa de armadura
x_n	Profundidad del eje neutro

Minúsculas griegas:

α	Coefficiente adimensional
β	Coefficiente a' asional
γ_s	Coefficiente de minoración del límite elástico del - acero

- ϵ_c Deformación relativa del hormigón
- ϵ_a Deformación relativa del acero
- ϵ_y Deformación del límite elástico del acero
- λ Esbeltez geométrica
- λ_m Esbeltez mecánica
- M Momento flector reducido o relativo
- ν Esfuerzo normal reducido o relativo
- σ_c Tensión en el hormigón
- σ_a Tensión en el acero
- ϕ Coeficiente de fluencia
- ϕ Angulo formado por el plano de deformaciones
- ω Cuantía mecánica

INTRODUCCION

El estudio del comportamiento de estructuras esbeltas de hormigón armado implica grandes complicaciones debido a que se trata de un fenómeno altamente no lineal.

Por un lado, existe una no linealidad geométrica debida a la influencia de las deformaciones sobre los esfuerzos - que impone el uso de la teoría de segundo orden. Por otro, una no linealidad física, intrínseca del material de hormigón armado debida a su respuesta no lineal que se traduce en diagramas momento-curvatura no lineal.

Por estas razones, el proyecto de una estructura esbelta de hormigón armado no puede separarse en dos partes independientes, análisis de esfuerzos y dimensionamiento, tal como sucede cuando se supone un comportamiento lineal del hormigón para el cálculo de esfuerzos y no se tienen en cuenta los efectos de segundo orden. Para tener en cuenta las dos no linealidades citadas, en el cálculo de esfuerzos debe disponerse de las secciones perfectamente definidas, con sus respectivas cuantías y disposición de armaduras, ya que los diagramas momento-curvatura varían además de con el axil con el tipo de sección, disposición de armaduras, cuantías y calidad de los materiales constitutivos de la sección.

Todo esto en general obliga a una comprobación de las estructuras, partiendo de un predimensionamiento.

En la actualidad, se tiene cada vez mayor conciencia de la importancia del comportamiento no lineal del hormigón armado y se encuentran numerosas publicaciones dedicadas al análisis no lineal de estructuras esbeltas o no de hormigón armado pero no se han conseguido grandes avances para la solución del problema del dimensionamiento directo.

En general, para las estructuras esbeltas de hormigón armado, un método "exacto" de análisis comporta la utilización de procesos iterativos que requieren el uso de potentes ordenadores. En el problema del dimensionamiento el análisis constituye un paso más de un proceso iterativo mayor donde para cada definición que se dá a las secciones se utiliza el método de análisis como comprobación, en función de los resultados obtenidos se corrige el dimensionamiento de las secciones volviendo a comprobar la estructura y continuando este proceso hasta conseguir el dimensionamiento deseado.

Una primera simplificación, muy difundida y recogida en casi todos los códigos vigentes, para estructuras aporticadas intraslacionales o suficientemente arriostradas, de forma que no se presenten fenómenos de inestabilidad global, consiste en realizar un análisis elástico de primer orden de la estructura y con los esfuerzos obtenidos dimensionar los soportes esbeltos considerándolos como elementos aislados con una longitud ficticia apropiada para tener en cuenta el efecto del pórtico sobre el soporte analizado.

Un soporte aislado, constituye una estructura sencilla en

donde sin embargo coexisten las dos no linealidades y es necesario tenerlas en cuenta.

Para estos elementos existen en la literatura técnica algoritmos que permiten efectuar la comprobación de los mismos. Los métodos más difundidos y comprobados son posiblemente el de la Columna Modelo y el de la Deformada Senoidal (Apartado 1.3).

Ambos tienen la misma filosofía aunque parten de hipóte--sis ligeramente diferentes con lo que permiten tratar el caso de soportes cargados con excentricidades diferentes con mayor o menor rigor.

Se adopta una deformada con función conocida, lo que permite obtener una expresión que represente la deformación transversal de la sección crítica del soporte en función de la curvatura, llamada directriz geométrica.

De esta forma, la comprobación se realiza con la directriz geométrica definida y la directriz mecánica de laboriosa - obtención que representa la respuesta interna de la sección, investigando los puntos comunes a ambas curvas que representan estados de equilibrio del soporte.

El dimensionamiento utilizando estos métodos adolece de - los mismos inconvenientes aludidos antes, es decir, como - son métodos de comprobación, necesitan el uso de ordenador y además es necesario establecer un proceso iterativo definiendo en cada paso una cuantía, hasta encontrar la cuantía estricta para la que se produzca un estado límite último en el soporte.

Utilizando estos métodos y procediendo iterativamente como se ha indicado pueden prepararse diagramas de interacción para soportes esbeltos (Apartado 1.4.10) que tienen un significado parecido al de los diagramas de interacción de secciones para soportes cortos.

En ellos, se representan los momentos de primer orden y los axiles que para una cuantía determinada producen algún estado límite último.

Constituyen una herramienta de dimensionamiento directo pero tienen el inconveniente de que al ser muchas las variables que intervienen en el fenómeno no es posible realizar una colección mínimamente general con un número razonable de diagramas.

Una forma de reducir el número de diagramas de interacción consiste en condensar esa información utilizando los nomogramas de Windels (Apartado 1.4.1). De cualquier forma estos nomogramas tienen algunas limitaciones respecto a algunos de los parámetros que intervienen en el fenómeno.

Existen además fórmulas simplificadas, que son las que en general presentan los códigos de los distintos países. Estas no constituyen un medio de dimensionamiento directo ya que transforman el problema de un soporte esbelto en uno corto, modificando los esfuerzos de dimensionamiento con los que debe realizarse el dimensionamiento de la sección por los medios que existen a tal fin. Estas fórmulas simplificadas en general conducen a dimensionamientos muy del lado de la seguridad, en algunos casos del lado -

de la inseguridad y además no suelen tener en cuenta parámetros importantes.

En efecto, estudios sobre soportes esbeltos biarticulados realizados por el autor, con motivo de trabajos vinculados al grupo ad-hoc para la preparación del nuevo articulado de la Instrucción Española EH-60 sobre pandeo indicaron - que:

- 1) Los métodos de comprobación existentes, Método de la Columna Modelo o de la Deformada Senoidal, reposan sobre hipótesis concordantes con los principios generales del cálculo de estructuras de hormigón armado, son capaces de tener en cuenta de forma adecuada todos los parámetros que intervienen en el fenómeno y sus resultados - son muy aproximados a los del método general.
- 2) Los métodos de dimensionamiento directo, diagramas de interacción o nomogramas de Windels adolecen de los inconvenientes señalados.
- 3) Las fórmulas simplificadas existentes constituyen simplificaciones más o menos groseras que conducen en general a un sobredimensionamiento o en algunos casos a resultados inseguros.
- 4) No existen fórmulas de dimensionamiento directo.

El objeto de esta tesis es la obtención de un método de dimensionamiento general, Método de las Curvaturas de Referencia, y la obtención de fórmulas simplificadas de dimensionamiento directo derivadas del Método general.

El Método de las Curvaturas de Referencia propuesto constituye un método de dimensionamiento directo que conduce a resultados muy próximos a los obtenidos con los Métodos de Comprobación aludidos.

- El Método puede ser utilizado con las hipótesis de la Columna Modelo o de la Deformada Senoidal, es decir, adoptando una distribución de curvaturas senoidal o una deformada de tipo senoidal respectivamente, permitiendo el tratamiento de soportes con excentricidades desiguales en los extremos

Propone la sustitución de las directrices mecánicas, de la laboriosa obtención y que varían con la cuantía, que representan el comportamiento interno de la sección en todo el rango de curvaturas, por las Curvas de Curvaturas de Referencia.

Las Curvas de Curvaturas de Referencia son dos por axil y representan la respuesta de la sección para un axil y las distintas cuantías de la sección, caracterizando los dos estados límites últimos posibles en soportes esbeltos.

La Curva de Curvaturas de Referencia de inestabilidad corresponde a curvaturas inferiores a la de agotamiento de la sección y está relacionada con el estado límite último de inestabilidad que se produce cuando el soporte alcanza una situación de equilibrio inestable con una curvatura en la sección crítica menor que la de agotamiento.

La Curva de Curvaturas de Referencia de Agotamiento corresponde a las curvaturas de agotamiento de una sección con

un axil determinado y distintas cuantías y está asociada al estado límite último de agotamiento de la sección crítica que se produce cuando el soporte alcanza un estado de equilibrio estable con unas solicitaciones en la sección crítica que la agotan.

De esta forma, el dimensionamiento estricto consiste en encontrar la intersección de la directriz geométrica y las Curvas de Curvaturas de Referencia correspondientes al soporte analizado.

Tal como se ha presentado puede ser utilizado gráficamente.

Las Fórmulas Simplificadas de dimensionamiento directo están deducidas del método propuesto y cumplen con los siguientes requisitos:

- a) Racionalidad: las fórmulas reflejan adecuadamente el fenómeno que representan, y se pueden distinguir los dos tipos de rotura existentes.
- b) Exactitud: permiten obtener resultados suficientemente próximos a los obtenidos con los Métodos de Comprobación.
- c) Facilidad de uso: resultan de fácil empleo.

CAPITULO 1 ESTADO ACTUAL. HIPOTESIS FUNDAMENTALES

1.1.- COMPORTAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO

En este apartado se revisa brevemente el comportamiento de soportes esbeltos biarticulados de hormigón armado de sección constante, cuyo dimensionamiento es el objeto de esta Tesis.

Esta revisión se hace en forma esquemática y descriptiva, ya que se trata de conceptos bien conocidos (aunque no suficientemente difundidos), en los que no se ha creído necesario entrar en detalles y justificaciones. Sin embargo, se ha considerado conveniente presentarlos ya que constituyen la base de la exposición que sigue.

En general, en piezas comprimidas no es aplicable la teoría de primer orden. Por efecto de las cargas se producen unas deformaciones transversales (flechas) que dan origen a esfuerzos suplementarios que sólo pueden tenerse en cuenta utilizando la teoría de segundo orden.

En la figura 1.1.1 se muestran los diagramas de momentos flectores obtenidos según las dos teorías antes citadas, para el soporte representado en dicha figura.

Según la teoría de primer orden el elemento está sometido a un momento constante

$$M(x) = N e^I \quad \text{ec. (1.1.1)}$$

mientras que de acuerdo con la teoría de segundo orden, en cada sección el momento resultante es la suma del de primer orden más el debido a la deformación transversal

$$M(x) = N e^I + N e^{II}(x) \quad \text{ec. (1.1.2)}$$

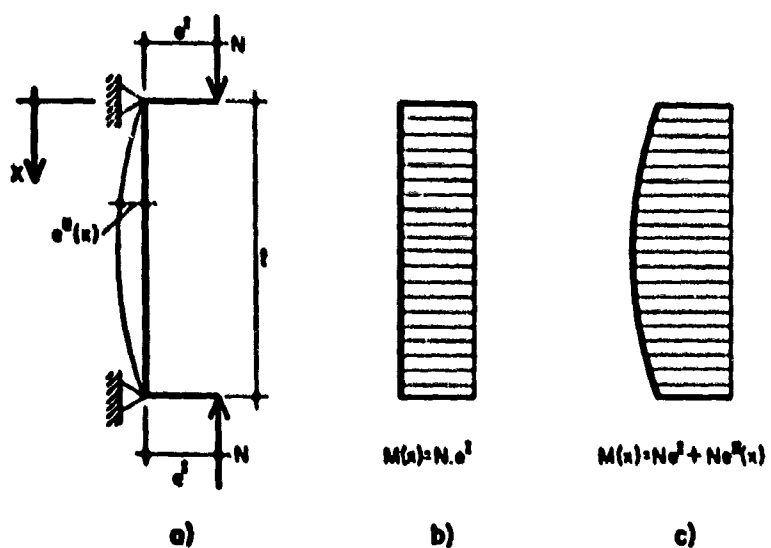


Fig.1.1.1 a) Soporte con carga excéntrica. b) Diagrama de momentos según la teoría de 1^{er} orden. c) Diagrama de momentos según la teoría de 2^{do} orden.

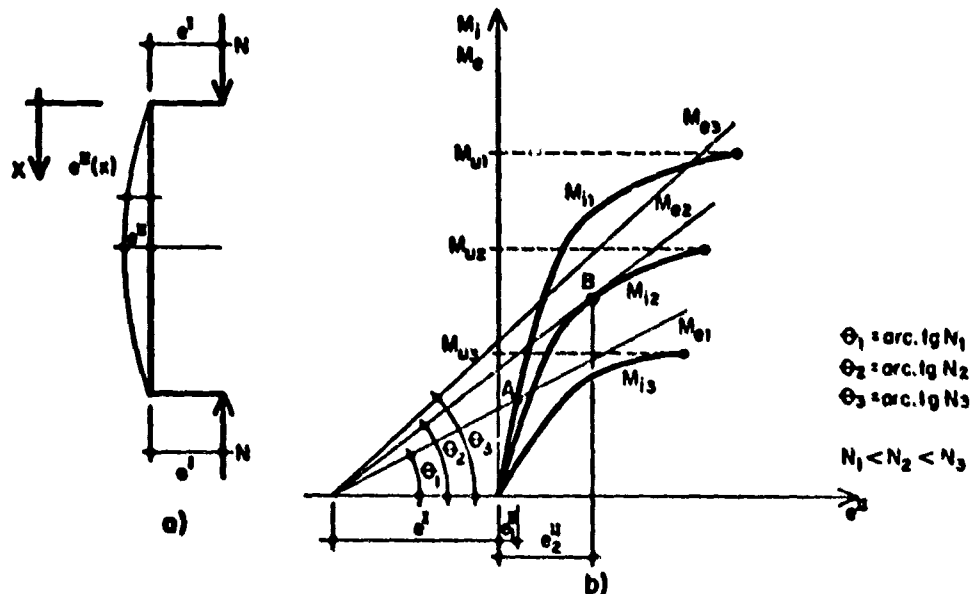


Fig.1.1.2 a) Soporte de hormigón armado de sección constante con carga excéntrica. b) Estados de equilibrio estable e inestable.

En soportes de hormigón armado es preciso por otra parte tener en cuenta el comportamiento no lineal del material.

En la figura 1.1.2. a) se representa un soporte de hormigón armado de sección constante sometido a la acción de un axil con excentricidad e^I . Para cada valor de este axil el soporte se deformará hasta que en cada una de las secciones el valor de los esfuerzos externos - sea igual al de los internos.

En la figura 1.1.2. b) se muestra la evolución de los momentos externos e internos en la sección central del soporte, en función de la deformación transversal e^{II} en esa misma sección para distintos axiles.

La relación entre los momentos externos y e^{II} está representada por rectas cuya ordenada en el origen es el momento inicial $M.e^I$ y cuya pendiente es el axil considerado.

Cada valor de e^{II} está asociado con la curvatura de la sección central. Para esta curvatura y el axil considerado, la sección desarrolla un determinado momento interno. La relación entre los momentos internos y e^{II} está representada por una curva, debido al comportamiento no lineal del hormigón armado. Esta curva es afin al llamado diagrama momento-curvatura (apartado 1.2.).

Se observa que a medida que aumenta el axil las cur-

vas M_1 van siendo más achatadas mientras que las rectas M_e tienen mayor pendiente.

Si se analiza el comportamiento del elemento cuando el axil es igual a N_1 se observa que el equilibrio en la sección central se alcanza para una deformación transversal e_1^{II} y con un momento suplementario $N_1 \cdot e_1^{II}$ (punto A). Esta situación es además de equilibrio estable, pues para excentricidades mayores que e_1^{II} los momentos internos serían mayores que los externos; de modo que, si por causa de cualquier perturbación se aumentara la deformación transversal al dejar de actuar dicha perturbación la pieza recobraría la deformación de equilibrio original representada por el punto A. Para valores mayores que N_1 el equilibrio de la sección central se alcanza con valores de deformación transversal superiores que e_1^{II} y con momentos suplementarios también mayores. Si el axil toma el valor N_2 se alcanza un estado de equilibrio inestable con una deformación $e_1^{II} = e_2^{II}$ (punto B). Para axiles superiores a N_2 no es posible obtener un estado de equilibrio, ya que las curvas de momentos internos y externos no llegan a cortarse.

De acuerdo con lo expresado hasta ahora surge la necesidad de distinguir dos tipos de soportes.

Por un lado los soportes cortos en los que las deformaciones transversales y los esfuerzos correspondientes son irrelevantes, dicho de otra forma, aquellos -

para los que es posible evaluar los esfuerzos mediante la teoría de primer orden sin cometer errores importantes. Su dimensionamiento se realiza teniendo en cuenta el estado límite último de agotamiento resistente (1) de la sección más solicitada.

Por otro lado los soportes esbeltos en los que el efecto de las deformaciones transversales no es despreciable y es necesario utilizar la teoría de segundo orden.

En la figura 1.1.3. se presentan los distintos estados límites últimos a considerar en el dimensionamiento de soportes esbeltos.

La curva 0 representa el diagrama de interacción de la sección central de los tres soportes indicados en el lado izquierdo de dicha figura, y las curvas 1, 2 y 3 los esfuerzos externos en la sección central de estos elementos calculados utilizando la teoría de 2do. orden, cuando se les somete a un axil creciente N con excentricidad e^I constante.

El comportamiento del soporte 1, expresado por una recta, es representativo del de soportes cortos. Las deformaciones transversales son prácticamente nulas y la excentricidad de la sección se mantiene constante e igual a e^I durante todo el proceso de carga. Se alcanza el estado límite de agotamiento resistente de la sección cuando la curva 1 se intersecta con la 0.

El comportamiento de los soportes 2 y 3 es representati

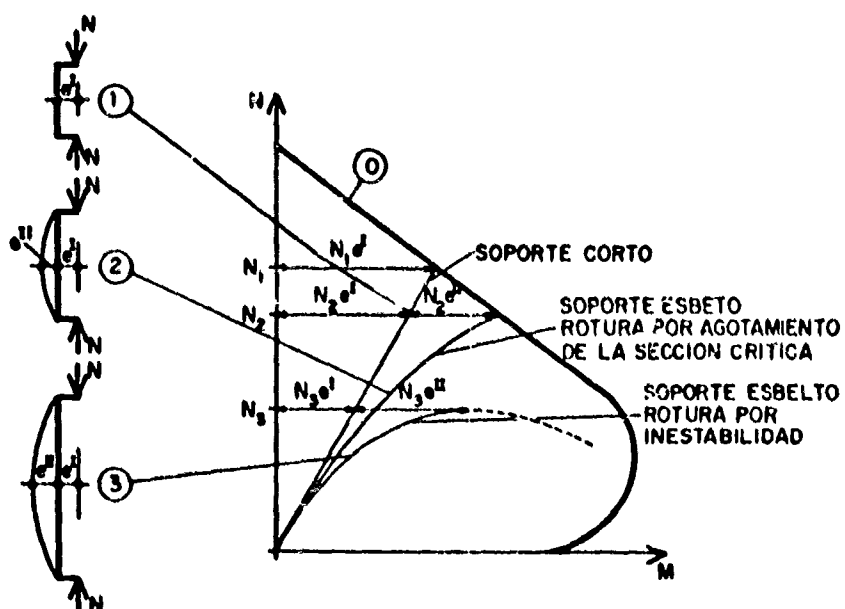


Fig.1.1.3 Comportamiento de soportes cortos y esbeltos. Distintos tipos de rotura.

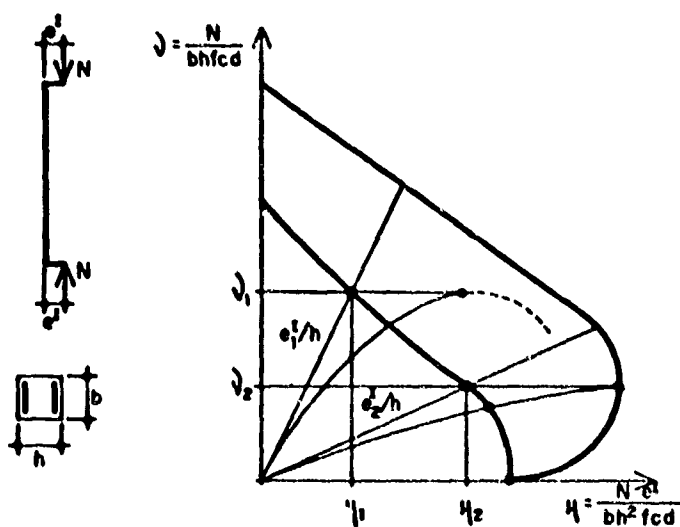


Fig.1.1.4 Construcción de diagramas de interacción para soportes esbeltos.

vo del de soportes esbeltos. En el caso del soporte 2, de esbeltez media, la rotura se produce cuando la sección crítica alcanza el estado límite último de agotamiento resistente.

Para el axil N_2 , el soporte puede encontrar un estado de equilibrio estable pero con una deformación transversal que produce unos esfuerzos totales que agotan la sección.

En el soporte 3, muy esbelto, se produce la rotura por inestabilidad. Para el axil N_3 el soporte alcanza un estado de equilibrio inestable con unos esfuerzos en la sección crítica menores que los de agotamiento. Se dice que el soporte alcanza el estado límite último de inestabilidad.

El comportamiento de soportes esbeltos de hormigón armado está influenciado por un gran número de parámetros. Para la discusión del efecto de estos parámetros resulta muy útil la utilización de diagramas de interacción para soportes esbeltos. Estos diagramas tienen un significado parecido al de los diagramas de interacción de secciones.

Para el caso de secciones es bien conocido que estos diagramas representan los esfuerzos normales para los que se alcanza el estado límite último de agotamiento resistente de la sección a la que se refieren.

Para el caso de soportes, los diagramas de interacción representan los esfuerzos de primer orden que producen,

en dichos soportes, los estados límites últimos que se discutieron anteriormente. Para cada valor de axil existe una excentricidad e^I que produce el fallo del soporte.

En la figura 1.1.4 se explica la construcción de estos diagramas en forma adimensional, para el caso del soporte representado en ella.

Para el axil N_1 , por ejemplo, se alcanzaría con la excentricidad e_1^I el estado límite último de inestabilidad. Expresados en términos adimensionales $\nu_1 = \frac{N_1}{bh f_{cd}}$ y $\mu_1^I = \frac{N_1 e_1^I}{bh^2 f_{cd}}$ constituirían las coordenadas de un punto del diagrama de interacción.

En general, los factores que afectan al comportamiento de los soportes esbeltos se pueden agrupar en:

- factores relativos al soporte
- factores relativos al tipo de carga

Dentro del primer grupo se distinguen, por un lado, la esbeltez como un parámetro que se refiere al soporte en su conjunto, y por otro, todos los parámetros que definen su sección transversal.

En la figura 1.1.5 se muestra la influencia de la esbeltez. A medida que aumenta la esbeltez, es decir la deformabilidad del soporte, el efecto de las deformaciones transversales es mayor. Para esbelteces geométricas pequeñas tales como 10 el comportamiento del soporte es ya

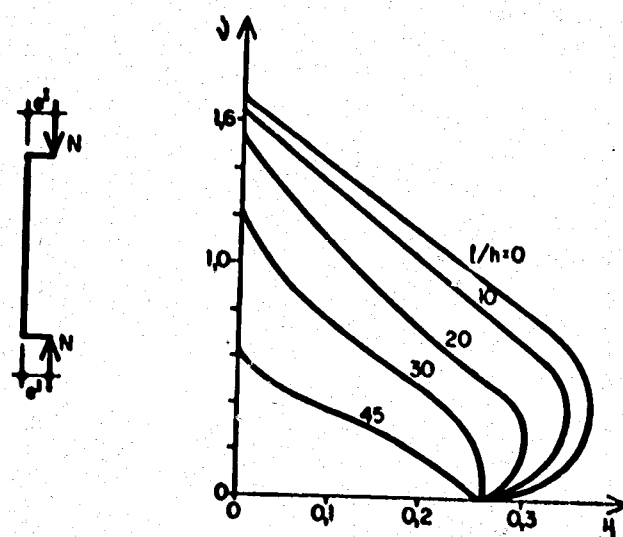


Fig.1.1.5 Influencia de la esbeltez geométrica sobre el comportamiento de soportes esbeltos.

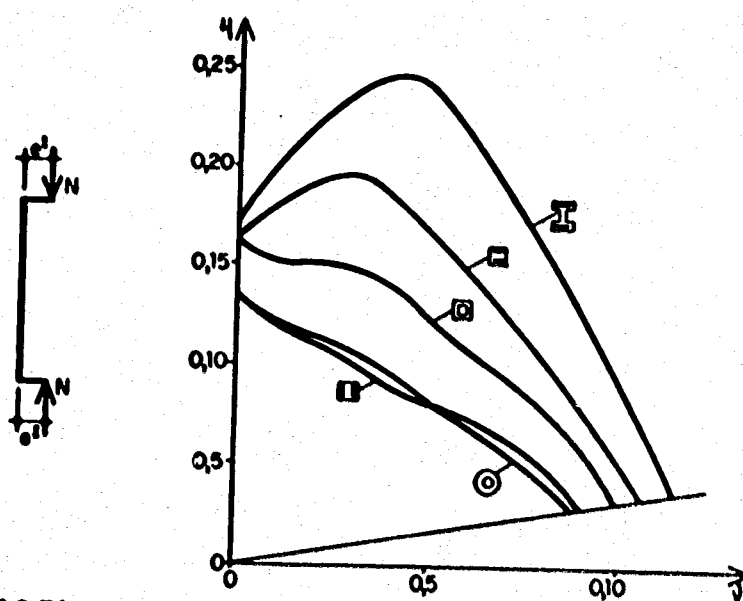


Fig.1.1.6 Efecto de la forma de la sección y distribución de la armadura en secciones rectangulares sobre el comportamiento de soportes esbeltos para soportes de $l/h=20$ y $\omega = \frac{A_f y_d}{b h f_{cd}} = 0,2$ (2,3)

bastante diferente al de soportes cortos. Asimismo el efecto de este parámetro es más importante para excentricidades pequeñas ya que las deformaciones transversales de segundo orden pueden ser del mismo orden que las excentricidades iniciales.

La influencia de los distintos parámetros que definen la sección transversal del soporte sobre el comportamiento de los soportes esbeltos se discute a continuación.

En la figura 1.1.6. (2,3) se muestra la influencia de la forma de la sección y de la distribución de la armadura, en soportes de igual esbeltez y cuantía total de armadura.

El efecto de las calidades del hormigón y del acero se muestra en las figuras 1.1.7. a) y b) respectivamente.

Mientras que para pequeñas excentricidades la mejor calidad del hormigón disminuye la deformabilidad de los elementos, para grandes excentricidades la influencia de este parámetro es irrelevante.

Una tendencia inversa presenta la influencia de la calidad del acero de dureza natural.

El comportamiento de soportes muy esbeltos con pequeña excentricidad es independiente de la calidad del acero ya que los estados límites últimos se alcanzan con valores bajos de deformación en las armaduras. Para valores mayores de excentricidad la influencia de la cali-

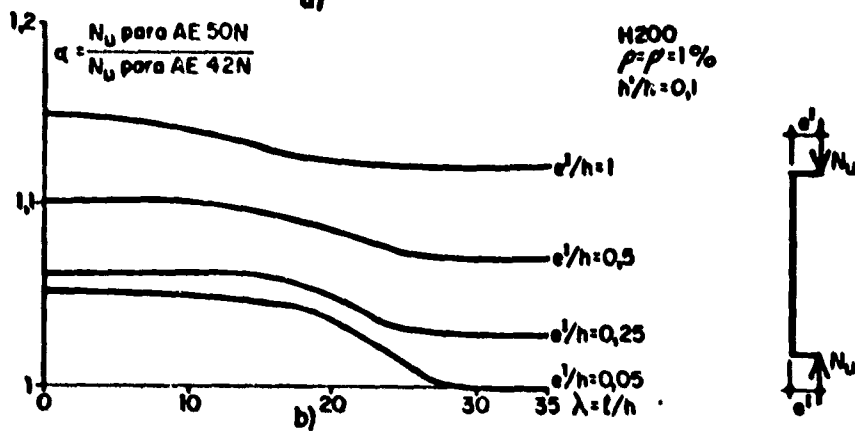
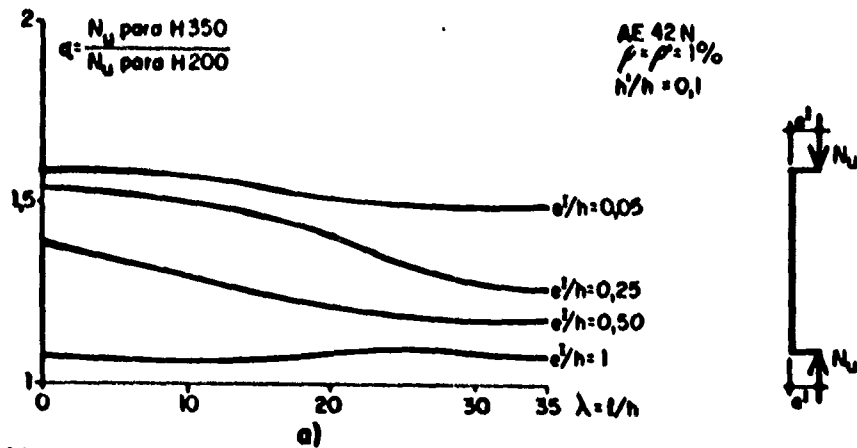


Fig. 1.1.7. Efecto de la calidad del hormigón a) y de la calidad del acero b) sobre el comportamiento de soportes esbeltos.

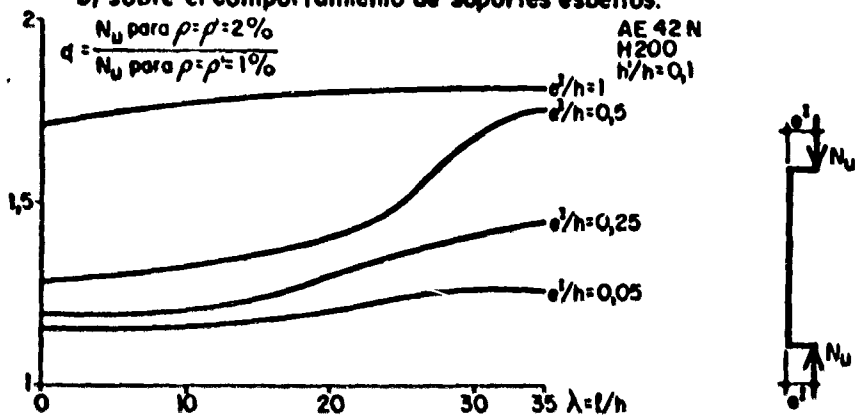


Fig. 1.1.8. Efecto de la cuanña de armadura sobre el comportamiento de soportes esbeltos.

dad del acero es mayor pero disminuye con el aumento de la esbeltez.

La influencia de la cuantía de armadura en secciones rectangulares con armadura simétrica en dos caras opuestas se muestra en la figura 1.1.8.

Este parámetro tiene influencia para grandes excentricidades y varía poco con el aumento de la esbeltez.

En el segundo grupo de factores relacionados con el tipo de carga, se distinguen fundamentalmente los siguientes: distribución de los momentos de primer orden, magnitud de la excentricidad máxima de primer orden y efecto de la carga permanente (fluencia).

En la figura 1.1.9. (4,5) se muestra la influencia de diferentes distribuciones de momentos de primer orden para diferentes esbelteces.

El tipo de distribución mostrado en la figura 1.1.9.a) ($e_1^I/e_2^I = 1$) es el más desfavorable. La sección crítica tendrá siempre un momento mayor que el de primer orden.

En los soportes representados en las figuras 1.1.9.b) y c), para esbelteces bajas la sección crítica será siempre la de la articulación con mayor excentricidad. La deformación del soporte y los momentos iniciales en el resto de las secciones conduce a momentos totales inferiores que los de primer orden de la articulación de mayor excentricidad.

La magnitud de la excentricidad máxima de primer orden

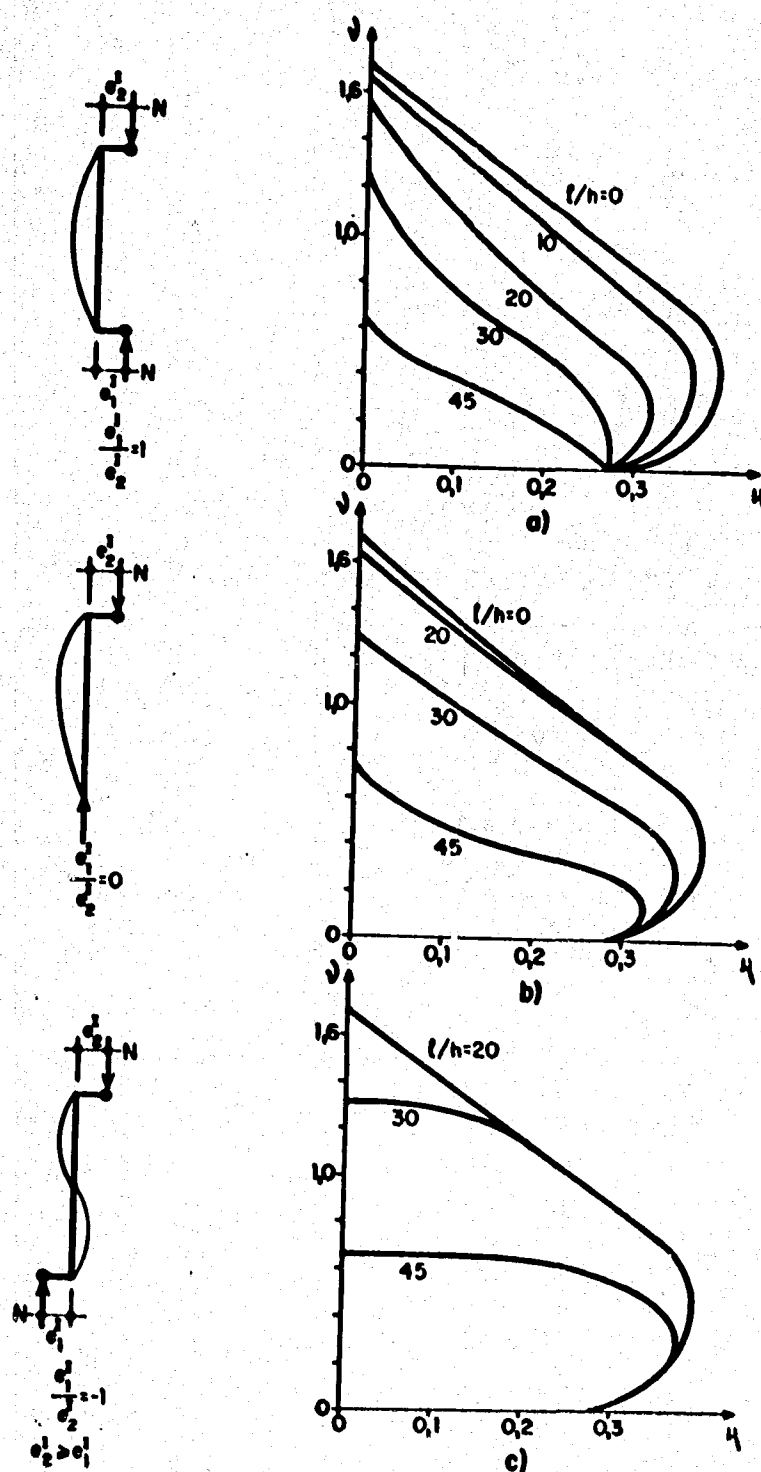


Fig.1.1.9 Efecto de la distribución del momento de primer orden e_1/e_2 , sobre el comportamiento de soportes esbeltos. (4,5)

es un parámetro que indirectamente se ha discutido a lo largo de todo este apartado. En general, para excentricidades de primer orden grandes los efectos de segundo orden son menos significativos que para excentricidades pequeñas.

Las cargas permanentes producen dos efectos importantes sobre el comportamiento de los soportes esbeltos: en general, provocan un aumento de la deformación debido a la fluencia del hormigón bajo carga de larga duración, y en el caso de soportes muy esbeltos puede ocurrir un tipo de rotura por inestabilidad debida a la fluencia.

En la figura 1.1.10. se ilustran estos efectos a través de curvas carga-deformación de la sección crítica para el soporte representado en dicha figura.(6).

La curva 1 describe el comportamiento del elemento sometido a una carga rápidamente creciente hasta su rotura.

La curva 2 corresponde al soporte sometido a una carga rápidamente creciente hasta un valor fijo que después se mantiene constante. Debido a la fluencia del hormigón, la flecha crece con el tiempo hasta que el soporte alcanza un estado de equilibrio inestable y sobreviene la rotura por inestabilidad debida a la fluencia para un tiempo determinado de carga. Toda carga permanente superior a este valor producirá una rotura de este tipo para tiempos de duración de la carga inferiores al anterior.

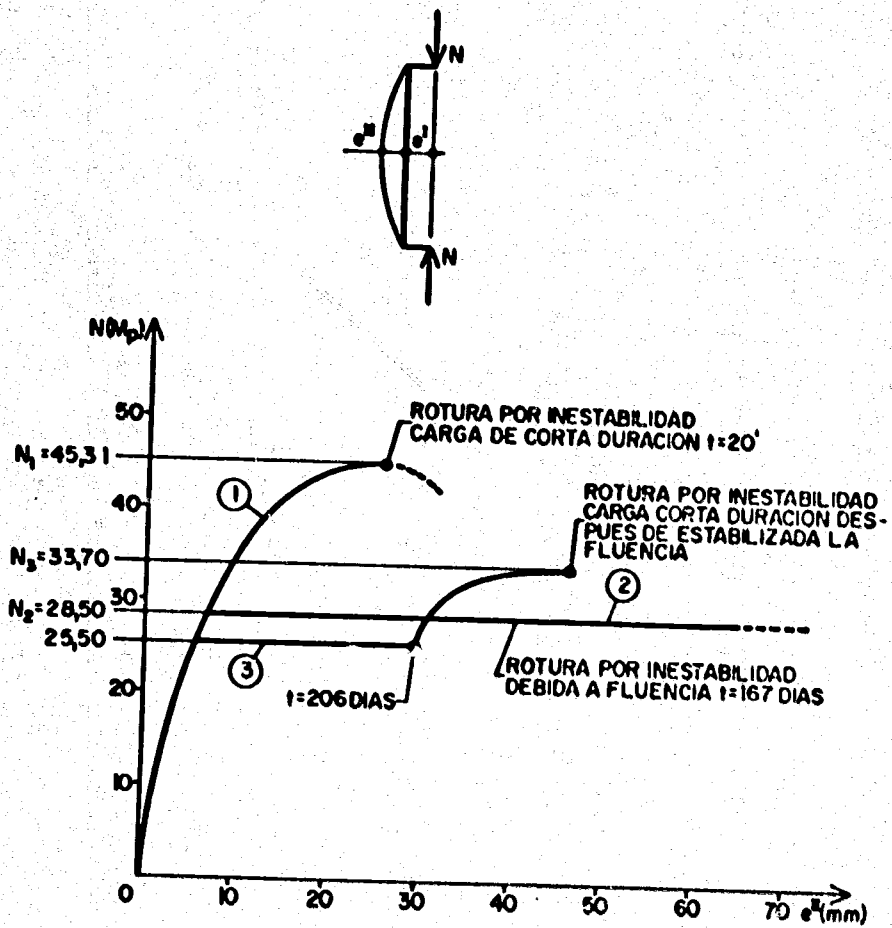


Fig.1.1.10. Efecto de la carga permanente (fluencia) sobre el comportamiento de soportes esbeltos.(6)

La curva 3 corresponde al soporte sometido a una carga rápidamente creciente hasta un valor inferior al anterior que después se mantiene constante. Debido a que el fenómeno de fluencia tiende a estabilizarse con el tiempo este soporte podrá obtener una deformación de equilibrio estando aún en condiciones de soportar más carga. En la figura se muestra que después de un determinado tiempo para el que se considera estabilizado el fenómeno de fluencia, el soporte es cargado rápidamente hasta la rotura obteniéndose una carga de rotura intermedia entre las anteriores.

Se observa entonces, la gran importancia que tiene la magnitud de la carga permanente.

Estos efectos son mayores a medida que aumenta la esbeltez y para cada esbeltez son más importantes para excentricidades pequeñas.

El aumento de la cuantía de armadura es favorable, debido a la redistribución de tensiones que se produce entre el hormigón y el acero en la zona comprimida.

1.2.- DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

En este apartado se analiza el concepto de diagrama momento-curvatura, se definen las hipótesis utilizadas para su obtención y se explica la forma de construcción del mismo empleada en esta tesis.

Se llama curvatura ($1/r$) en una sección a la tangente del ángulo (ϕ) que forma con la misma el plano de deformaciones producidas por los esfuerzos normales que actúan sobre aquella (figura 1.2.1.).

El estado de deformación de una sección debido a la acción de esfuerzos normales (M, N) queda definido por la curvatura ($1/r$) y la posición del eje neutro (x_n).

Para cada estado de deformación la sección desarrolla unos esfuerzos internos resistentes (M_i, N_i), que resultan de la integración de las tensiones producidas por dicho estado de deformación.

En general, los esfuerzos internos (M_i, N_i) debidos a un estado de deformación cualquiera ($1/r, x_n$) pueden expresarse de la siguiente forma:

$$N_i = \int_0^{x_n} \sigma_c(\epsilon_c) b(x) dx + \sum_{i=1}^n \sigma_{ai} (\epsilon_{ai}) A_i \quad \text{ec. (1.2.1.)}$$

$$M_i = \int_0^{x_n} \sigma_c(\epsilon_c) b(x) x dx + \sum_{i=1}^n \sigma_{ai} (\epsilon_{ai}) x_i A_i \quad \text{ec. (1.2.2)}$$

Para el tipo de elementos que se estudian en esta tesis,

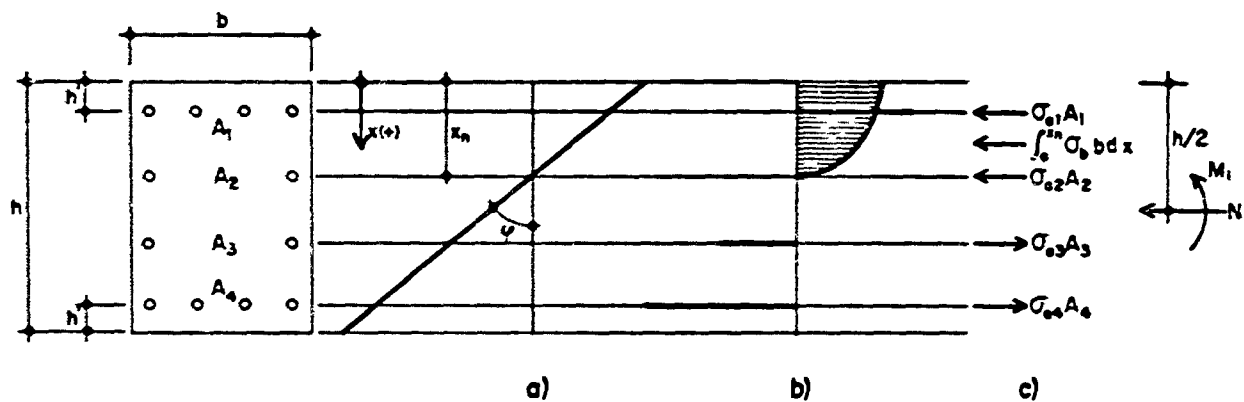


Fig.1.2.1 a) Estado de deformación definido por $1/r$ y x_n . b) Tensiones del hormigón y armaduras producidas por el estado de deformación a). c) Esfuerzos internos correspondientes al estado de deformación a).

resulta muy útil conocer la evolución de los momentos internos resistentes que se producen en las secciones sometidas a la acción de un axil de valor constante para curvaturas crecientes.

La relación entre las curvaturas y los momentos internos resistentes de la sección, para un valor determinado de esfuerzo axil N , se llama diagrama momento-curvatura de dicha sección.

Dada una sección con características perfectamente definidas, para cada curvatura existe una única posición del eje neutro para la que el axil interno resultante (N_i) es igual al axil propuesto (N) si este es de compresión,^(*) asimismo, existe para este estado de deformación un momento interno (M_i). La relación entre las distintas curvaturas ($1/r$) y momentos internos resistentes (M_i) de los estados de deformación en que se cumple la condición $N = N_i$ constituye el diagrama momento-curvatura de la sección para el axil N .

Para la obtención de estos diagramas, en esta tesis se utilizaron las siguientes hipótesis:

- a) Las secciones normales a la directriz se mantienen planas y normales a la directriz durante la deformación, es decir, se acepta la hipótesis de Bernoulli-Navier que supone que las deformaciones por esfuerzo cortante son despreciables.

(*) Si el axil es de tracción y el acero es de dureza natural, puede ocurrir que para una misma curvatura y distintas posiciones del eje neutro el axil interno resultante sea igual. Esto es debido a la forma del diagrama tensión-deformación bilineal que se utiliza para representar el comportamiento del acero de dureza natural (figura 1.2.3.).

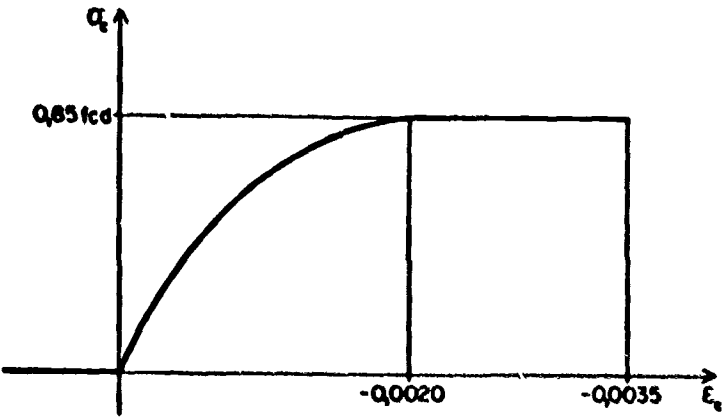
Esta hipótesis es generalmente aceptada y particularmente válida para elementos esbeltos como los que se estudian.

- b) Bajo la acción de las solicitaciones, las armaduras tienen la misma deformación que el hormigón que las rodea. Se acepta la existencia de perfecta adherencia entre el hormigón y el acero.
- c) Se admite que la tensión de una fibra de hormigón - corresponde unívocamente al valor de la deformación en dicha fibra, de acuerdo con el diagrama tensión-deformación de la figura 1.2.2.

Para deformaciones de compresión el diagrama adoptado es el parábola-rectángulo. Este diagrama, propuesto por el C.E.B. para el cálculo de esfuerzos resistentes en agotamiento no representa adecuadamente el módulo de elasticidad inicial y por lo tanto para esfuerzos pequeños su uso puede resultar insatisfactorio. Sin embargo, a los efectos de esta tesis se ha considerado conveniente emplear el mismo por razones que se explicarán detalladamente en otros apartados.

Para deformaciones de tracción se considera siempre tensión nula, esto es, se desprecia la colaboración de la resistencia a tracción del hormigón.

- d) La tensión en cualquier armadura se obtiene a partir de la deformación de la fibra correspondiente, de acuerdo con el diagrama tensión-deformación de la figura 1.2.3.



es. parábola $\sigma_c = 0.85 f_{cd} \left[1 - \left(1 + \frac{\epsilon_c}{0.002} \right)^2 \right]$

Fig.1.2.2 Diagrama tensión - deformación del hormigón

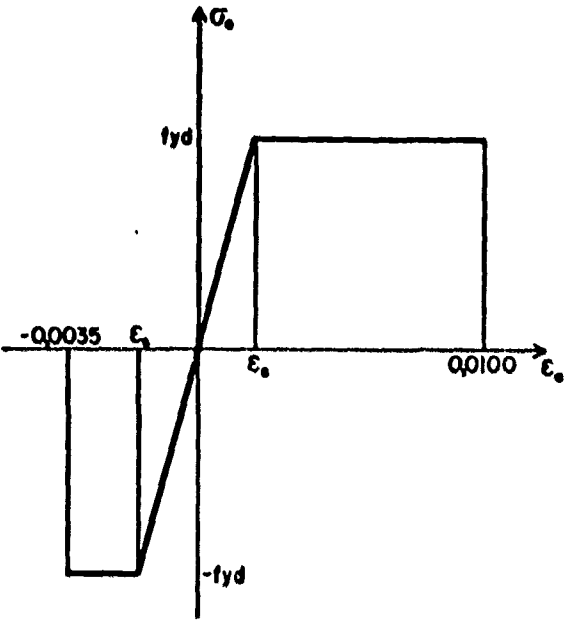


Fig.1.2.3 Diagrama tensión - deformación del acero dureza natural

Solamente se ha considerado el caso de acero de dureza natural, ya que éste es el acero más frecuente utilizado.

- e) Se admiten como dominios de deformación relativos al hormigón y al acero en el estado límite último de agotamiento los indicados en la figura 1.2.4.. En ella se representan los distintos estados de deformación de agotamiento definidos por las deformaciones de la fibra de hormigón más comprimida y la fibra que corresponde a la armadura más traccionada.

Otra forma de representación de los posibles estados de deformación de agotamiento por esfuerzos normales (N,M) es la mostrada en la figura 1.2.5. Cada estado de deformación de agotamiento posible está definido por la curvatura y la posición del eje neutro correspondiente.

Esta curva está constituida por dos ramas que son asintóticas al eje de ordenadas, donde se representa la profundidad del eje neutro, y que se unen para la curvatura máxima que puede adoptar la sección cuando el plano de deformaciones pasa simultáneamente por los pivotes 1 y 2.

La rama inferior corresponde a los estados de deformación de agotamiento definidos por el pivote 1 y su ecuación es la siguiente:

$$x/h = \frac{0.01}{h/r} + (1-h'/h) \quad \text{ec. (1.2.3.)}$$

donde h'/h representa el recubrimiento relativo.

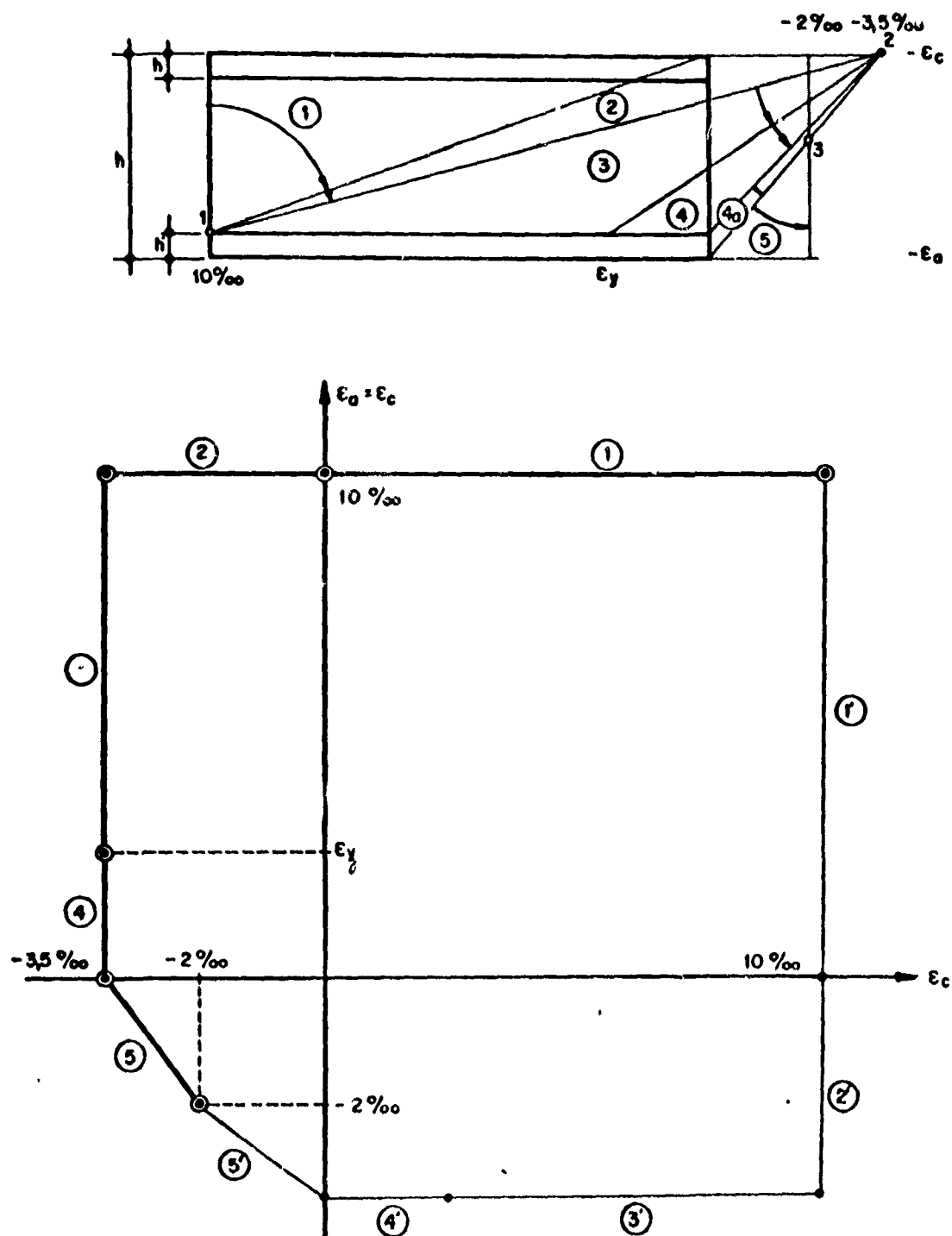
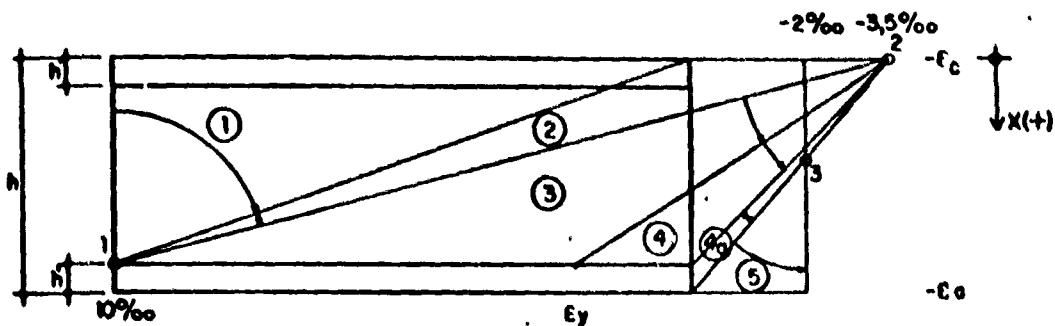


Fig. 1.2.4 Estados de deformación de agotamiento expresados en términos de deformaciones del hormigón (ϵ_c) y deformaciones del acero (ϵ_s)



	$h/h = 0,15$	$h/h = 0,10$	$h/h = 0,05$
h/r 1-2	0,01176	0,01111	0,01053
h/r 2-3	0,01588	0,01500	0,01421
h/r 3-4	0,00626 ($\epsilon_s = 0,0018$)	0,00591 ($\epsilon_s = 0,0018$)	0,00560 ($\epsilon_s = 0,0018$)
h/r 4-4a	0,00412	0,00389	0,00368

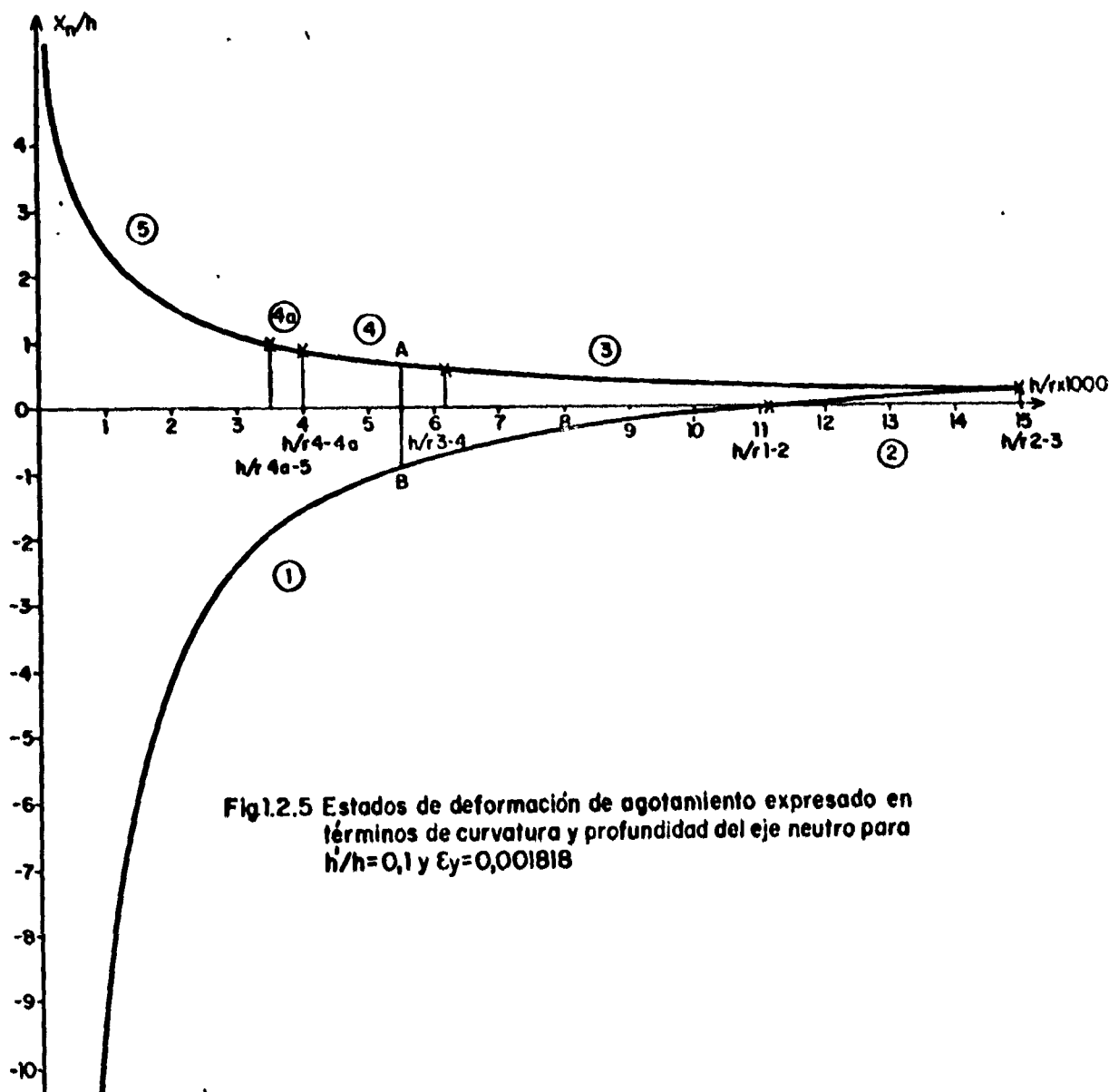


Fig.1.2.5 Estados de deformación de agotamiento expresado en términos de curvatura y profundidad del eje neutro para $h/h = 0,1$ y $\epsilon_y = 0,001818$

Esta rama representa el estado de tracción simple $(0, -\infty)$ y los tipos de rotura 1 y 2.

Como puede observarse, la ecuación (1.2.3.) depende del valor del recubrimiento ya que el pivote 1 se define en la fibra de acero más profunda. La curva de la figura 1.2.5. corresponde a un recubrimiento relativo igual a 0,1. Para recubrimientos mayores se habrían obtenido curvas exteriores a la representada, e interiores para valores de h'/h menores.

Se hace notar sin embargo, que la variación de esta rama para los valores de recubrimiento usuales es pequeña.

La rama superior corresponde a los estados de deformación de agotamiento definidos por los pivotes 2 y 3 y está constituida por dos tramos cuyas ecuaciones son las siguientes:

$$x/h = \frac{0,0035}{h/r} \quad \text{para } h/r \geq 0,0035 \quad \text{ec. (1.2.4.)}$$

$$x/h = \frac{3}{7} + \frac{0,002}{h/r} \quad \text{para } h/r < 0,0035 \quad \text{ec. (1.2.5.)}$$

El tramo de ecuación (1.2.4.) corresponde a los estados de deformación de agotamiento definidos por el pivote 2 y va desde la curvatura máxima hasta $h/r = 0,0035$, curvatura para la que se pasa del pivote 2 al 3. Representa los tipos de rotura 3, 4 y 4a.

El tramo de ecuación (1.2.5.) corresponde a los estados de deformación de agotamiento definidos por el pivote 3.

Este tramo representa la rotura tipo 5 y el estado de compresión simple $(0, +\infty)$.

Todos los puntos interiores a la curva analizada, definen estados de deformación (h/r , x/h) posibles. Para cada curvatura existen dos posiciones del eje neutro, pertenecientes una a cada rama, que definen los estados de agotamiento de la sección para la curvatura dada (puntos A y B para una curvatura genérica). El resto de los puntos del segmento AB representan estados de deformación posibles para esa curvatura.

En general, las hipótesis adoptadas son las normalmente sugeridas por las normas nacionales (7-8) y recomendaciones internacionales (9) más avanzadas.

Debido al comportamiento no lineal del hormigón armado la relación momento-curvatura no puede ser explicitada de las ecuaciones (1.2.1.) y (1.2.2.).

Por esta razón, el diagrama momento-curvatura debe ser definido por un número suficiente de puntos. Para la obtención de cada punto se procede eligiendo en primer lugar una curvatura y luego resolviendo la ecuación (1.2.1.) mediante un procedimiento iterativo hasta encontrar la posición del eje neutro que conduzca a un axil interno igual al externo dado. Finalmente con la curvatura y la posición del eje neutro hallados se obtiene el momento interno de la ecuación (1.2.2.).

Se llama curvatura de agotamiento de una sección para un axil determinado, la curvatura que define el estado de deformación de agotamiento de esa sección para el axil dado.

Dada una sección con cuantía, disposición de armaduras y calidad de los materiales que la constituyen, a cada punto de la curva de la figura 1.2.5. le corresponde un valor de axil interno resistente.

En la figura 1.2.6. se representan los axiles internos - resistentes reducidos correspondientes a algunos estados de deformación de agotamiento para la sección allí indicada. Para cada valor de axil existe un único estado de deformación de agotamiento y la curvatura correspondiente es la de agotamiento para ese axil.

Para cualquier curvatura inferior o igual a la de agotamiento será siempre posible encontrar un estado de deformación, definido por dicha curvatura y una determinada posición del eje neutro, para el que el axil interno resistente sea igual al axil dado.

En la misma figura 1.2.6. se muestra los estados de deformación para curvaturas crecientes de 0 a la curvatura de agotamiento correspondientes a axiles reducidos constantes de compresión.

Las curvaturas y los momentos internos resistentes correspondientes a estos estados de deformación constituyen el diagrama momento-curvatura para el axil reducido correspondiente y la sección indicada.

Tal como se expresó anteriormente dada una curvatura es necesario encontrar la posición del eje neutro que define el estado de deformación correspondiente al axil dado mediante un procedimiento iterativo.

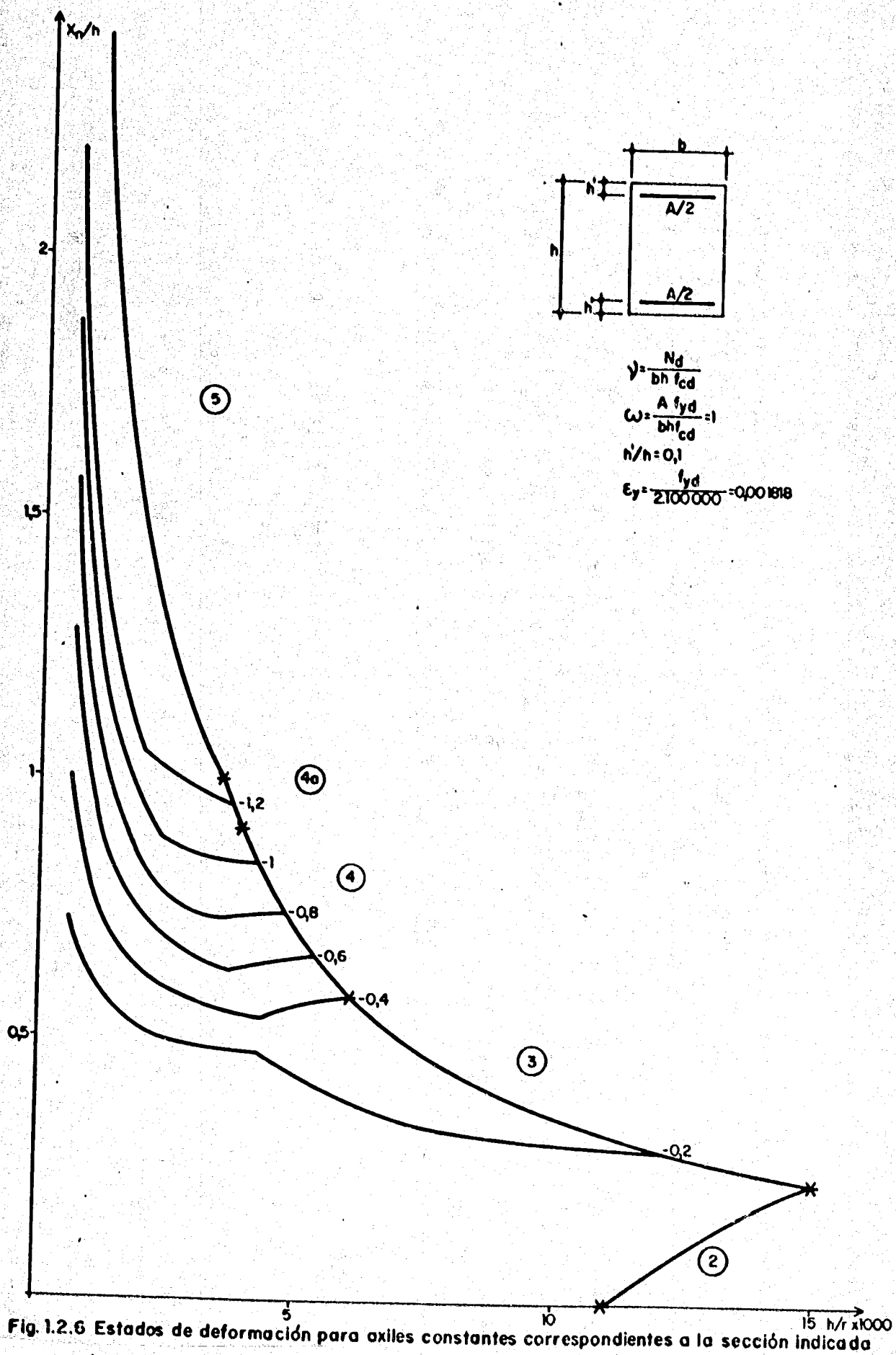


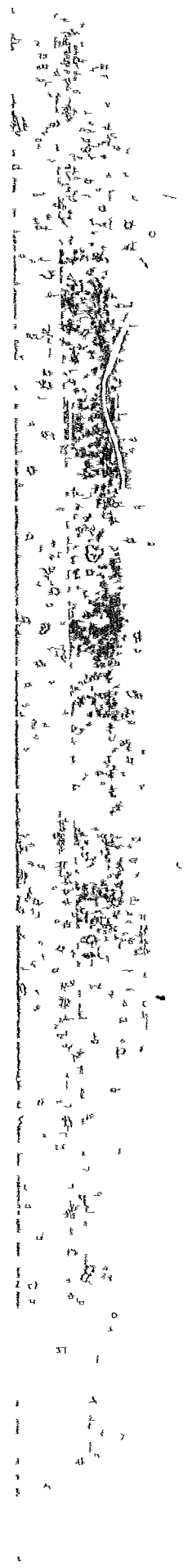
Fig. 1.2.6 Estados de deformación para axiles constantes correspondientes a la sección indicada

En la figura 1.2.7. se representan para la sección indicada las curvas que relacionan axil y profundidad del eje neutro para curvaturas constantes. Estas curvas se obtienen integrando la ecuación (1.2.1.) para una curvatura constante y diferentes valores de la profundidad del eje neutro; es decir, se obtiene el axil resistente que corresponde a estados de deformación representados por los puntos de segmentos como el AB de la figura 1.2.5.

De acuerdo con el aire de las curvas, el proceso iterativo planteado en esta tesis para la obtención del valor de la profundidad del eje neutro para un axil y curvatura determinado fue el "regula falsi".

En este tipo de método iterativo el problema fundamental lo constituyen los límites de la iteración. En este caso, es fácil reconocer estos límites ya que para cada curvatura sólo basta obtener los axiles correspondientes a las dos posiciones de eje neutro que para esa curvatura definen estados de agotamiento. De esta forma para la curvatura analizada se tiene el axil límite superior, el axil límite inferior y los límites de la iteración que serán las posiciones del eje neutro correspondientes a los axiles límites.

Si el axil dado está comprendido entre los axiles límites existirá entre los valores de profundidad del eje neutro correspondientes a los axiles límites uno que con la curvatura analizada define un estado de deformación anterior al de agotamiento que corresponde al axil dado.



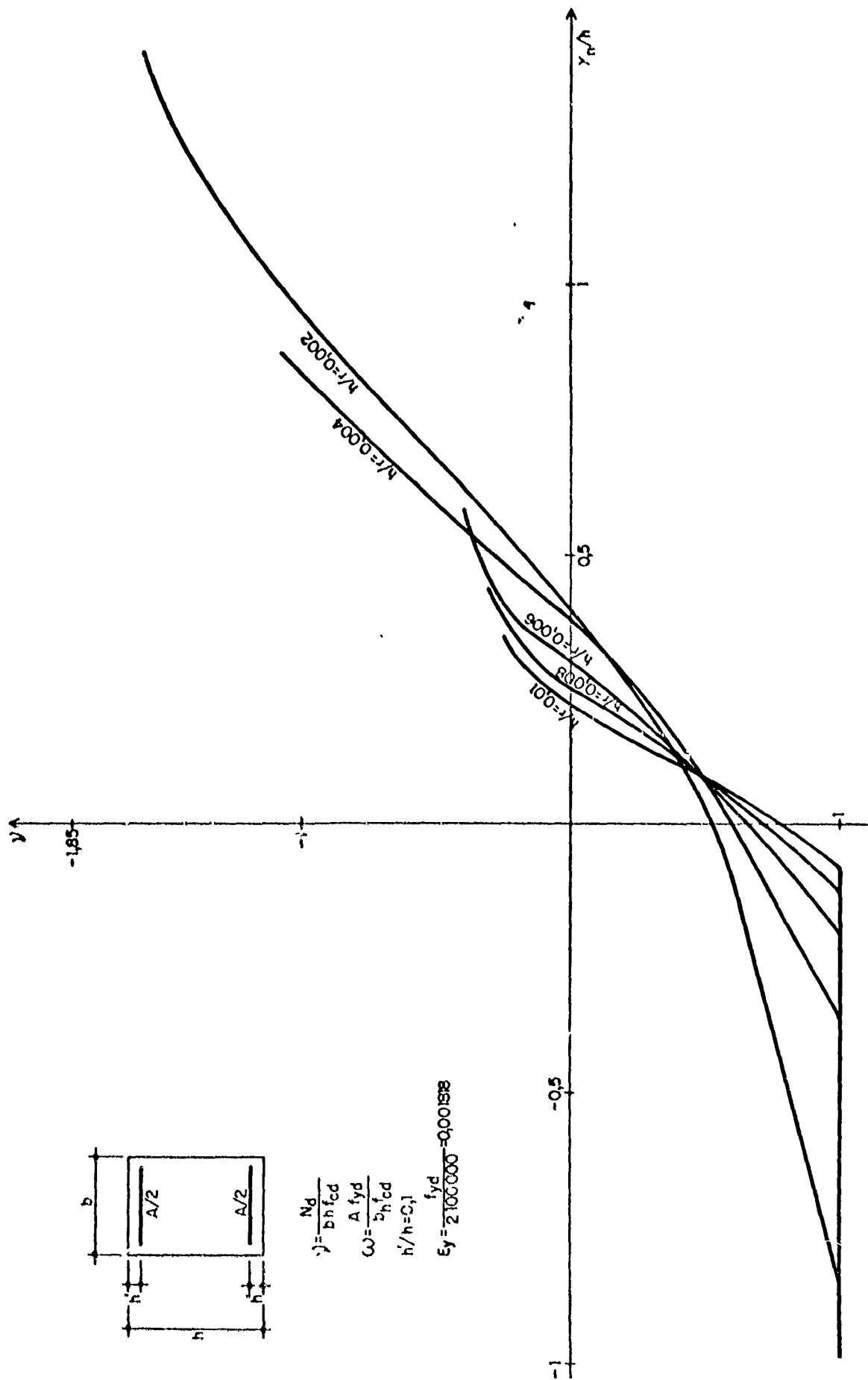


Fig.1.2.7 Relación a.ii - profundidad del eje neutro para curvaturas constantes

Si el axil dado coincide con alguno de los axiles límites la curvatura analizada es la curvatura de agotamiento para el axil dado.

Si el axil dado no está comprendido entre los axiles límites, la curvatura es superior a la de agotamiento para el axil dado.

En la figura 1.2.7. se puede ver como la horizontal correspondiente a $\nu = -1$ sólo corta a las curvas de curvatura 0,004 y 0,002 menores que la de agotamiento. Esto mismo puede observarse en la curva que representa los estados de deformación para $\nu = -1$ y la sección indicada en la figura 1.2.6.

A los efectos de los métodos de análisis de soportes esbeltos resulta conveniente la representación de los diagramas momento-curvatura en términos de excentricidad interna-curvatura, es decir, el diagrama momento-curvatura dividido por el axil correspondiente. Esta forma de representación se conoce frecuentemente con el nombre de directriz mecánica.

En las figuras 1.2.8, 1.2.9 y 1.2.10 se muestran directrices mecánicas para distintos axiles reducidos y secciones rectangulares con armadura simétrica en las caras opuestas, armadura constituida por ocho redondos distribuidos en las cuatro caras y armadura distribuida uniformemente en las cuatro caras respectivamente.

Estas curvas se obtuvieron mediante el programa de orde-

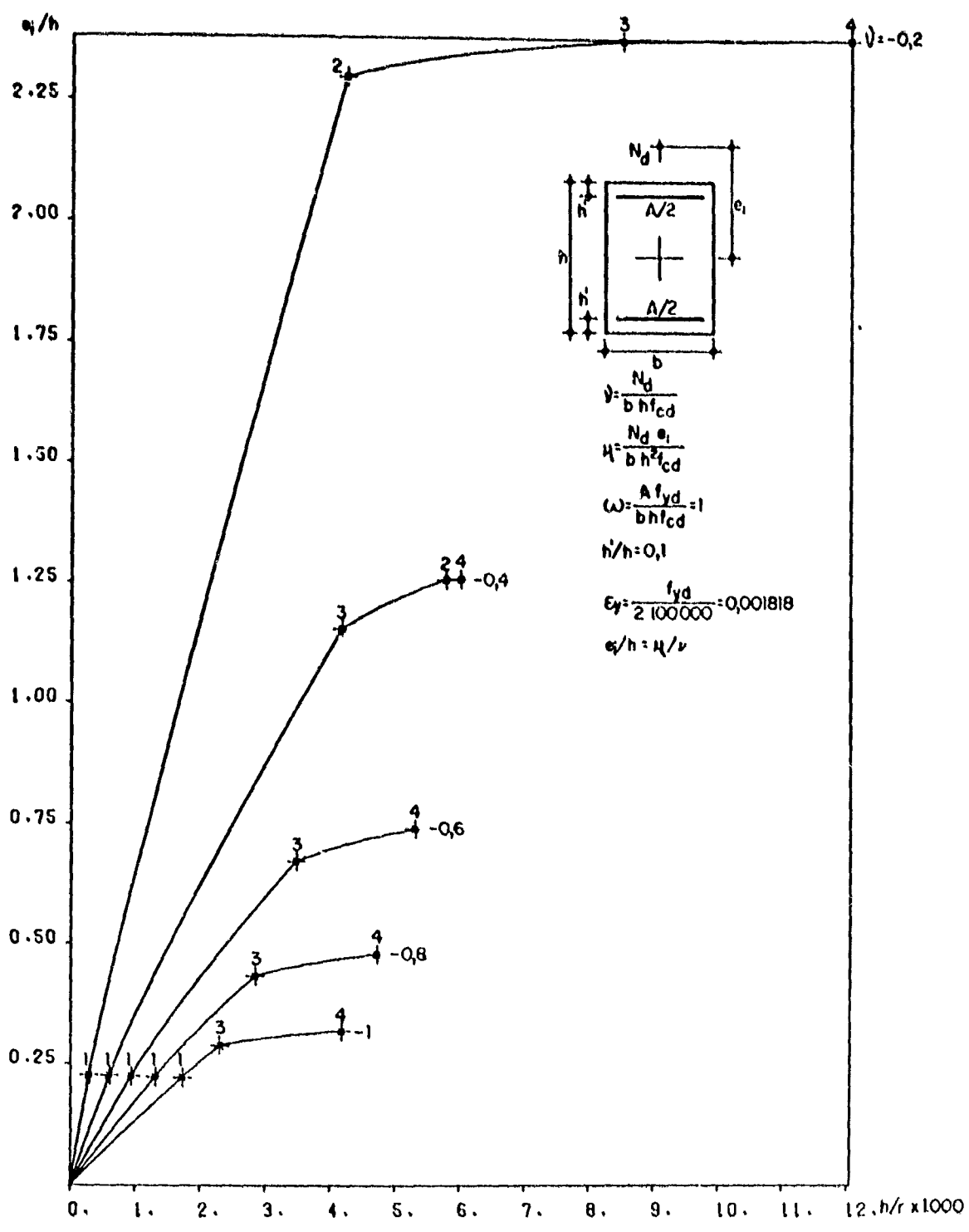


Fig.1.2.8 Diagramas momento curvatura Directriz mecánica

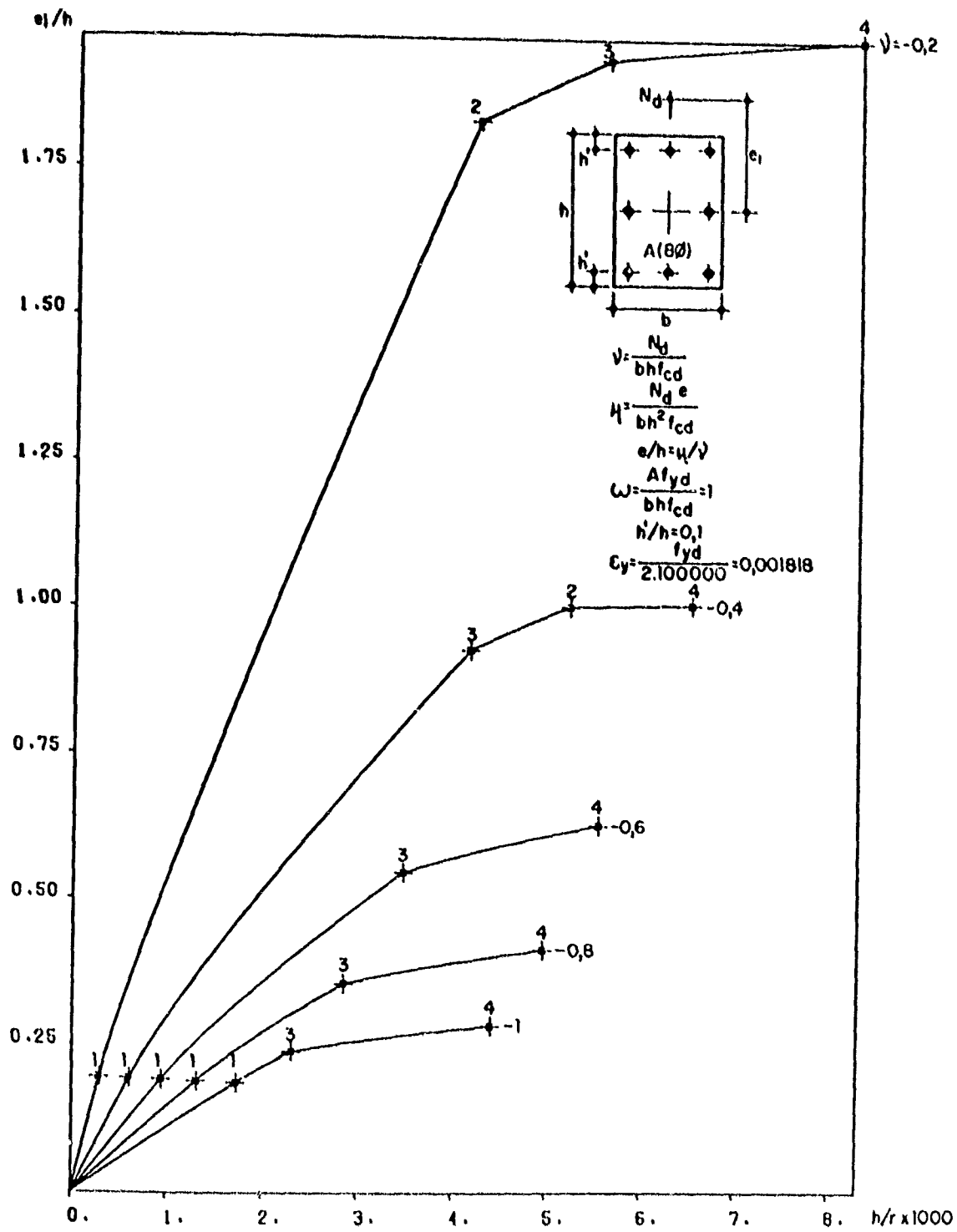


Fig.1.2.9 Diagramas momento curvatura. Directriz mecánica

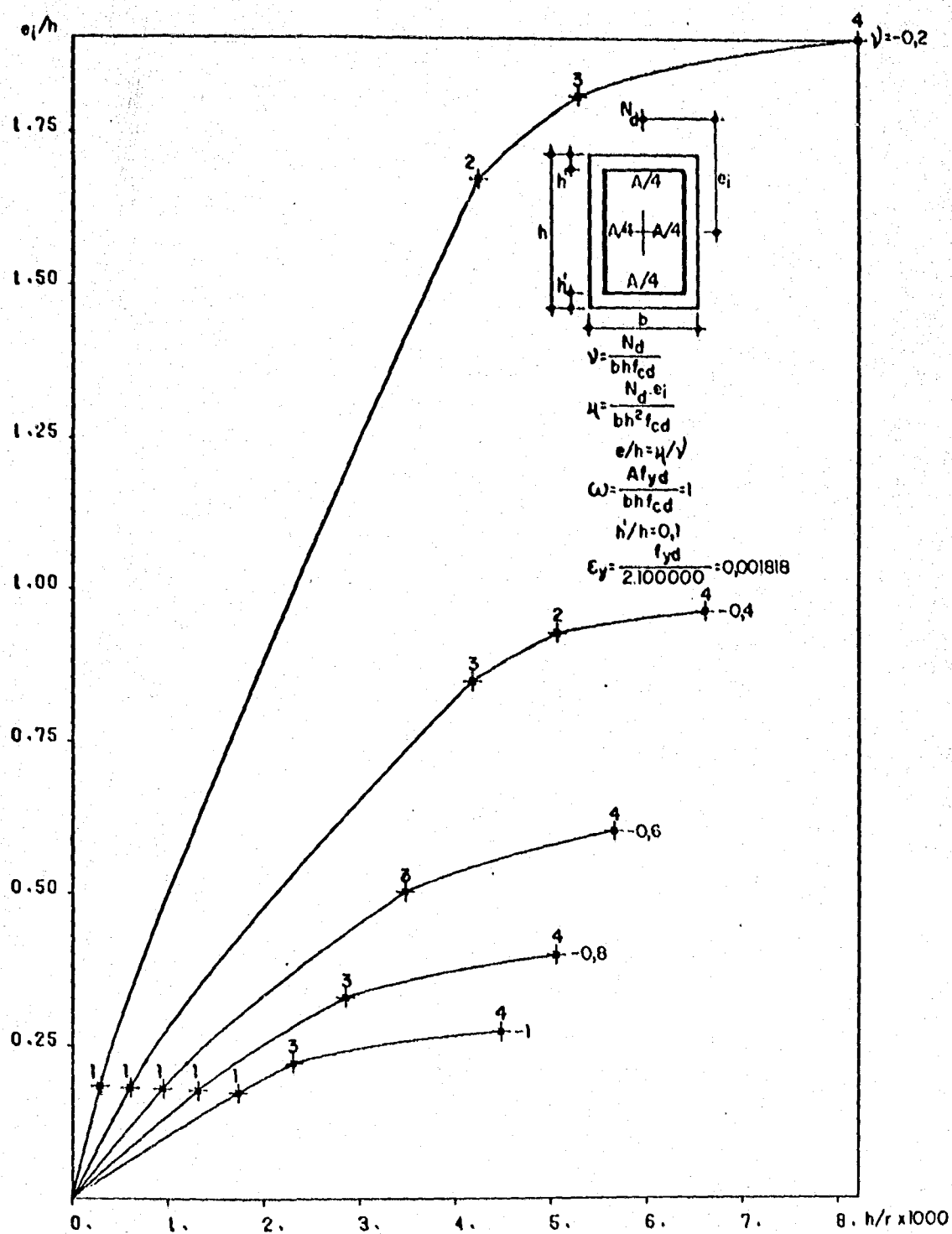


Fig.1.2.10 Diagramas momento - curvatura. Directriz mecánica

nador que se adjunta en el Apéndice 1^(*), realizado siguiendo los criterios expuestos en este apartado.

Las curvas se construyen obteniendo puntos para curvaturas crecientes desde 0 a la curvatura de agotamiento con un incremento de curvatura de 0,00015. Además el programa define ciertos puntos significativos de la directriz mecánica que generalmente no son calculados considerando las curvaturas con el incremento citado.

Estos puntos son los indicados por una estrella y un número en cada directriz mecánica y corresponden a las siguientes curvaturas:

1. Curvatura para la que se produce una deformación nula en la fibra de hormigón más profunda. Esta curvatura indica el inicio de la fisuración del hormigón ya que según las hipótesis supuestas se desprecia la resistencia a tracción del hormigón.
2. Curvatura para la que se alcanza la deformación del límite elástico de la fibra de acero más profunda de la sección, es decir, la más traccionada.
3. Curvatura para la que se alcanza la deformación del límite elástico de la fibra de acero menos profunda, es decir, la más comprimida.
4. Curvatura de agotamiento.

Una discusión profunda de las directrices mecánicas así como de la importancia y significado de las curvaturas significativas indicadas, se realiza en el Capítulo 2 cuando se expone el método de dimensionamiento propuesto.

(*) Todos los programas de esta Tesis, cuyos listados se adjuntan en los Apéndices, han sido preparados en FORTRAN para el minicomputador HP 7100 con Plotter del IET.

1.3.- ANALISIS DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO

La predicción del comportamiento de soportes esbeltos de hormigón armado es compleja debido a dos tipos de no linealidades, tal como se explicó en el apartado - 1.1. La primera, no linealidad geométrica, resulta de la influencia de las deformaciones sobre los momentos totales. Este efecto es frecuentemente llamado efecto de segundo orden. El segundo tipo de no linealidad, no linealidad mecánica, es debida al comportamiento no lineal del hormigón armado que se manifiesta por un diagrama momento-curvatura no lineal, que depende de las características de la sección transversal y del axil.

El método más general para la solución de este problema, válido tanto para soportes como para estructuras - aporticadas consiste en plantear un proceso iterativo en el que la no linealidad geométrica se tiene en cuenta mediante un análisis elástico de segundo orden y la no linealidad mecánica, mediante los diagramas momento curvatura. La convergencia del proceso está gobernada por las condiciones de equilibrio y compatibilidad, es decir, el cálculo se termina cuando en las secciones - de la estructura analizada, los esfuerzos externos y deformaciones obtenidas por el análisis elástico de segundo orden son suficientemente próximos a los esfuerzos internos que se desarrollan en las mismas, de acuerdo con los diagramas momento-curvatura correspondientes.

Este método debe ser implementado a través de un cálculo matricial o con elementos finitos.

Para su aplicación, la estructura debe discretizarse en un número conveniente de elementos. La exactitud de los resultados mejora a medida que aumenta el número de elementos considerados.

La figura 1.3.1. muestra un organigrama del método descrito.

En general, el análisis de una estructura esbelta es esencialmente una comprobación ya que para que pueda ser abordado es necesario conocer el dimensionamiento de sus elementos, así como el estado de cargas a que está sometida. Dada una estructura, se suele comprobar, bien el comportamiento de la misma para un estado de cargas dado o determinar la curva carga-deformación con objeto de conocer la carga máxima que pueda resistir. En este último caso se trata de una comprobación para diferentes niveles de carga.

Por esta razón, en el organigrama de la figura se puede observar que el primer paso del proceso es diferente según el tipo de problema que se trate.

El método general brevemente descrito representa sin duda la única herramienta disponible para el análisis de estructuras aperticadas con la máxima flexibilidad y exactitud, pero requiere inevitablemente el uso de ordenadores.

COMPROBACION DE UNA ESTRUCTURA
PARA UN ESTADO DE CARGAS DADO

DETERMINACION DE
LA CURVA CARGA-
DESPLAZAMIENTO

EI, AE SUPUESTAS

EI, AE, N SUPUESTAS

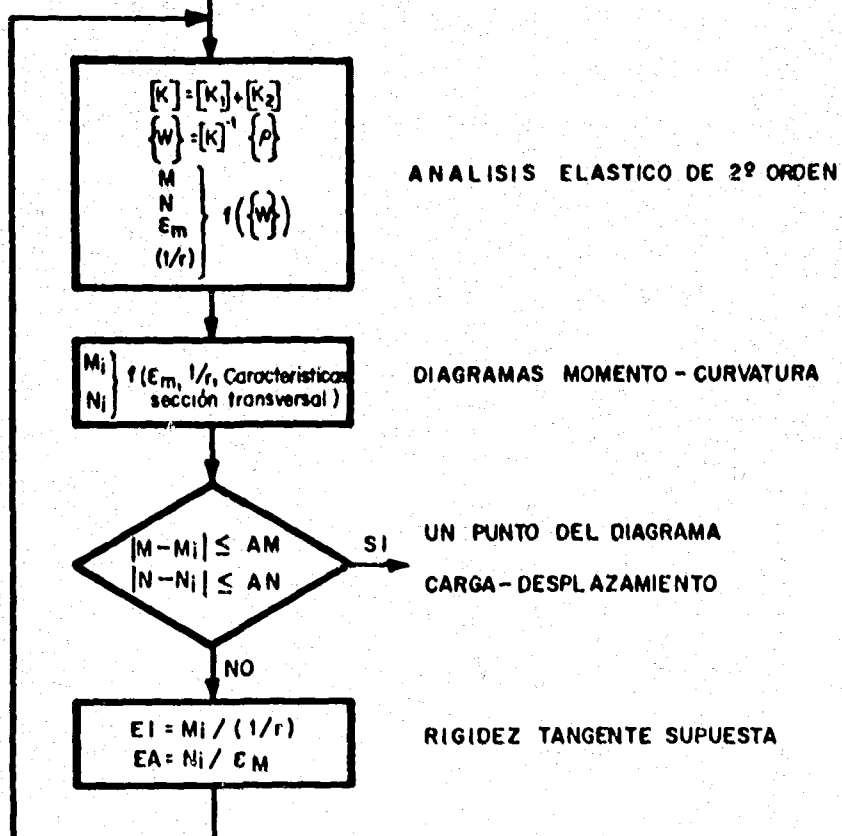


Fig. 1.3.1 Organigrama Método General

Para el análisis de soportes esbeltos es un método que no se usa frecuentemente ya que existen, para este tipo de piezas, métodos más simples que siguen los mismos - criterios, pero que pueden ser abordados con ordenadores más pequeños y hasta manualmente. En la literatura se presentan numerosos algoritmos de este tipo (2, 3, 22, 23, 25, 26, 27, 28). A continuación se explica con detalle el Método de Engesser-Vianello.

En este método el problema también se resuelve mediante un proceso iterativo. El soporte debe discretizarse en un número adecuado de elementos.

El proceso se inicia suponiendo una deformada para el soporte. Frecuentemente se considera el soporte indeformado inicialmente.

En cada iteración, se determina el diagrama de momentos del soporte según la teoría de segundo orden. Si se ha supuesto inicialmente el soporte indeformado, el diagrama de momentos de segundo orden de la primera iteración resultará igual al que se obtendría según la teoría de primer orden.

De acuerdo con el diagrama de momentos obtenido y el - diagrama de momento-curvatura correspondiente al soporte analizado, se asigna a cada uno de los elementos en que se ha discretizado el soporte una distribución de curvaturas. Es decir, para cada elemento se toma una sección, por ejemplo la sección central, y se determina para -

el momento de segundo orden calculado la curvatura que le corresponde del diagrama momento-curvatura. Luego a partir de esta curvatura se elige una distribución de curvaturas para el elemento.

Existen distintos criterios para realizar la asignación anterior. El programa de ordenador que ha sido desarrollado, adjunto en el Apéndice 2, incluye los dos criterios siguientes:

- a) En cada elemento se considera que la curvatura se concentra en la sección central del mismo y su valor es el producto de la curvatura de la sección central por la longitud del elemento.
- b) En cada elemento se considera que la curvatura es uniforme en sus secciones y de valor igual a la correspondiente a la sección central del elemento.

Luego, utilizando la distribución de curvaturas obtenida y aplicando el teorema de Mohr (*), es decir, obteniendo el diagrama de momentos de una viga de igual longitud y esquema estructura que el soporte y cargada con el diagrama de curvaturas hallado, se define una nueva deformada.

Finalmente se compara si la deformada obtenida y la calculada en la iteración anterior difieren en más de una cierta cantidad previamente establecida. En el programa

(*)

El teorema de Mohr plantea la analogía entre

$$\frac{d^2 c}{dx^2} = -\frac{1}{r} \quad \text{y} \quad \frac{d^2 M}{dx^2} = -q$$

del Apéndice 2, esta comparación se realiza en la sección central de cada elemento ya que en estas secciones es donde se calcula la curvatura exactamente para el momento de segundo orden correspondiente.

Si la diferencia es mayor que la cantidad establecida - se continúa el proceso iterativo, utilizando para la de terminación del diagrama de momentos de segundo orden la última deformada calculada.

Si por el contrario, la diferencia es menor que la cantidad establecida, el proceso queda terminado y la de formada obtenida es una deformada de equilibrio ya que quedan satisfechas automáticamente las condiciones de equilibrio y compatibilidad. Expresado de otra forma, en la sección central de cada elemento se satisfacen las condiciones de equilibrio y compatibilidad porque al momento externo de esas secciones, obtenido utilizando la de formada de la penúltima iteración, le corresponde una curvatura, según el diagrama momento-curvatura, que define una deformada suficientemente próxima a la anterior, es decir que las curvaturas obtenidas movilizan momentos internos prácticamente iguales a los externos de segundo orden que actúan en la sección.

En el organigrama de la figura 1.3.2 se muestra el proceso que debería seguirse en cada uno de los elementos en que se discretiza el soporte cuando se aplica el método expuesto.

Es evidente que el Método Engesser-Vianello resulta mu-

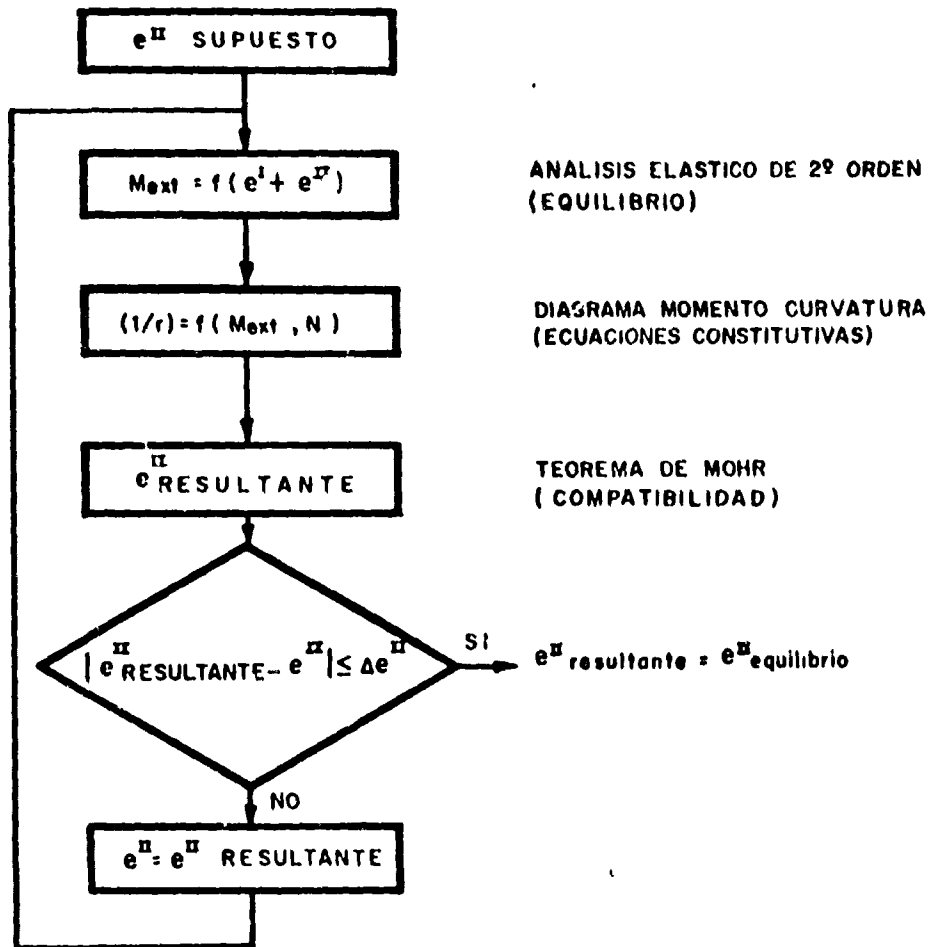


Fig. 13.2 . Organigrama Método Engesser - Vianello

cho menos laborioso que el Método General y hasta podría ser abordado manualmente si se dispusiese del diagrama momento-curvatura a utilizar (x).

La exactitud del método descrito depende fundamentalmente del número de elementos en que se discretiza el soporte analizado y de la distribución de curvaturas a lo largo de cada elemento que se utilice.

En la figura 1.3.3 se muestra la variación de la deformación transversal de la sección central del soporte indicado en dicha figura, en función del número de elementos y para las dos distribuciones de curvatura que considera el programa del Apéndice 2.

Las curvas tienden rápidamente a un valor asintótico cuya ordenada corresponde a la solución exacta que se obtendría si se considerasen infinitos elementos y se asegurase entonces el equilibrio y la compatibilidad en todas las secciones del soporte.

La curva 1, que corresponde al caso en que se concentra toda la curvatura del elemento en su sección central, - tiende más lentamente al valor exacto ya que la distribución de curvaturas supuesta es mucho más grosera. Sin embargo, para discretizaciones con más de cinco elementos las soluciones son poco diferentes.

El detalle más significativo lo constituye la casi horizontalidad de la curva 2, es decir, el valor de deforma-

(x) En el apartado 1.2, donde se explica la forma de obtención de los diagramas momento-curvatura, se menciona la necesidad de utilizar programas de ordenador para resolver este problema.

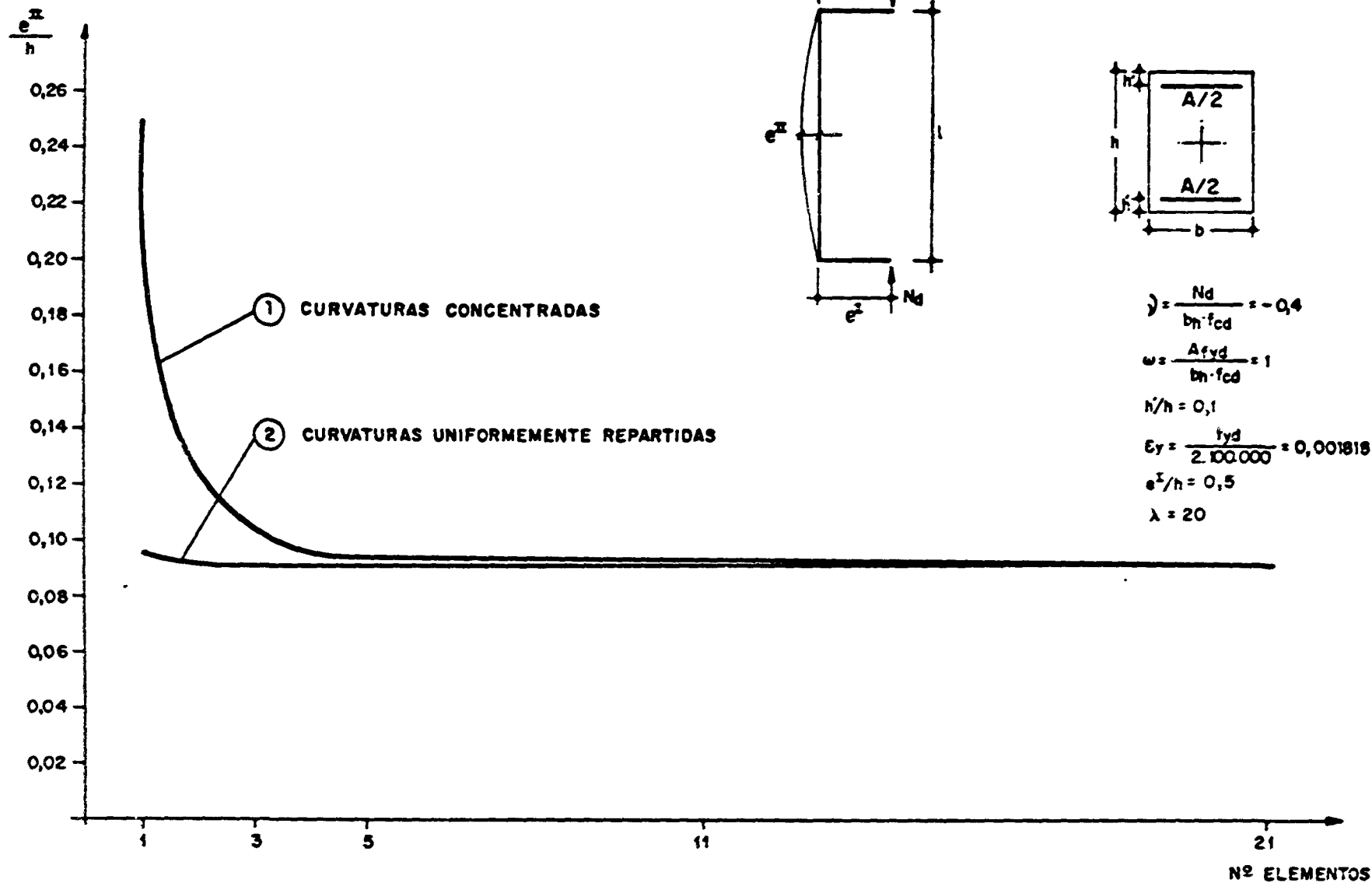


Fig. 1.3.3 Relación entre la deformación transversal de la sección e^x y el número de elementos utilizados en el cálculo. Método Engesser-Vianello

ción obtenido con un elemento es bastante aproximado - respecto al valor exacto.

De esta circunstancia se puede deducir que considerando sólo un elemento, lo que permite transformar el Método Engesser-Vianello en un método directo como se describe a continuación, y una adecuada distribución de curvaturas se pueden obtener excelentes resultados. En esta línea se encuentran en la literatura numerosas publicaciones desde 1934 (10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18) para soportes biarticulados con excentricidades iguales - en los extremos y para soportes con excentricidades desiguales en las articulaciones.

Se presenta en primer lugar el caso de soportes biarticulados con excentricidades iguales en las articulaciones.

Según lo explicado anteriormente, aplicar el Método Engesser-Vianello a un soporte de este tipo considerando un elemento, implica que sólo en una sección del mismo se satisface el equilibrio y la compatibilidad.

Conocida la distribución de curvaturas en el elemento - se puede conocer la expresión de la deformada que resulta de la doble integral de la curvatura o, de acuerdo - con el teorema de Mohr, la expresión del momento de una viga de igual longitud que el soporte, simplemente apoyada y cargada con una carga ficticia que es el diagrama de curvaturas a lo largo del soporte.

Ahora bien, si como se ha dicho sólo se plantea el equilibrio y la compatibilidad de una sección, por ejemplo la central del soporte, sólo es necesario conocer la expresión de la deformada en esa sección, que resulta

$$e^{II} = \frac{1}{r} \frac{l^2}{c} \quad \text{ec. (1.3.1)}$$

donde e^{II} es el valor de la deformada en la sección central del soporte, l la longitud del mismo y c un coeficiente que depende de la distribución de curvaturas - adoptada y cuyos valores para diferentes distribuciones se dan a continuación:

c	Distribución de la curvatura
4	concentrada (curva 1)
8	rectangular (curva 2)
9,6	parabólica
π^2	senoidal
12	triangular

Si a la ecuación (1.3.1) se le suma la excentricidad de primer orden, constante en este caso a lo largo del soporte, se obtiene la excentricidad total en la sección central

$$e^t = e^I + \frac{1}{r} \frac{l^2}{c} \quad \text{ec. (1.3.2)}$$

donde el primer término representa la excentricidad de

primer orden y el segundo la excentricidad debida a la deformación transversal del soporte. En términos adimensionales esta expresión puede escribirse:

$$\frac{e^t}{h} = \frac{e^I}{h} + \frac{h}{r} \frac{\lambda^2}{c} \quad \text{ec. (1.3.3)}$$

donde e^t/h representa la excentricidad total relativa de la sección central referida al canto total de la sección, e^I/h la excentricidad relativa de primer orden, h/r la curvatura relativa de la sección central, y $\lambda = 1/h$ la esbeltez geométrica del soporte.

La curva definida por la ecuación (1.3.2) ó (1.3.3) se conoce como directriz geométrica y representa la relación entre la excentricidad total de la sección más solicitada del soporte y su curvatura.

Obteniendo por otro lado la directriz mecánica, diagrama momento-curvatura en términos de excentricidades internas-curvaturas correspondiente a la sección transversal y axil del soporte que se analice, la solución del problema consiste en encontrar el punto de intersección de ambas directrices que definirá la deformada de equilibrio buscada.

Ya que la directriz mecánica no puede expresarse analíticamente, como se explicó en el apartado anterior, se debe proceder con ordenador o, si se dispone de la directriz mecánica a utilizar, gráficamente.

En la figura 1.3.4 se representa gráficamente el método

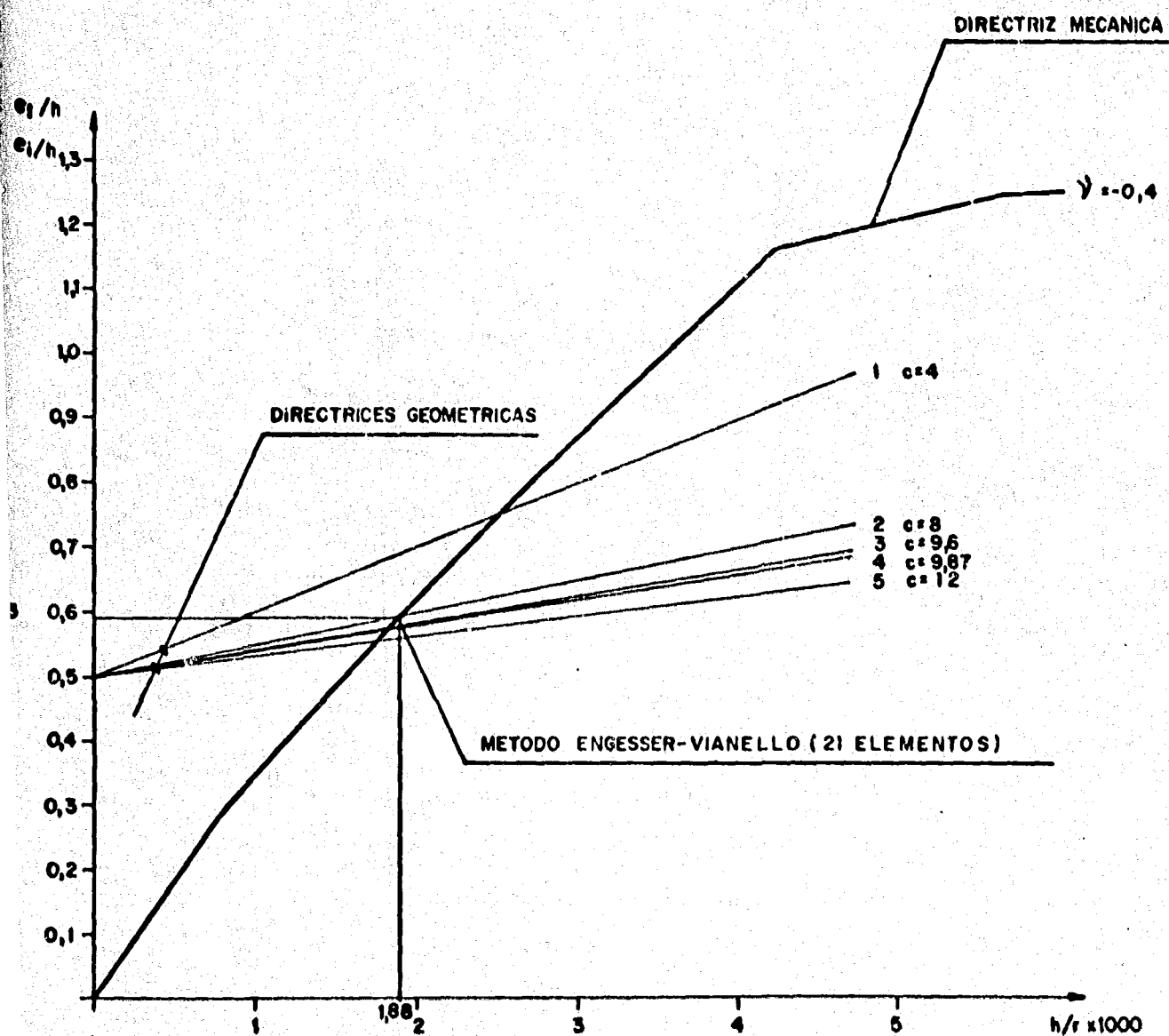


Fig. 1.3.4 Método directo simplificado. Comparación entre distintas distribuciones de curvatura.

explicado, aplicado al soporte de la figura 1.3.3, considerando distintas distribuciones de curvatura.

Se ha dibujado por un lado la directriz mecánica correspondiente a la sección transversal definida y el axil reducido $\nu = -0,4$, y por otro cinco directrices geométricas correspondientes a las siguientes distribuciones de curvaturas:

1. La curvatura del soporte se considera concentrada en la sección central del mismo, $c = 4$.
2. Curvatura uniformemente repartida, distribución rectangular, $c = 8$.
3. Distribución parabólica, $c = 9,6$.
4. Distribución senoidal, $c = \pi^2 = 9,87$.
5. Distribución triangular, $c = 12$.

El punto de intersección entre una directriz geométrica y la mecánica define el valor de la excentricidad total relativa y la curvatura de la sección central del soporte, para cada distribución de curvaturas adoptada. Ya que la distribución de curvatura es conocida, automáticamente queda definida la deformada del soporte con el valor de la excentricidad y la curvatura del punto de intersección.

Como puede observarse, las distribuciones de curvaturas tipo 2, 3 y 4 conducen a resultados bastante parecidos a los que se obtienen aplicando el Método Engesser-Vianello con veintiún elementos.

En la actualidad el método más difundido de este tipo - es el Método de la Columna Modelo presentado en el Bulletin d'Information nº 103 (2) e incluido asimismo en el "Manual of Buckling and Instability" (3) y el Bulletin d'Information nº 124/125-F "Model Code" (9) también del CEB.

El Método de la Columna Modelo es exactamente el método anterior, considerando una distribución de curvatura de tipo sinoidal y tomando $c = 10$ en vez de π^2 . Es decir, según el Método de la Columna Modelo, la expresión de la directriz geométrica sería:

$$\frac{e^t}{h} = \frac{e^I}{h} + \frac{h}{r} \frac{\lambda^2}{10} \quad \text{ec. (1.3.4)}$$

Este método ha sido confrontado con numerosos resultados experimentales (2) así como con resultados de métodos numéricos más precisos (24, 25), obteniéndose una excelente concordancia.

El Método de la Columna Modelo, tal como ha sido formulado, planteando a partir de una distribución de curvaturas senoidal de tal forma que la curvatura máxima corresponda la sección central del soporte, no contempla el caso de soportes biarticulados con excentricidades diferentes en las articulaciones.

El comportamiento de este tipo de piezas, brevemente - analizado en el apartado 1.1, es significativamente diferente al de soportes biarticulados con excentricidades iguales a las articulaciones.

En este tipo de piezas la sección más solicitada puede encontrarse en cualquier punto del soporte e incluso - puede ser la de la articulación de mayor excentricidad en donde no se producen deformaciones transversales.

En la figura 1.3.5 se muestra el comportamiento de un soporte cargado con axiles crecientes y con una excentricidad inicial que varía linealmente. Se llama e_1^I y e_2^I las excentricidades de las articulaciones, considerando que $e_2^I \geq e_1^I$.

El soporte bajo el estado de carga a) se deforma pero en ninguna sección la deformación transversal más la excentricidad inicial superan la excentricidad de la articulación e_2^I . En este caso, la sección más solicitada será la de la articulación con excentricidad e_2^I .

El soporte bajo el estado de carga c) sufre una deformación transversal mayor y por lo tanto la sección más solicitada se encuentra en el interior del soporte y el valor de la excentricidad total en esta sección será mayor que e_2^I .

El soporte bajo el estado de carga b) muestra el caso - de transición entre la situación a) y c) donde $e^t = e_2^I$.

Tratándose de soportes con excentricidades iguales en los extremos cualquier estado de carga provocaría una deformación y un estado de sollicitación mayor que el inicial.

Es por ello que la directriz geométrica representa siempre excentricidades mayores que la inicial.

En el caso de soportes con excentricidades desiguales en los extremos, según lo mostrado, la directriz geométrica que representa la relación entre la excentricidad total y la curvatura de la sección más solicitada no corresponderá siempre a una misma sección y además deberá tener un tramo horizontal que represente las situaciones a) y b) de la figura 1.3.5.

El Método de la Columna Modelo propone una simplificación interesante a los efectos de extender el procedimiento a soportes con excentricidades desiguales. Se ha creído conveniente sin embargo, explicar esta simplificación luego de otro método simplificado de carácter más general que tiene en cuenta el caso de este tipo de piezas, para que resulte más clara.

En 1958 Broms y Viest (12), y más recientemente Robinson, Fouré y Bourghli, publicaron un método simplificado para el análisis de soportes biarticulados cargados con cualquier tipo de excentricidades en los extremos siguiendo la misma línea del Método de la Columna Modelo .

El procedimiento consiste en suponer que la deformada de un soporte biarticulado es de tipo senoidal, de tal forma que la senoide elegida conduzca a una distribución de excentricidades totales a lo largo del soporte (excentricidad inicial más deformación transversal) que cumpla con las condiciones de contorno real, es decir, que en las articulaciones las excentricidades totales sean iguales a las de primer orden.

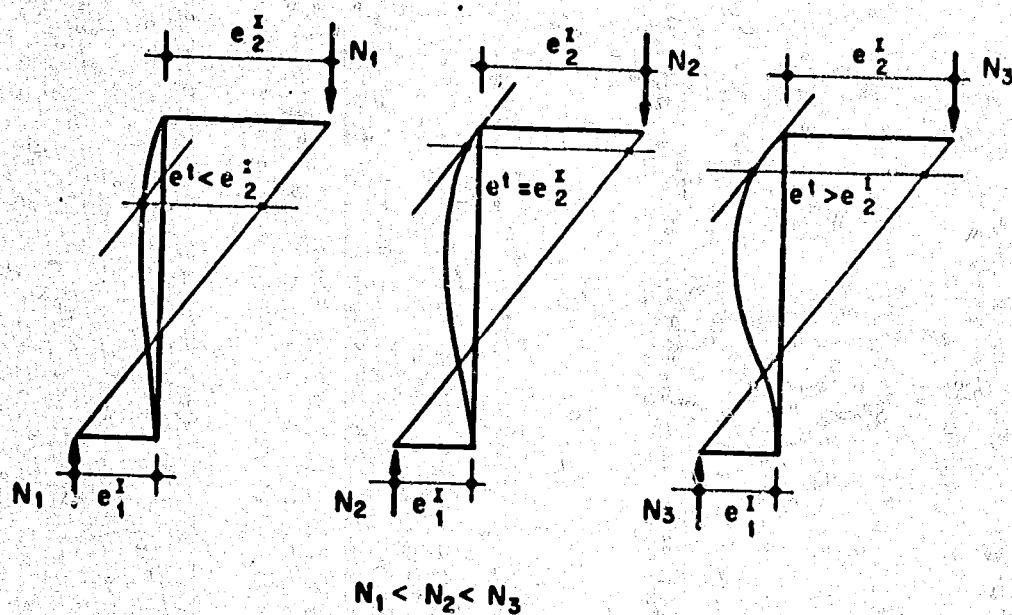


Fig. 1.3.5 Comportamiento de soportes biarticulados con excentricidades diferentes en las articulaciones.

Siguiendo la nomenclatura de la figura 1.3.6, la ecuación de las excentricidades totales puede escribirse:

$$e^t(x) = e^t \cos \frac{\pi x}{L} \quad \text{ec. (1.3.5)}$$

donde $e^t(x)$ es la excentricidad total en una sección de ordenada x , e^t es la excentricidad total de la sección más solicitada y L la longitud de la semionda coseno.

Las condiciones de contorno a satisfacer son:

$$e_1^I = e^t \cos \frac{\pi x_1}{L} \quad \text{ec. (1.3.6)}$$

$$e_2^I = e^t \cos \frac{\pi x_2}{L} \quad \text{ec. (1.3.7)}$$

donde x_1 y x_2 son las ordenadas de las articulaciones - según el sistema de referencia indicado en la figura - 1.3.6.

Utilizando una tercera ecuación:

$$x_2 - x_1 = l$$

donde l es la longitud del soporte, y operando adecuadamente se pueden explicitar x_1 , x_2 y L en función solamente de e^t

$$L = l \frac{\pi}{\arccos \frac{e_2^I}{e^t} - \arccos \frac{e_1^I}{e^t}} \quad \text{ec. (1.3.8)}$$

$$x_1 = 1 \frac{\text{arc cos. } \frac{e_1^I}{t}}{\text{arc cos. } \frac{e_2^I}{t} - \text{arc cos. } \frac{e_1^I}{t}} \quad \text{ec. (1.3.9)}$$

$$x_2 = 1 \frac{\text{arc cos. } \frac{e_2^I}{t}}{\text{arc cos. } \frac{e_2^I}{t} - \text{arc cos. } \frac{e_1^I}{t}} \quad \text{ec. (1.3.10)}$$

Siguiendo el mismo razonamiento que para el Método de la Columna Modelo, se puede definir la expresión de la directriz geométrica, aunque en este caso sólo en forma indirecta, es decir, la curvatura de la sección más solicida en función de la excentricidad total de esta sección.

En otras palabras, supuesto un tipo de deformada, la integral segunda de la misma respecto a x y cambiada de signo da la distribución de curvaturas. Según el sistema de coordenadas elegido, evaluando esa expresión para la sección más solicitada la directriz geométrica puede escribirse:

$$\frac{1}{r} = \frac{e^t}{l^2} \left(\text{arc cos. } \frac{e_2^I}{t} - \text{arc cos. } \frac{e_1^I}{t} \right)^2$$

ec. (1.3.11)

o adimensionalmente

$$\frac{h}{r} = \frac{e^t/h}{2} \left(\text{arc cos.} \frac{e_2^I}{e^t} - \text{arc cos.} \frac{e_1^I}{e^t} \right)^2 \quad \text{ec. (1.3.12)}$$

De acuerdo con lo dicho anteriormente, esta relación representará la directriz geométrica para el caso en que - la sección más solicitada está entre las articulaciones, es decir, la situación c) del soporte de la figura 1.3.5.

La situación b) del soporte de la figura 1.3.5 está definida por la ecuación (1.3.12) cuando $e^t = e_2^I$.

$$\left(\frac{h}{r} \right)^* = \frac{e_2^I/h}{2} \left(\text{arc cos.} \frac{e_1^I}{e_2^I} \right)^2 \quad \text{ec. (1.3.13)}$$

Esta curvatura precisamente es la que define el cambio - de la ecuación de la directriz geométrica. Para curvaturas menores que $(h/r)^*$ la sección más solicitada siempre será la de la articulación con mayor excentricidad y la excentricidad total será la que exista en esta articulación; por lo tanto la directriz geométrica en este rango de curvaturas será una horizontal de ordenada e_2^I/h .

Para curvaturas mayores que $(h/r)^*$ la sección más solicitada estará entre las articulaciones y el valor de la excentricidad total en esa sección, estará definido por la ecuación (1.3.12).

Este método ha sido chequeado con resultados experimentales y la concordancia obtenida es muy satisfactoria. La

información completa de estas comparaciones se puede encontrar en las referencias (12, 17, 18).

Como puede observarse, para el caso de soportes con excentricidades iguales en las articulaciones la directriz geométrica resulta ligeramente distinta a la definida por el Método de la Columna Modelo.

Desde un punto de vista estrictamente conceptual la distribución de curvaturas que implica el último método descrito es más correcta, ya que, en el Método de la Columna Modelo, en las articulaciones la curvatura es nula mientras que en realidad no lo será porque existe el momento debido a la excentricidad inicial de la articulación. De cualquier manera, los resultados son bastante parecidos obteniéndose siempre resultados más conservadores con el Método de la Deformada Senoidal.

En la figura 1.3.7, se muestra un ejemplo de aplicación para un soporte de esbeltez geométrica $\lambda = 30$, axil reducido $\nu = -0,6$, excentricidad inicial relativa en la articulación con mayor excentricidad $e_2^I/h = 0,3$ y una sección transversal cuyas características se definen en la figura, para distintas distribuciones lineales de excentricidades iniciales.

Se ha representado por un lado la directriz mecánica y por otro las directrices geométricas correspondientes a $e_1^I/e_2^I = 1, 0,5, 0$ y $-0,5$ así como las curvaturas $(h/r)^{\pi}$.

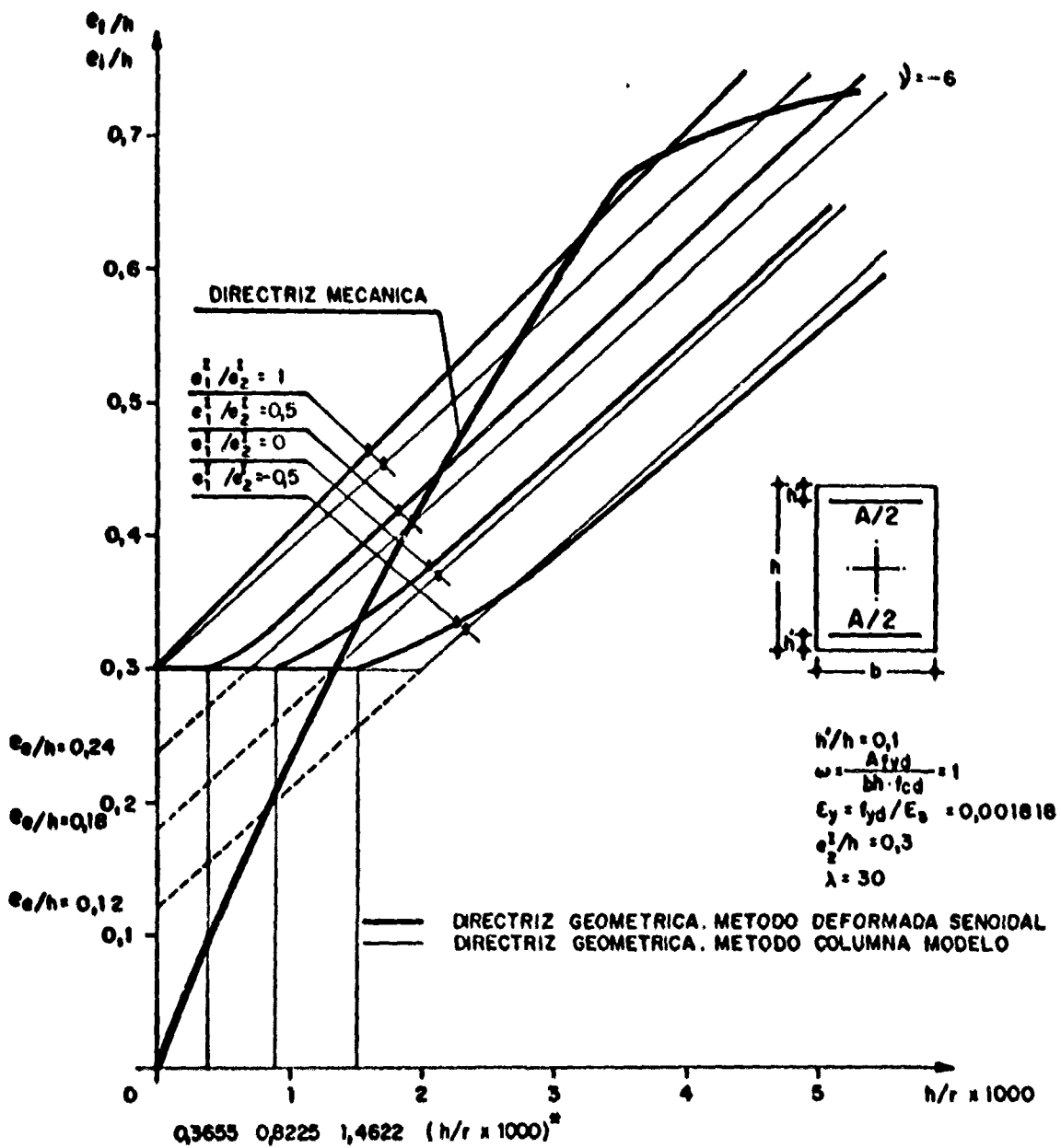


Fig. 1.3.7. Soportes biarticulados con excentricidades desiguales en los extremos.

Puede verse que las directrices geométricas quedan definidas por los dos tramos comentados. El tramo horizontal resulta más extenso a medida que disminuye la relación e_1^I/e_2^I .

Para $e_1^I/e_2^I = 1$ la directriz geométrica no tiene tramo horizontal porque como se ha dicho, en este caso siempre la sección más solicitada tendrá una excentricidad total mayor que la excentricidad inicial.

Para iguales relaciones e_1^I/e_2^I el tramo horizontal de la directriz geométrica será siempre mayor para valores grandes de e_2^I/h ya que las deformaciones transversales resultan poco influyentes respecto a las excentricidades iniciales.

Respecto al segundo tramo de la directriz geométrica puede observarse como rápidamente tiende a ser paralela a una asíntota de pendiente λ^2/π^2 .

Después de la exposición del Método de la Deformada Senoidal resulta más sencillo explicar y entender la simplificación propuesta en el Método de la Columna Modelo para el caso de soportes biarticulados con excentricidades desiguales en las articulaciones.

Esta simplificación consiste en considerar que el comportamiento de un soporte con excentricidades desiguales en los extremos puede asimilarse al comportamiento del mismo soporte con una excentricidad equivalente constante en su

longitud y cuyo valor está definido por la siguiente expresión:

$$e_e = 0,6 e_2^I + 0,4 e_1^I \not\leq 0,4 e_2^I \quad \text{ec. (1.3.13)}$$

que adimensionalmente y convenientemente ordenada puede escribirse:

$$\frac{e_e}{h} = \frac{e_2^I}{h} (0,6 + 0,4 \frac{e_2^I}{e_1^I}) \not\leq 0,4 \frac{e_2^I}{h} \quad \text{ec. (1.3.14)}$$

En la figura 1.3.8 se muestra la relación entre la excentricidad equivalente y la excentricidad mayor de las articulaciones (e_e/e_2^I) para diferentes relaciones de excentricidades en los extremos (e_1^I/e_2^I). La curva indica que a medida que disminuye e_1^I/e_2^I la relación e_e/e_2^I también disminuye ya que el efecto de esas distribuciones de excentricidades iniciales es favorable.

El procedimiento se completa especificando que la excentricidad total resultante en la sección más solicitada debe ser siempre mayor o igual que la excentricidad de la articulación con mayor excentricidad e_2^I .

En otras palabras, la simplificación propuesta equivale a definir como directriz geométrica para soportes con excentricidades desiguales en las articulaciones una de tipo bilineal, con un tramo horizontal de ordenada e_2^I ,

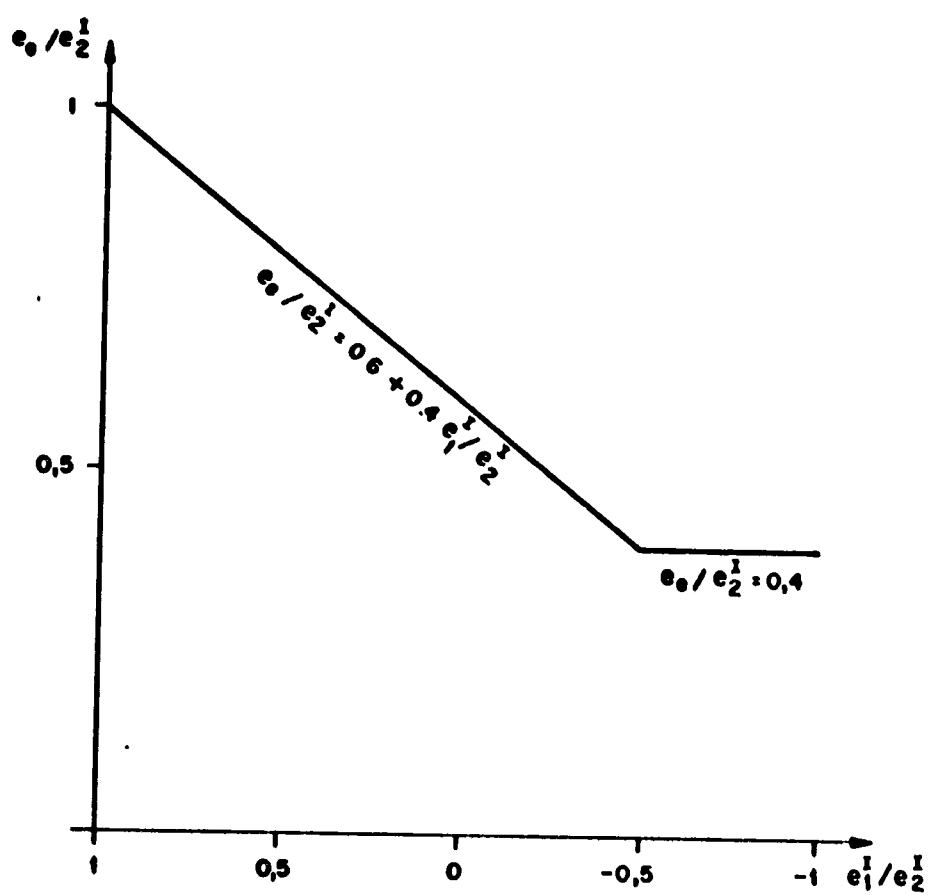


Fig. 1.3.8 Excentricidad equivalente. Método Columna-Modelo

y un tramo indicado definido por la siguiente ecuación:

$$\frac{e^t}{h} = \frac{e^e}{h} + \frac{h}{r} \frac{\lambda^2}{10} \quad \text{ec. (1.3.15)}$$

la curvatura $(h/r)^*$ en la que se unen ambos tramos se obtiene reemplazando e^t/h por e_2^I/h

$$\left(\frac{h}{r} \right)^* = \left(\frac{e_2^I}{h} - \frac{e^e}{h} \right) \frac{10}{\lambda^2} \quad \text{ec. (1.3.16)}$$

En la figura 1.3.7 se ha representado para el mismo soporte anterior las directrices geométricas correspondientes a la simplificación expuesta.

Como se ve, las directrices geométricas están constituidas por un tramo horizontal de ordenada e_2^I y un tramo inclinado que corresponde a la directriz de un soporte con excentricidad constante igual a la equivalente. Con línea punteada se ha representado la parte de la directriz del soporte con excentricidad equivalente constante que se desprecia ya que conduce a excentricidades menores que e_2^I .

Se puede observar también que la simplificación conduce a directrices geométricas bastante parecidas a las del Método de Deformada Senoidal sin complicar en absoluto - el Método de la Columna Modelo cuya formulación es extremadamente sencilla.

1.4.- DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTICULADOS DE HORMIGÓN ARMADO. ESTADO ACTUAL.

De lo expuesto hasta ahora se puede deducir la dificultad que entraña el dimensionamiento de soportes esbeltos biarticulados de hormigón armado.

En primer lugar, el comportamiento del soporte debe ser estudiado según la teoría de segundo orden, es decir, - los momentos dependen de la deformada y ésta del estado de carga y de las características de la sección, y por lo tanto, de su dimensionamiento.

Además, tal como se ha comentado en el apartado 1.1, en soportes esbeltos se pueden producir dos tipos de estados límites últimos: de agotamiento de la sección crítica y de inestabilidad.

Debe tenerse en cuenta por último, la gran cantidad de variables que intervienen en el fenómeno.

El dimensionamiento de este tipo de piezas es un problema de dimensionamiento estricto, es decir, definidas - las dimensiones y distribución de la armadura de la sección transversal, se determina la cuantía para la que - se produce alguno de los estados límites últimos citados, en el soporte cuya sección se dimensiona.

Entre los métodos de dimensionamiento actualmente disponibles pueden citarse:

- a) Diagramas de interacción y nomogramas para soportes esbeltos.

b) Fórmulas simplificadas.

1.4.1.- Diagramas de interacción y nomogramas para soportes esbeltos

Los diagramas de interacción para soportes esbeltos biarticulados de hormigón armado fueron definidos brevemente en el apartado 1.1 y utilizados para la discusión de la influencia de algunos parámetros, en el comportamiento de este tipo de piezas.

Tienen, como se ha dicho, un significado parecido al de los diagramas de interacción de secciones de soportes cortos. Representan para un soporte perfectamente definido, es decir, del que se conocen la esbeltez, las características de la sección transversal que se conserva constante a lo largo del mismo y el estado de carga, los esfuerzos de primer orden en la sección de la articulación con mayor excentricidad que provocan estados límites últimos.

Los esfuerzos últimos de primer orden están referidos a la sección de la articulación con mayor excentricidad con objeto de poder contemplar el caso de soportes cargados con excentricidades diferentes en las articulaciones.

Para la preparación de estos diagramas, frecuentemente se usan métodos de análisis simplificados tales como el de la Columna Modelo o el de la Deformada Senoidal.

Dado un soporte de características definidas (sección transversal, esbeltez, distribución de excentricidades), la obtención de su diagrama de interacción consiste en -

hallar para cada axil la excentricidad máxima posible - de primer orden de la articulación con mayor excentricidad que junto con el axil definen el estado límite último del soporte.

En el apartado anterior, cuando se describía el análisis de un soporte para un axil y una distribución de momentos determinados utilizando los métodos simplificados, se decía que el soporte tenía un estado de equilibrio - cuando las directrices mecánica y geométrica correspondientes se intersectaban.

Para la determinación de un punto del diagrama de interacción de un soporte esbelto (para un axil) se puede, - por un lado, definir la directriz mecánica correspondiente a ese punto ya que se conoce el axil y las características de la sección transversal, y por otro, ya que se conoce asimismo la esbeltez y la distribución de excentricidades se debe buscar la excentricidad de la articulación con mayor excentricidad que defina un estado límite último.

Como la directriz mecánica se define por puntos, cada - punto representa un estado de equilibrio, es decir, la intersección de la directriz mecánica y una directriz geométrica, que corresponde a un valor determinado de excentricidad de articulación con mayor excentricidad e_2^I .

Si se determina el valor de e_2^I para todos los puntos de la directriz mecánica, reemplazando en las ecuaciones - (1.3.4) y (1.3.12) los valores e^t y h/r por las coorde-

nadas de los puntos de la directriz mecánica, y luego se selecciona el valor máximo de e_2^I entre los encontrados, éste definirá el estado límite último del soporte para el axil estudiado y por lo tanto el punto del diagrama de interacción buscado.

Siguiendo este procedimiento se han desarrollado dos programas de ordenador utilizando el Método de la Columna - Modelo y el de la Deformada Senoidal, cuyos listados se adjuntan en los Apéndices 3 y 4 respectivamente.

Con estos programas se han obtenido los diagramas de interacción que se presentan en las figuras 1.4.3, 1.4.4., 1.4.7, 1.4.8, 1.4.11 y 1.4.12, correspondientes a un soporte de sección rectangular con armadura simétrica en caras opuestas, con esbeltez $\lambda = 20$, con cuantía mecánica creciente de 0 a 1, de 0,1 en 0,1 y para distintas relaciones de excentricidades en las articulaciones. Cada pareja de figuras corresponde a un mismo soporte; la primera representa diagramas de interacción obtenidos por el Método de la Deformada Sinoidal y la segunda diagramas obtenidos por el Método de la Columna Modelo.

Las primeras dos figuras corresponden a una relación $e_1^I/e_2^I = 1$, la segunda pareja a $e_1^I/e_2^I = 0$ y la tercera a $e_1^I/e_2^I = -1$.

En la figura 1.4.1 se analiza la obtención del punto de axil $\nu = -0,6$ y para una cuantía mecánica $\varphi = 0,5$ de los diagramas de las figuras 1.4.3 y 1.4.4.

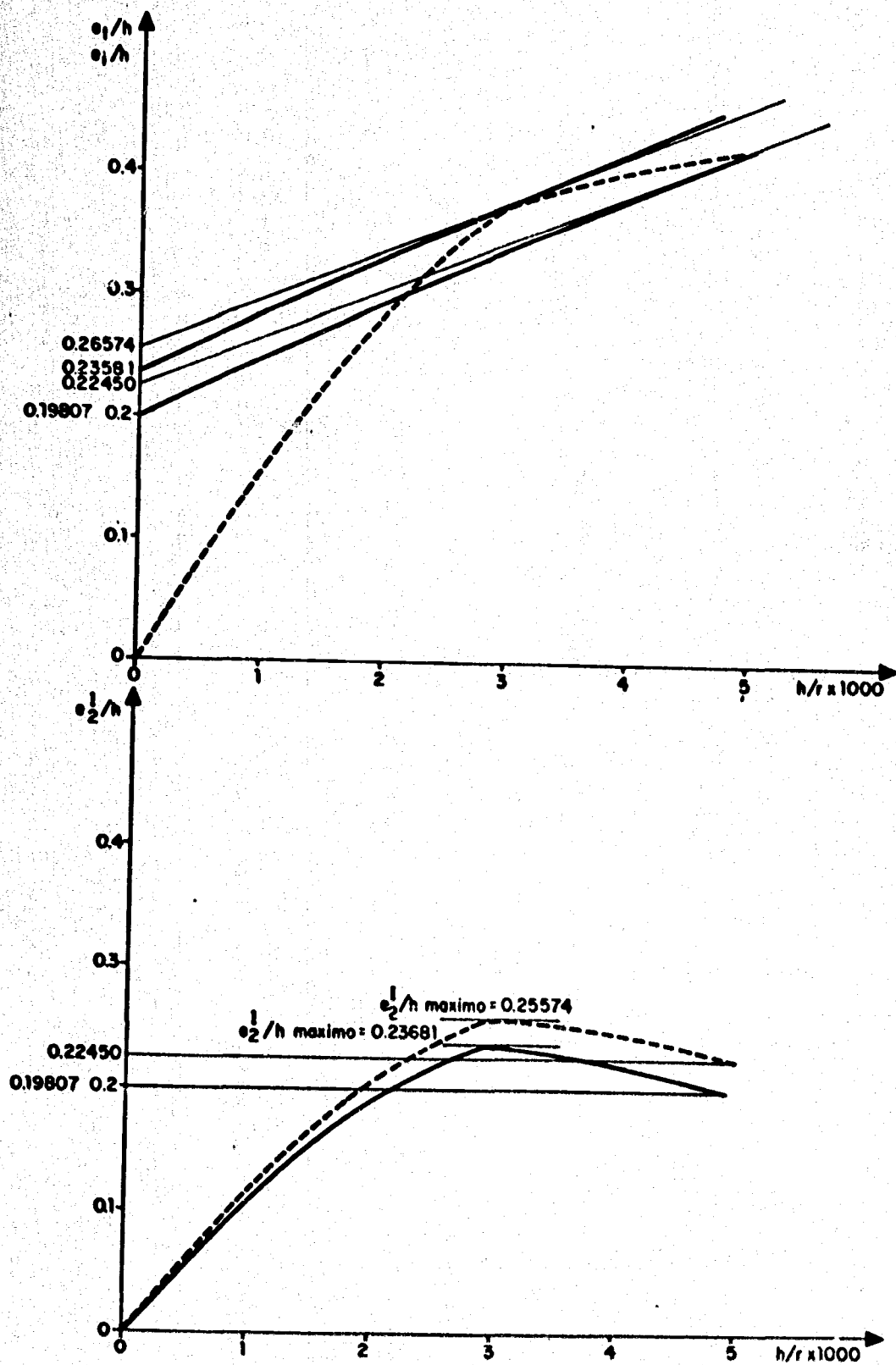


Fig. 1.4.1 Obtención de un punto del diagrama de interacción ($\nu = -0.6, \omega = 0.5, e_1^1/e_2^1 = 1$) --- Metodo columna modelo — Metodo deformada senoidal.

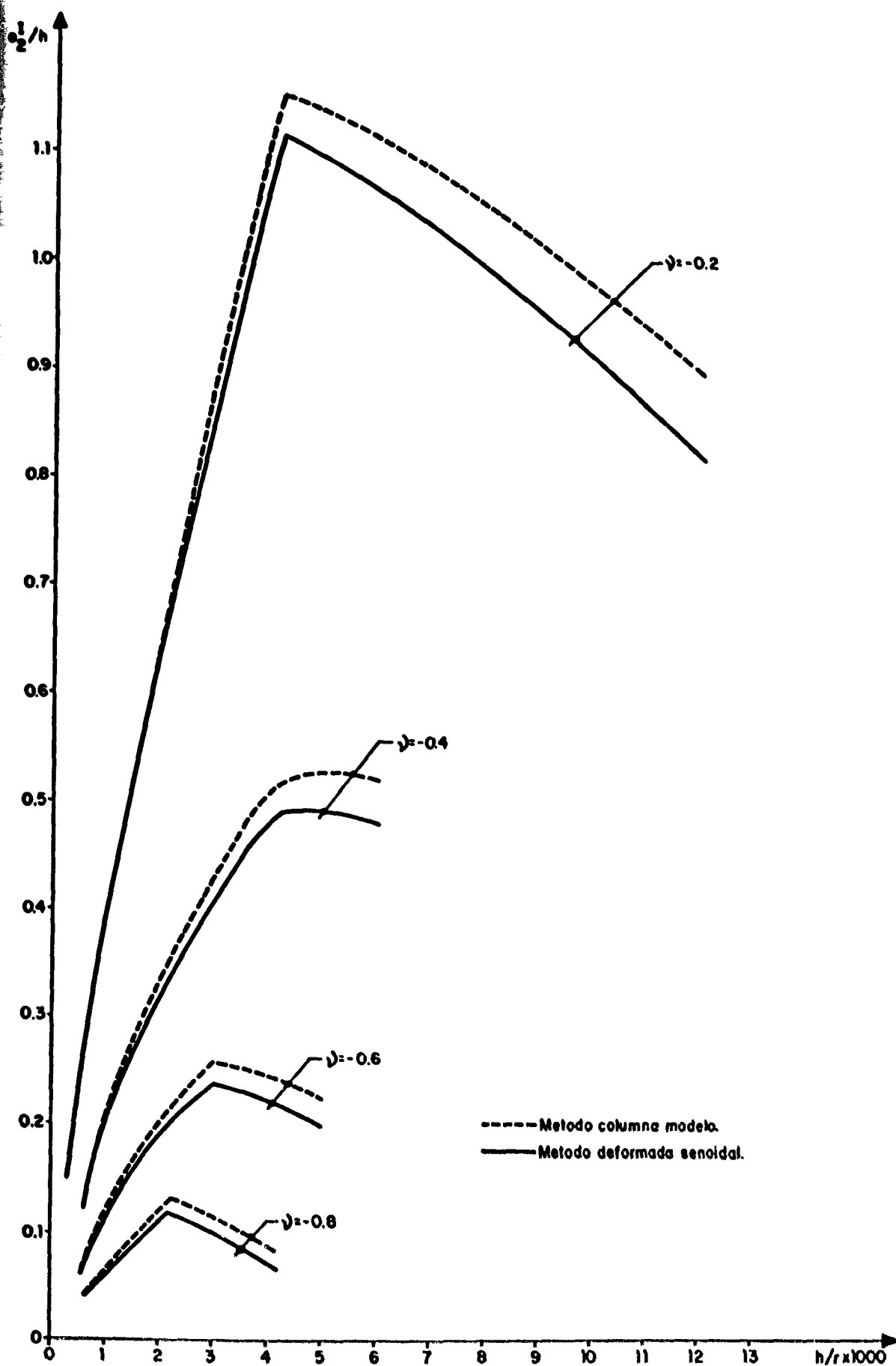


Fig.1.4.2 Curvas $e_2/h-h/r$ utilizadas para la obtención de los diagramas de intersección de las figuras 1.4.3 y 1.4.5 para $\omega=0.5$.

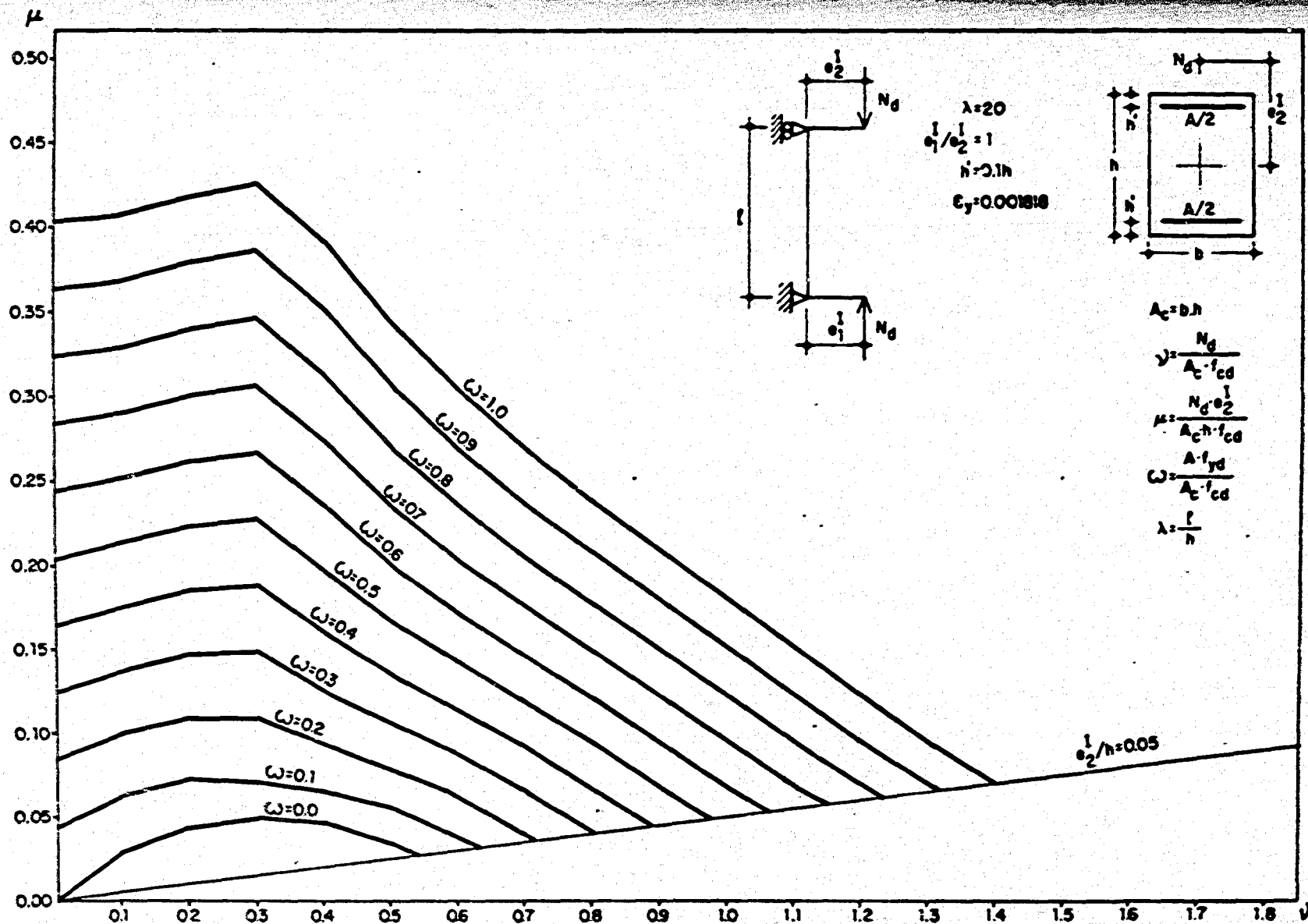


Fig1.4.3 Diagramas de interacción adimensionales para soportes esbeltos metodo deformado senoidal

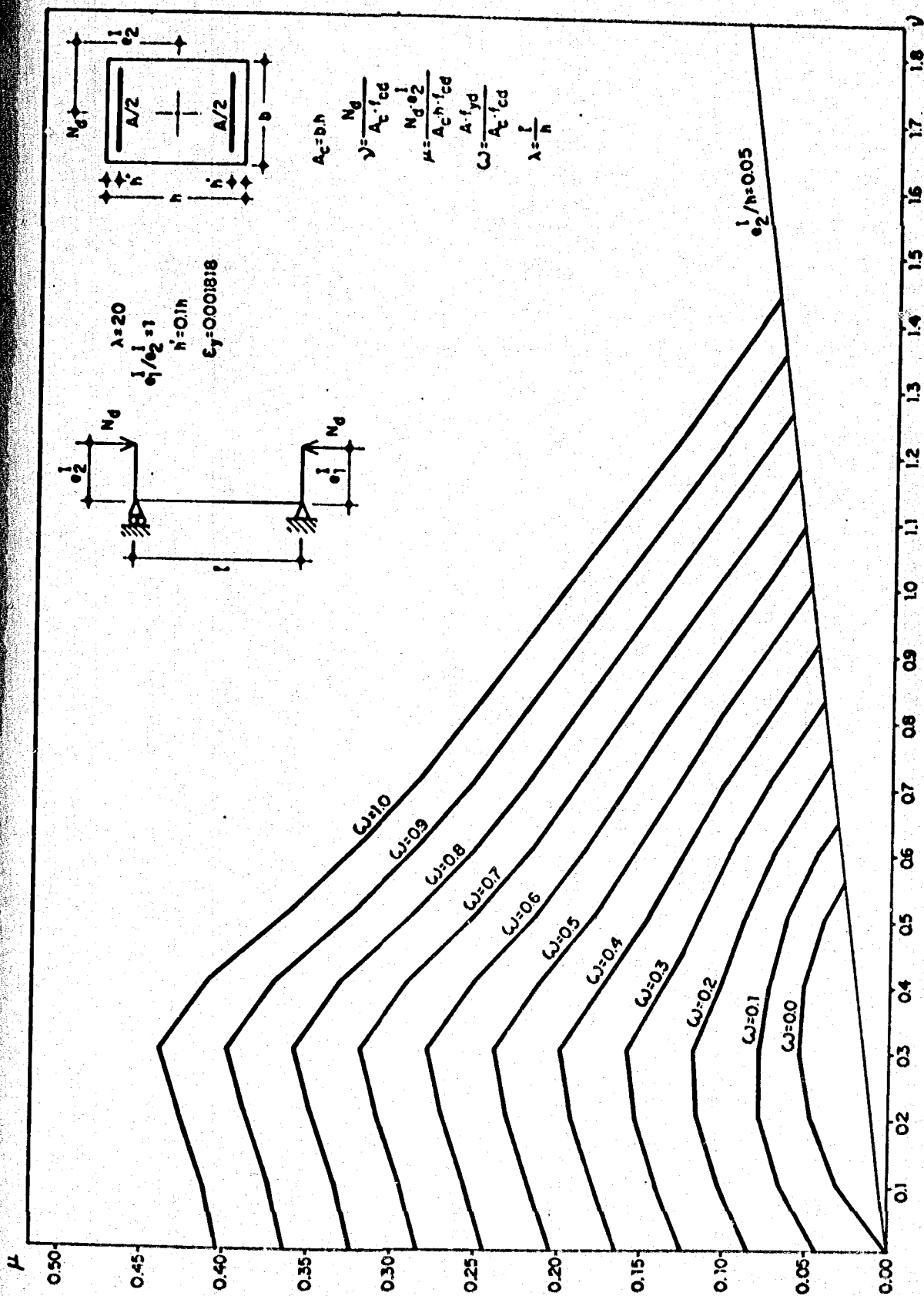


Fig.1.4.4 Diagramas de interacción adimensionales para soportes esbeltos método columna modelo.

En la parte superior de la figura se ha representado la directriz mecánica obtenida mediante el programa del - Apéndice 1. Utilizando las coordenadas de esta directriz y reemplazándolas en las ecuaciones (1.3.4) y (1.3.12) - se ha determinado, para cada punto, el valor de e_2^I/h que define la directriz geométrica que se intersecta con la mecánica en ese punto.

Los valores de e_2^I/h obtenidos, se han representado en - las curvas de la parte inferior en función h/r de la - sección crítica. Se recuerda que la directriz geométrica representa la relación entre la excentricidad y la curva tura de la sección más solicitada. Las curvas $e_2^I/h - h/r$ dibujadas representan la excentricidad de la articulación con mayor excentricidad que define una directriz geométri ca para la que se obtiene un estado de equilibrio con una curvatura en la sección crítica que es h/r . Se ha elegido esta forma de representación no por el significado físico de la misma, sino para establecer una relación entre los dos gráficos dibujados.

Las dos curvas $e_2^I/h - h/r$ corresponden una al Método de la Columna Modelo y otra al de la Deformada Sinoidal.

Como puede observarse, en este caso, las curvas - $e_2^I/h - h/r$ tienen dos ramas, una ascendente y otra descendente, que se unen en el punto de e_2^I/h máximo.

En la parte superior de la figura, se han representado - junto con la directriz mecánica las directrices geométri cas de los dos métodos utilizados correspondientes al va lor máximo de e_2^I/h .

Tal como se ha dicho, el valor de e_2^I/h máximo define el estado límite último para el axil estudiado, que en este caso es el estado límite último de inestabilidad.

Como se ve, las directrices geométricas son tangentes a la mecánica lo que representa que el estado de equilibrio correspondiente es un estado de equilibrio inestable, es decir, cualquier excentricidad mayor que e_2^I/h corresponde a una directriz geométrica que no se corta con la mecánica y para la que los momentos exteriores son siempre mayores que los interiores desarrollados en la sección crítica.

Se puede observar asimismo la diferencia entre las directrices definidas por el Método de la Columna Modelo y el de la Deformada Senoidal, comentada en el apartado anterior.

También se han dibujado junto con la directriz mecánica las directrices geométricas cuyo punto de intersección corresponde al estado de agotamiento de la sección, es decir, cuyo punto de intersección es el último de la directriz mecánica.

Como puede apreciarse, estas directrices geométricas cortan a la mecánica en dos puntos; uno, el de menor curvatura, de equilibrio estable y otro de equilibrio inestable. El primer punto está representado en la rama ascendente de las curvas $e_2^I/h - h/r$ y el segundo en la rama descendente.

De esta forma se deduce que la rama ascendente de las curvas $e_2^I/h - h/r$ corresponde a situaciones de equilibrio estable y la rama descendente a situaciones de equilibrio inestable.

Finalmente, en la figura 1.4.2 se han representado sólo las curvas $e_2^I/h - h/r$ correspondientes a distintos axiles, según los dos métodos utilizados y para una cuantía mecánica $\omega = 0,5$.

Como se observa, todas las curvas son del tipo de la discutida anteriormente, es decir, para estos axiles el soporte siempre alcanza un estado límite último de inestabilidad.

La forma diferente de estas curvas depende de la forma de la directriz mecánica (ver figuras 1.2.8, 1.2.9 y 1.2.10) que varía con el axil.

Para utilizar con éxito el método descrito la directriz mecánica debe estar definida por muchos puntos y deben - además, considerarse especialmente puntos significativos como los indicados en el apartado 1.2, ya que generalmente, en ellos se da el estado límite último. Sobre este particular, que constituye uno de los pilares del método propuesto se presenta una discusión detallada en el Capítulo 2.

Las figuras 1.4.5 y 1.4.6 tienen el mismo significado que las 1.4.1 y 1.4.2 descritas, sólo que se refieren a los diagramas de interacción de las figuras 1.4.7 y 1.4.8 -

que corresponden a relaciones de excentricidades en las articulaciones $e_1^I/e_2^I = 0$.

Tal como se ha explicado en el apartado anterior, para este tipo de soportes con $e_1^I/e_2^I \neq 1$, la directriz geométrica está definida por dos tramos.

En la figura 1.4.5, para axil $\nu = -0,6$, se observa que existe un tramo de la curva $e_2^I/h - h/r$ en el que los resultados del Método de la Columna Modelo y los del Método de la Deformada Sinoidal coinciden y este tramo también coincide con la directriz mecánica.

Esto es debido a que en estos casos la parte de la directriz geométrica que intersecta a la mecánica es la parte horizontal y significa que el equilibrio se produce para una deformada tal que, la sección crítica es la de la articulación con mayor excentricidad.

Este hecho se puede observar en todas las curvas $e_2^I/h - h/r$ representadas en la figura 1.4.6 aunque la longitud del tramo común es menor a medida que aumenta el axil.

Otra particularidad de esta figura, la constituye las curvas para los axiles $\nu = -0,2$ y $-0,4$ obtenidas con el Método de la Columna Modelo. Estas curvas son siempre crecientes y el valor máximo e_2^I/h corresponde al estado de agotamiento de la sección transversal, es decir, en estos casos el soporte alcanza un estado límite último de agotamiento en la sección crítica.

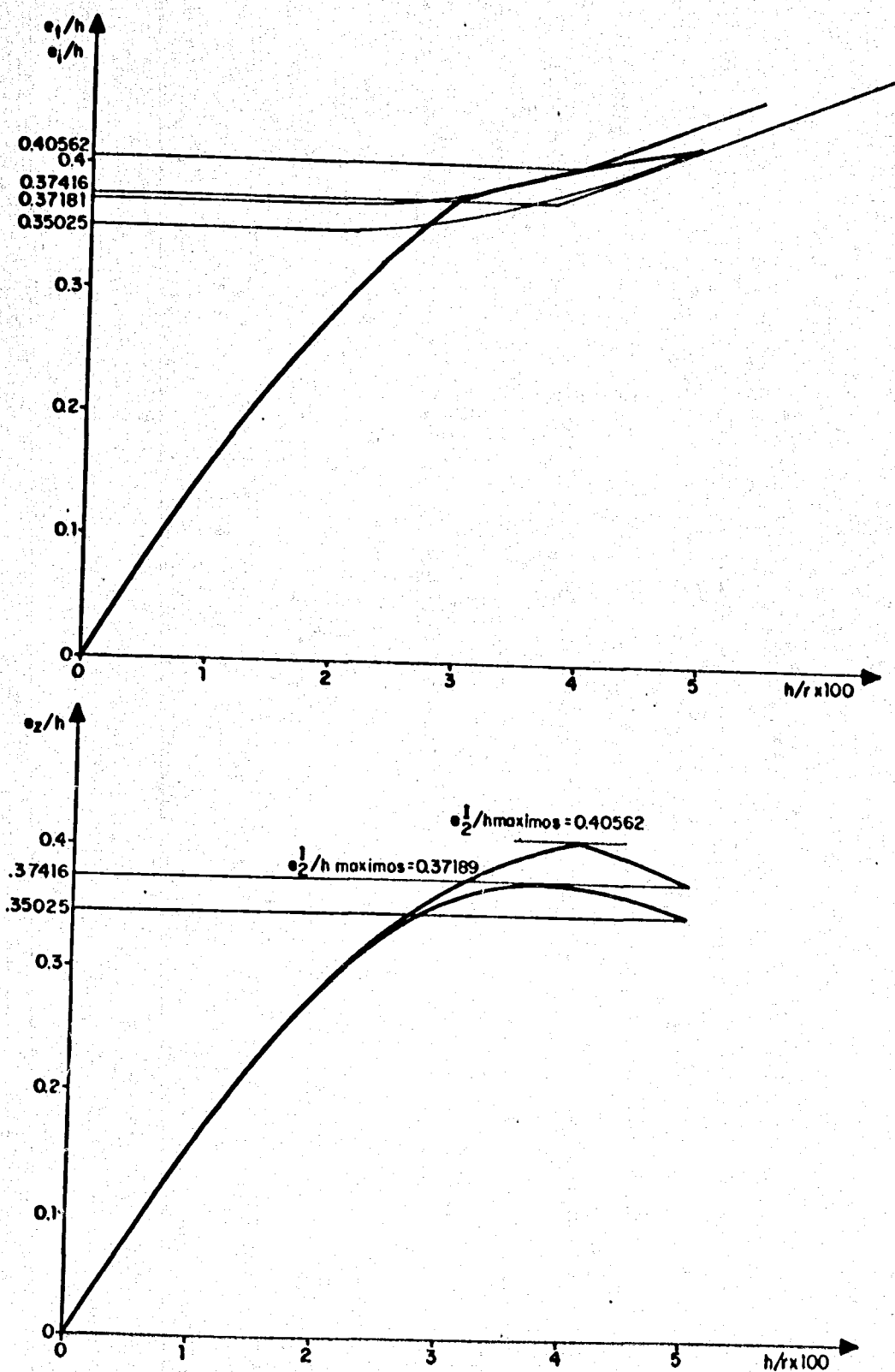


Fig. 1.4.5 Obtencion de un punto del diagrama de Interaccion ($\nu = -0.6, \omega = 0.5, e_1^I/e_2^I = 0$)
 — Metodo columna modelo — Metodo deformada senoidal.

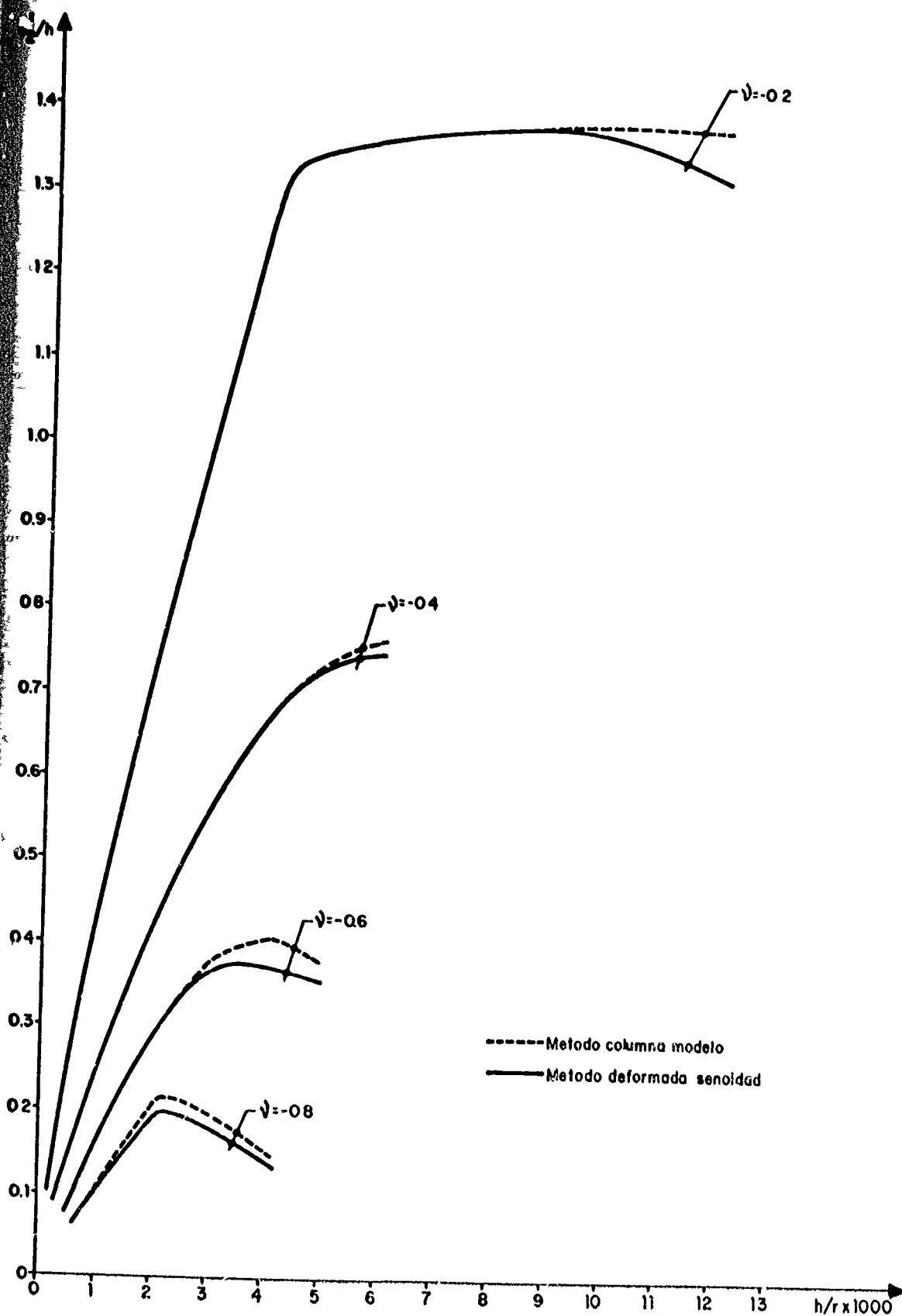


Fig.1.4.6 Curvas $e_2/h-h/r$ utilizadas para la obtencion de los diagramas de interacion de las figuras 1.4.7 y 1.4.8 para $\omega=0.5$.

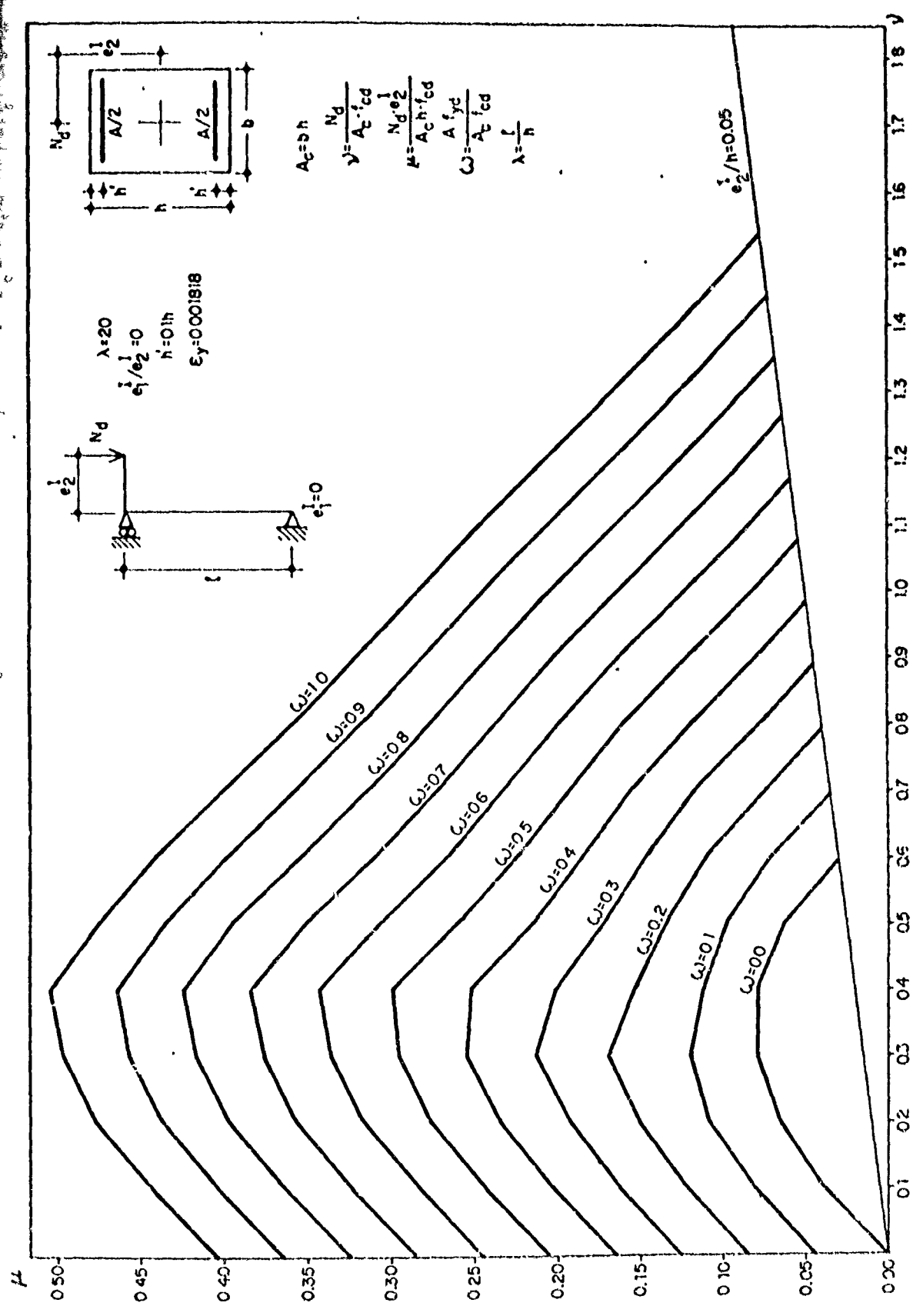


Fig.1.4.7 Diagramas de interacción para soportes esbeltos metodo deformado senoidal.

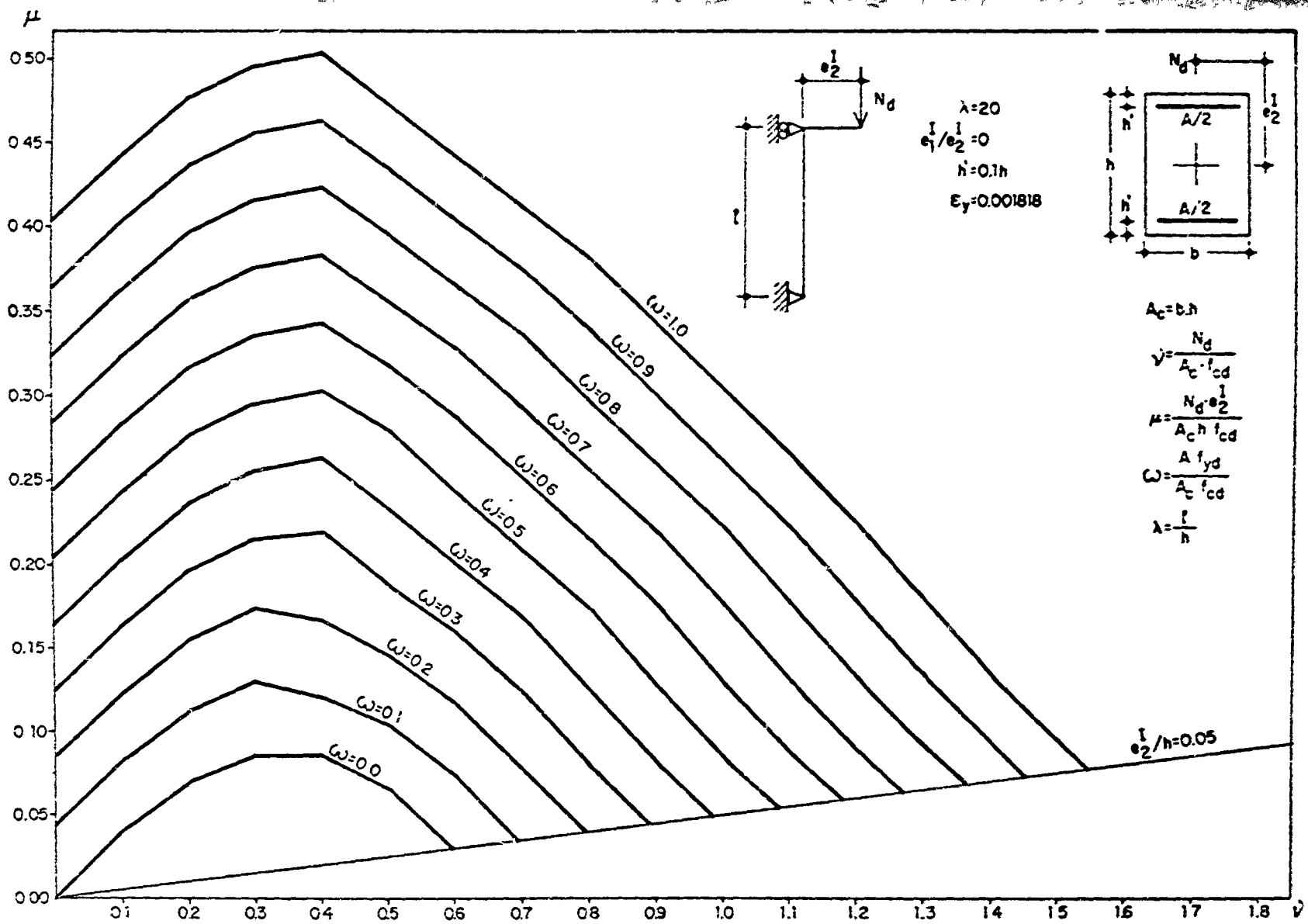


Fig.1 4.8 Diagramas de interacción para soportes esbeltos método columna modelo.

Es necesario notar que el estado límite último de agotamiento de la sección crítica puede producirse de dos maneras distintas. Si la sección crítica es la sección de la articulación con mayor excentricidad, el estado límite queda definido por la intersección del tramo horizontal de la directriz geométrica y la mecánica en su último punto. En este caso la curva $e_2^I/h - h/r$ coincidirá con la directriz mecánica.

Si por el contrario, la sección crítica está entre las articulaciones, el estado límite último de agotamiento estará definido por la intersección del segundo tramo de la directriz geométrica con la mecánica en su último punto y en este caso la excentricidad e_2^I/h correspondiente será menor que la excentricidad del último punto de la directriz mecánica. En otras palabras, se obtendrá una curva $e_2^I/h - h/r$ también siempre creciente que no coincidirá con la directriz mecánica y que sería más aplanada que ésta.

Por último se presentan las figuras 1.4.9 y 1.4.10 para el caso de un soporte con $e_1^I/e_2^I = -1$.

Como puede verse, para todos los axiles analizados excepto $\nu = -0,8$ con el Método de la Columna Modelo, se produce un estado límite último de agotamiento de la sección crítica.

La diferencia entre los resultados de los dos métodos empleados se debe en el caso de soportes con $e_1^I/e_2^I = 1$, a la simplificación del Método de la Columna Modelo. No obs

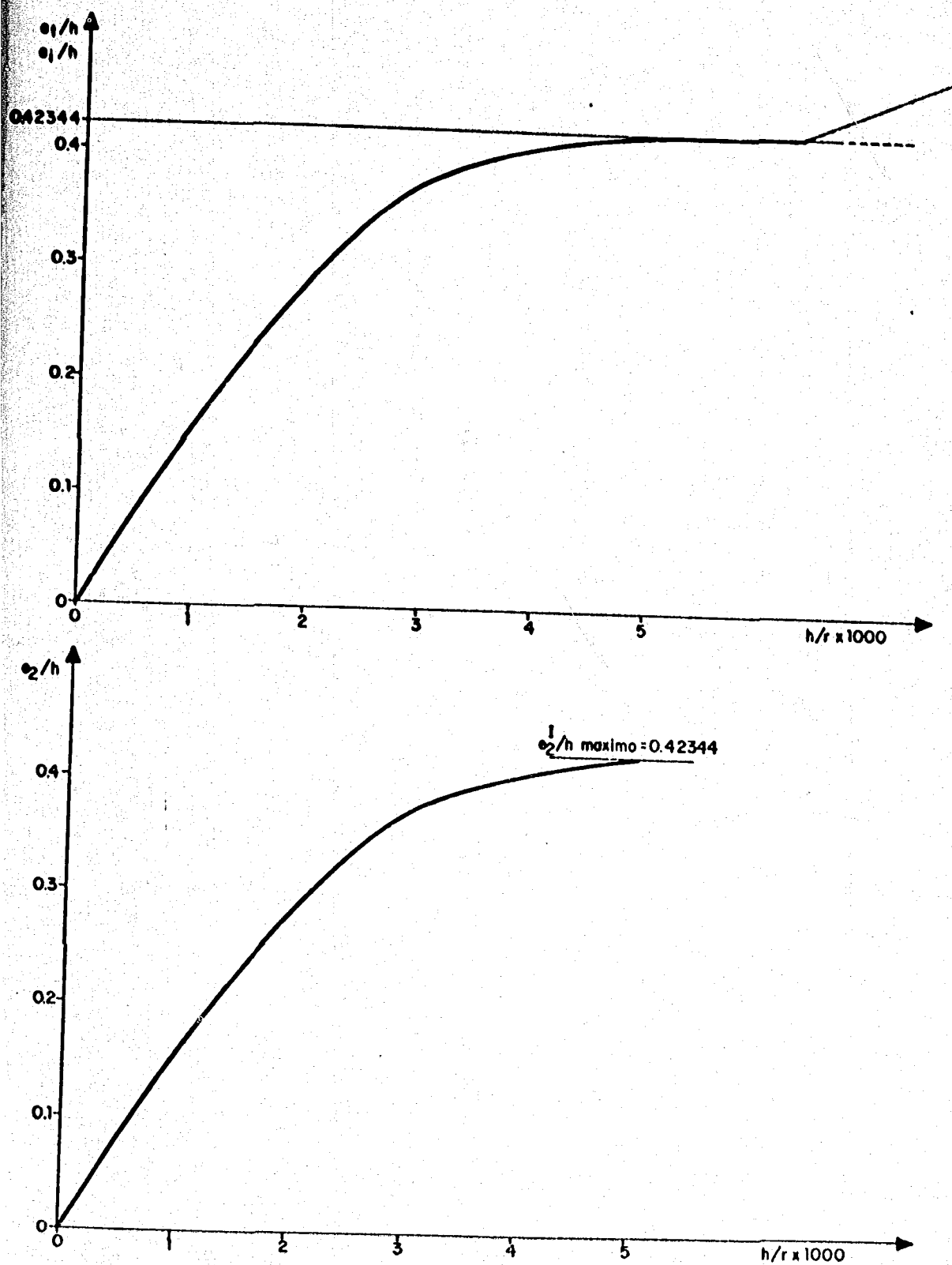


Fig. 1.4.9 Obtencion de un punto del diagrama de interaccion ($\nu = -0.6, \omega = 0.5, e_1^I/e_2^I = -1$) — Metodo columna modelo — Metodo deformada senoidal.

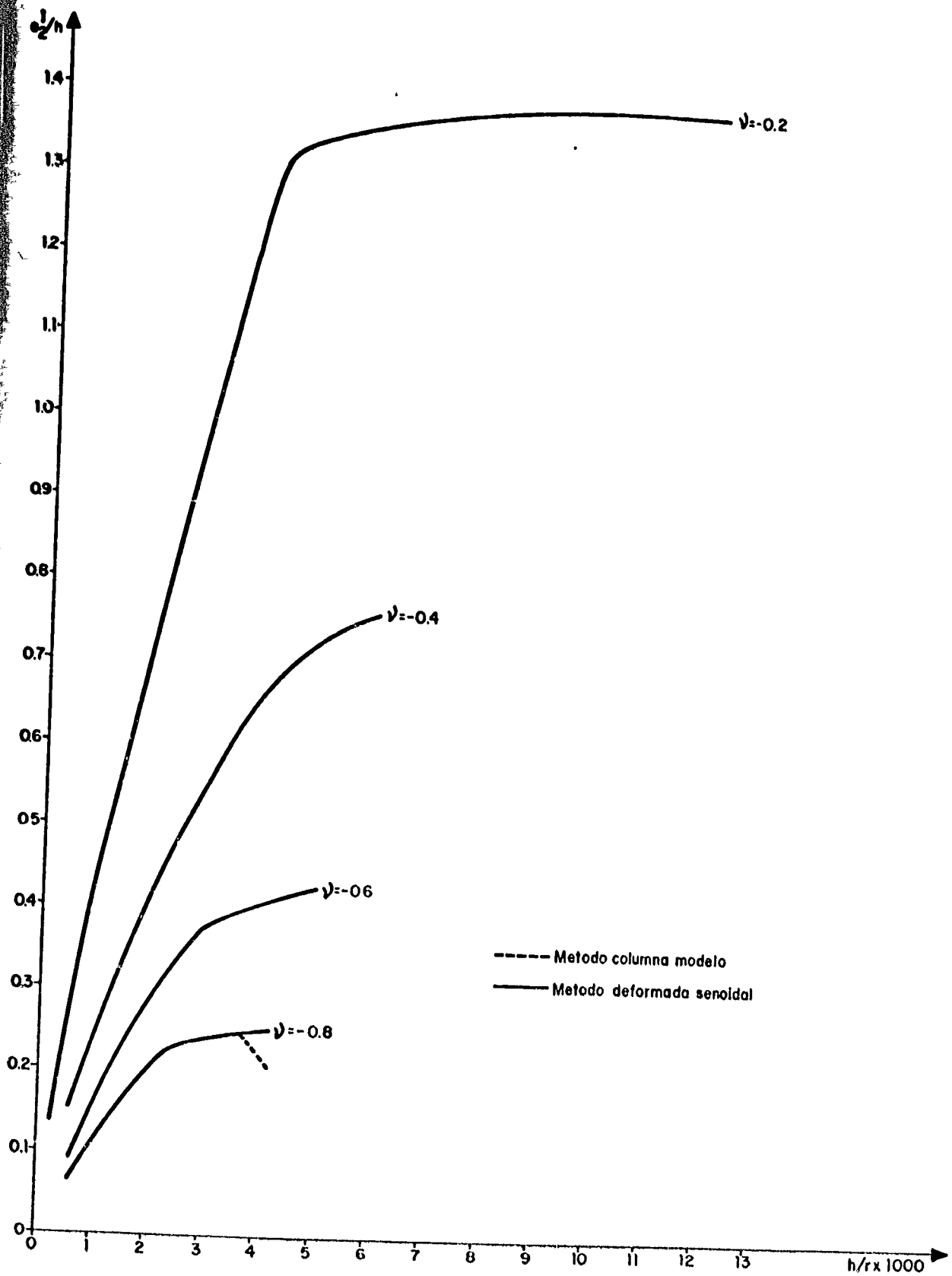


Fig.1.4.10 Curvas $e_2^1/h-h/r$ utilizadas para la obtención de los diagramas de interacción de las figuras 1.4.11 y 1.4.12 para $\omega=0.5$

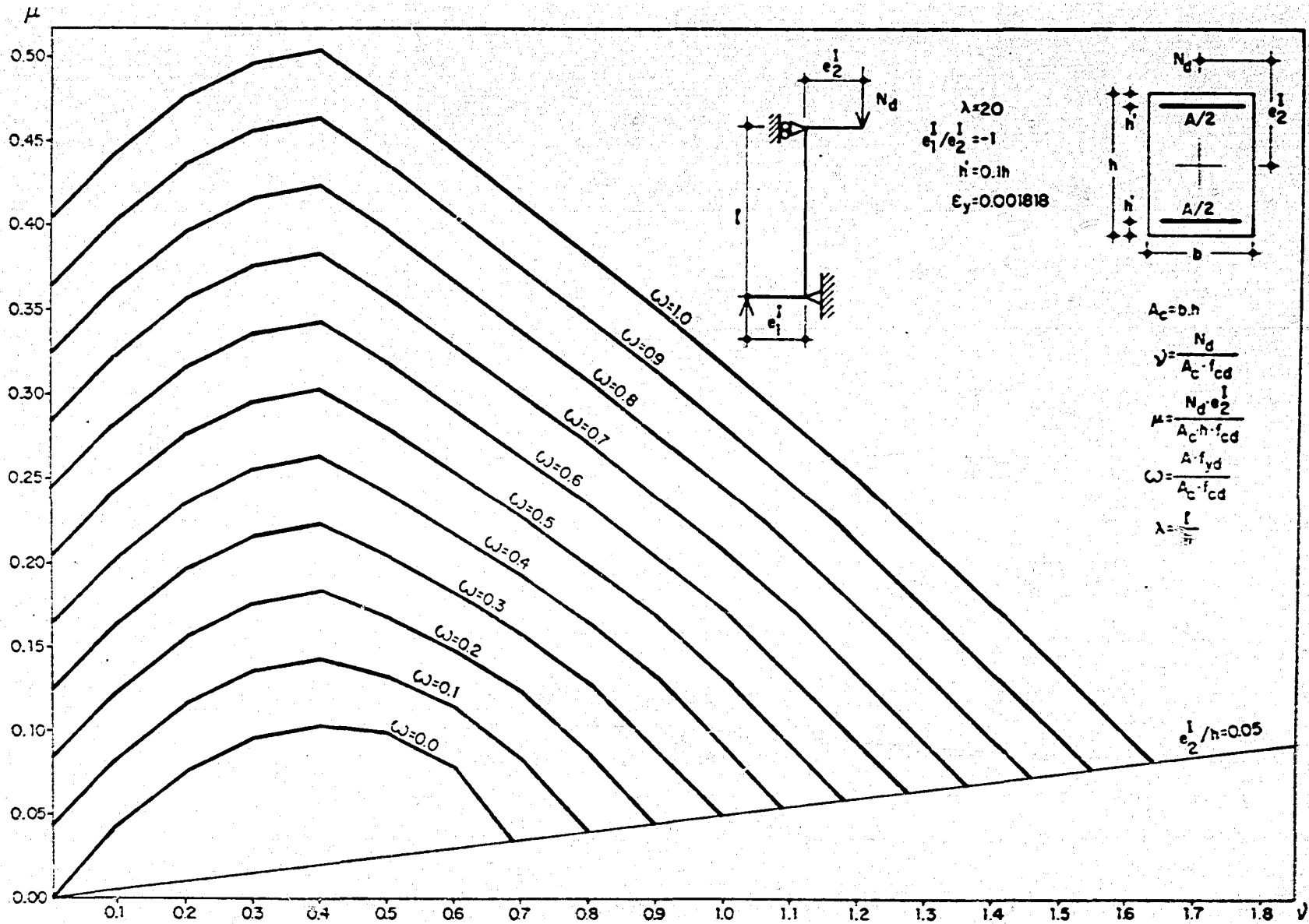


Fig.1.4.11 Diagramas de interacción para soportes esbeltos método deformada sinusoidal

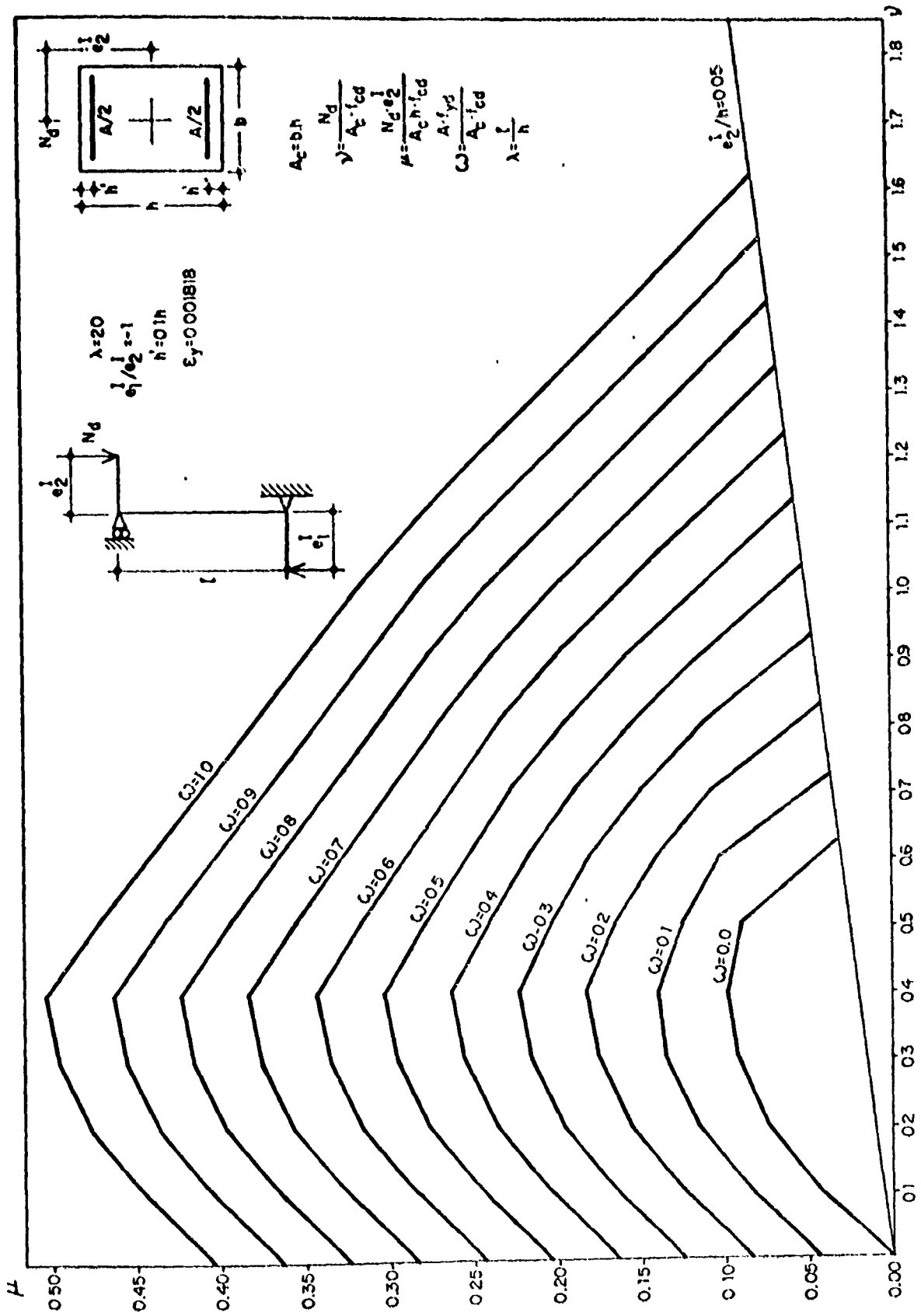


Fig.1.4.12 Diagramas de interacción para soportes esbeltos método columna modelo.

tante se hace notar que en términos de excentricidades máximas las diferencias son pequeñas.

Obtenidos los diagramas de intersección, el dimensionamiento de la sección transversal de un soporte consiste en entrar con el axil y el momento de la articulación - con mayor excentricidad en una figura como la mostrada, que corresponda a las características del soporte a dimensionar, y se determina directamente la cuantía necesaria.

Nótese que cada figura corresponde a una sección con forma, distribución de armadura y características del acero determinadas así como a una esbeltez y a una determinada relación de excentricidades.

Por otra parte, para diferentes características las figuras suelen ser muy distintas con lo que se hacen difíciles las interpolaciones.

Disponiendo de ordenador y plotter, es posible que un proyectista pueda desarrollar una colección de acuerdo con sus necesidades aunque deba afrontar un proceso de cálculo laborioso y más o menos lento dependiendo de las características del sistema que use y del programa que se haga.

De no ser así, es realmente inviable producir una colección de diagramas mínimamente general por las razones comentadas.

Por otra parte, con colecciones incompletas donde se ha-

ce imprescindible interpolar se pueden cometer errores importantes.

Otro método, del tipo de los diagramas de interacción - pero menos preciso, son los ábacos y tablas de Kordina-Quast (30).

Con ellos también se obtiene directamente la cuantía pe ro tienen el inconveniente que para reducir el número de nomogramas se usan hipótesis simplificadas que disminu-- yen la precisión de los mismos así como no se tienen en cuenta algunas variables importantes.

1.4.2.- Fórmulas simplificadas

Es interesante aclarar, en primer lugar, que las fórmu- las simplificadas que se discuten a continuación no cons- tituyen un medio directo de dimensionamiento, es decir, no se puede obtener directamente la cuantía tal como ocu- rre con los diagramas de interacción, sino que sólo per- miten transformar el problema de los soportes esbeltos - en un problema de soportes cortos.

En otras palabras, con las fórmulas existentes se obtie- nen unos esfuerzos de dimensionamiento a partir de los - de primer orden, que más o menos tienen en cuenta los - problemas de soportes esbeltos discutidos, y con ellos - se dimensiona la sección del soporte como si fuese un so- porte corto, es decir, utilizando diagramas de intera- cción u otros medios desarrollados para la resolución de este problema.

En general, las fórmulas afectan al momento de primer or

den transformándolo para tener en cuenta los efectos no lineales y de segundo orden en el dimensionamiento.

Todas estas fórmulas han sido deducidas para soportes biarticulados con excentricidades iguales en los extremos, tal como el Método de la Columna Modelo, y en la generalidad de los casos se han adoptado posteriores simplificaciones, del tipo de las discutidas en el Método de la Columna Modelo, para tener en cuenta el caso de soportes con excentricidades diferentes en las articulaciones.

A los efectos de presentar y discutir las fórmulas más divulgadas y utilizadas en los diferentes códigos se ha establecido la siguiente clasificación:

- a) Método de la Excentricidad o Momento Complementario.
- b) Método de la Magnificación del Momento.
- c) Método de la Excentricidad Ficticia.

A pesar que los métodos a) y b) tienen el mismo origen, se ha preferido presentarlos separadamente ya que están formulados en términos diferentes.

1.4.1.1.- Método de la Excentricidad o Momento Complementario

Este método, propuesto en las Recomendaciones CEB/FIP de 1970 (19), fue deducido considerando las mismas hipótesis que en el Método de la Columna Modelo.

El procedimiento consiste en evaluar la deformación transversal de la sección crítica, utilizando para ello la ecuación (1.3.4) del Método de la Columna Modelo, y luego dimensionar la sección del soporte como si fuese un soporte corto utilizando como esfuerzos de diseño el axil dado y un momento que resulta de la suma del de primer orden más el momento debido a la deformación transversal de la sección crítica calculada, llamado Momento Complementario y definido como sigue:

$$M_c = N \cdot e^{II} = N \frac{1}{r} \frac{1^2}{10} \quad \text{ec. (1.4.1)}$$

para la curvatura fue propuesta la siguiente expresión:

$$N < 0,5 N_b \quad \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_y}{h} - \frac{1}{50.000 h^2} \quad \text{ec. (1.4.2)}$$

$$N > 0,5 N_b \quad \frac{1}{r} = \left(\frac{\epsilon_c + \epsilon_y}{h} - \frac{1}{50.000 h^2} \right) \frac{N_b}{2 N} \quad \text{ec. (1.4.3.)}$$

donde N_b es el axil resistido por el hormigón, ϵ_c es la deformación de agotamiento del hormigón a flexión (0,003) y ϵ_y es la deformación del límite elástico del acero.

Desde un punto de vista estricto, el procedimiento propuesto sería válido sólo para soportes en los que el fallo se produce por agotamiento de la sección crítica y siempre que fuese posible conocer la expresión de las curvaturas de agotamiento.

Si se observa la figura 1.4.2, donde se han representado las curvas $e_2^I/h - h/r$ de soportes cargados con excentricidades iguales en los extremos y para diferentes axiles, se puede ver que siempre el fallo se produce por el estado límite último de inestabilidad. Sólo para esbelteces muy bajas se suele presentar la rotura por agotamiento de la sección crítica en este tipo de sopores tes.

Aún en los casos en que se produce la rotura por agotamiento de la sección crítica sería necesario conocer el valor de la curvatura de agotamiento de una sección de la que no se conoce el dimensionamiento, para poder evaluar correctamente el Momento Complementario.

Si por el contrario, se pudiera conocer (aunque resulta imposible a priori) la curvatura para la que se produce el estado límite de la inestabilidad, y por lo tanto se pudiera obtener el valor exacto de la deformada de la sección transversal en ese estado, este valor no resultaría una referencia de diseño ya que no se puede dimensionar una sección en agotamiento, teniendo en cuenta los esfuerzos que producen un estado de equilibrio inestable en el soporte.

La expresión de curvatura propuesta en las ecuaciones (1.4.2) y (1.4.3.) resulta una expresión simple pero sin significado físico concreto respecto al método, es decir, no representa ni la curvatura de agotamiento ni la curvatura para la que se produce el estado de equilibrio inestable.

El primer término de la ecuación (1.4.2) corresponde a la curvatura de la sección cuando el plano de deformaciones pasa por la deformación del límite elástico (ϵ_y) de la capa de acero más traccionado y la deformación máxima del hormigón en la fibra más comprimida, corregida por un factor que depende de la esbeltez y que tiene poco peso para esbelteces normales.

Para axiles grandes, la curvatura anterior, que no es válida porque siempre resulta mayor que la de agotamiento, se corrige con un factor que depende del axil.

En definitiva, el momento complementario representa un medio aproximado y simple para el dimensionamiento de soportes esbeltos, pero no tiene el significado físico que se le asigna.

A pesar de lo comentado, ha sido un procedimiento frecuentemente utilizado e incluido como método de diseño en diferentes normas.

El código inglés CP110 (20) es uno de los que recoge este procedimiento con una fórmula para el Momento Complementario ligeramente diferente a la anterior

$$M_c = \frac{N h}{1.750} \left(\frac{1}{h} \right)^2 (1 - 0.0035 \frac{1}{h}) \quad \text{cc. (1.4.4)}$$

Esta fórmula ha sido propuesta en un estudio realizado por Cranston y publicado por la Cement and Concrete Association (25).

En este caso c^{II} sólo depende de la esbeltez geométrica, lo que significa que dado un soporte con una esbeltez determinada la deformación de la sección crítica a los efectos del diseño es la misma para cualquier axil y cualquier excentricidad inicial.

Respecto al caso de soportes con excentricidades diferentes en las articulaciones se propone que el dimensionamiento se realice con una excentricidad inicial equivalente, definida como en el Método de la Columna Modelo, y si el momento de diseño obtenido resulta menor que el de primer orden de la articulación con mayor excentricidad se indica que el dimensionamiento debe realizarse con los esfuerzos de primer orden de esta sección.

Con objeto de poder comparar los resultados, se ha desarrollado un programa de ordenador para obtener diagramas de interacción adimensionales según el método propuesto en el CP110, cuyo listado se adjunta en el Apéndice 5.

En las figuras 1.4.13, 1.4.14 y 1.4.15 se muestran los resultados obtenidos por el Método de la Columna Modelo y los obtenidos usando el procedimiento del CP110 para los soportes indicados en las figuras.

Como puede verse, el método se ajusta relativamente bien para axiles pequeños en los tres tipos de c_1^I/c_2^I estudiados, aunque quedando del lado de la inseguridad en algunos casos respecto a los resultados del Método de la Columna Modelo.

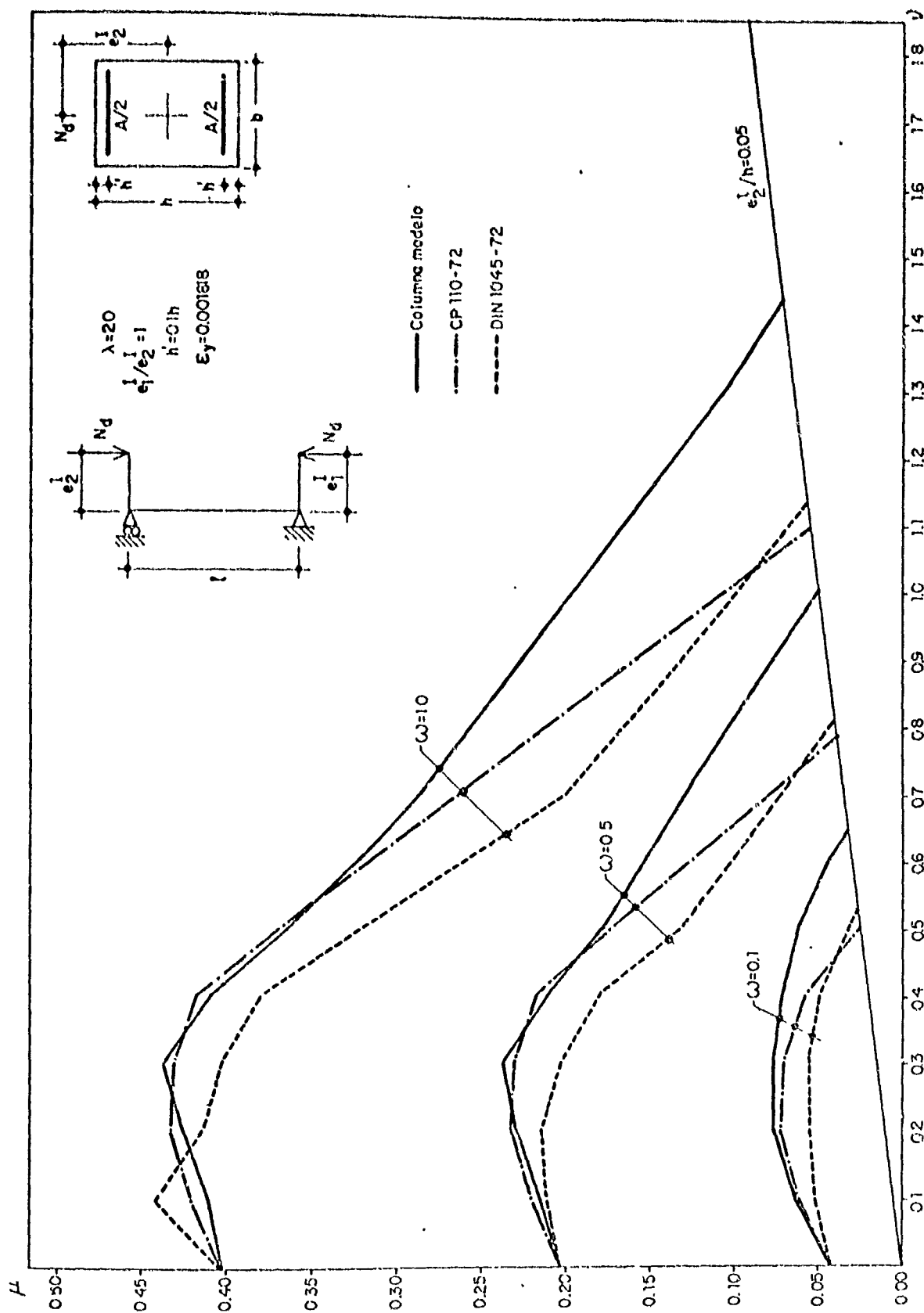


Fig. 1.4.13 Comparación método columna modelo, CP 110-72 y DIN 1045-72.

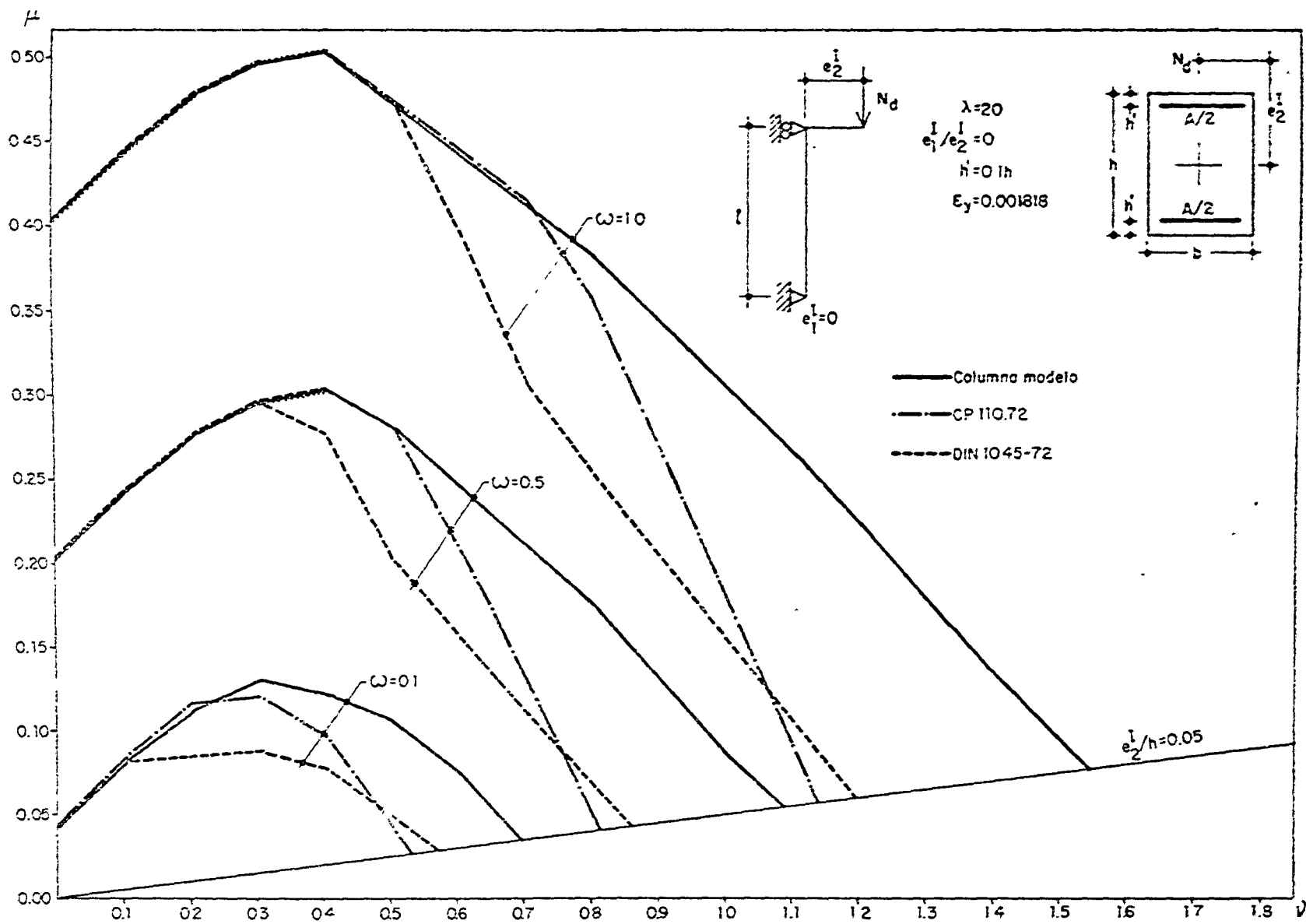


Fig.1.4.14 Comparación metodo columna modelo, CP 110-72 y DIN 1045-72.

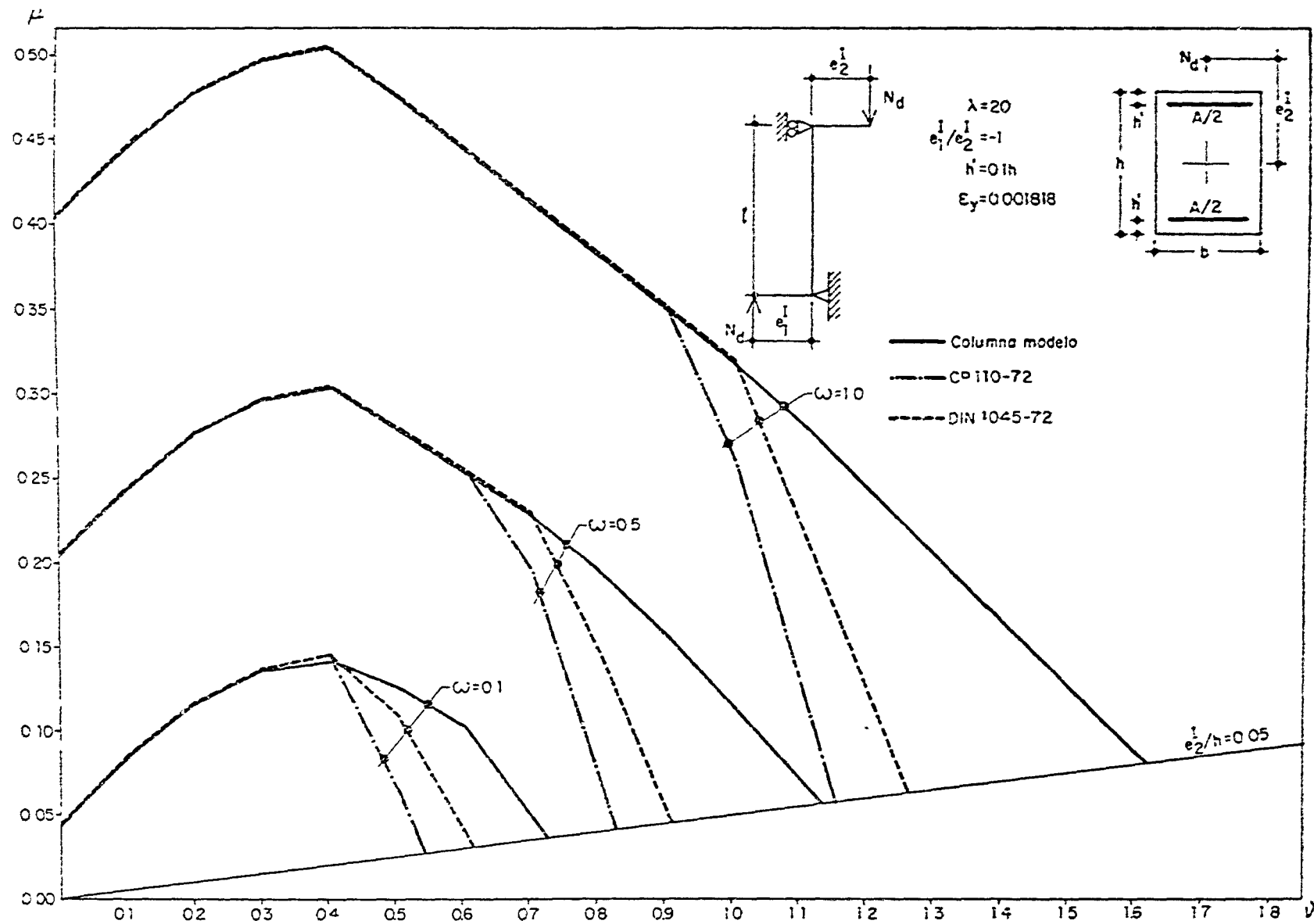


Fig 1.4.15 Comparación método columna modelo, CP 110-72 y DIN 1045-72.

Para axiles grandes, las fórmulas conducen a resultados muy conservadores.

La norma alemana DIN-1045 (19) propone un procedimiento equivalente a los discutidos, sólo que define una Excentricidad Complementaria en vez del Momento Complementario.

Las fórmulas propuestas son (19,30):

$$0 < e^I/h \leq 0,3: \frac{c^{II}}{h} = \frac{\lambda_m^{-20}}{100} \quad 0,10 + \frac{e^I}{h} \not\leq 0 \quad \text{ec. (1.4.5)}$$

$$0,3 < e^I/h \leq 2,5: \frac{c^{II}}{h} = \frac{\lambda_m^{-20}}{160} \not\leq 0 \quad \text{ec. (1.4.6)}$$

$$2,5 < e^I/h \leq 3,5: \frac{c^{II}}{h} = \frac{\lambda_m^{-20}}{160} \left(3,5 - \frac{e^I}{h}\right) \not\leq 0 \quad \text{ec. (1.4.7)}$$

$$e^I/h > 3,5: \frac{c^{II}}{h} = 0 \quad \text{ec. (1.4.8)}$$

donde λ_m es la esbeltez mecánica ($1/i$) e i es el radio de giro de la sección de hormigón sin fisurar. Para secciones rectangulares las expresiones anteriores pueden escribirse en función de la esbeltez geométrica sustituyendo λ_m por 3.464λ .

Las fórmulas propuestas sólo son válidas para esbelteces $\lambda_m \leq 70$ que en términos de esbelteces geométricas equivaldría a $\lambda \leq 20$ aproximadamente.

En este caso la Excentricidad Complementaria depende de la esbeltez y de la excentricidad de primer orden.

Respecto al caso de soportes con excentricidades diferentes en las articulaciones, la norma alemana indica - que la comprobación debe realizarse para la mayor excentricidad de primer orden del tercio central del soporte. En otras palabras, para soportes biarticulados lo anterior es equivalente a tomar una excentricidad complementaria definida como sigue:

$$\frac{e_c}{h} = (0,666 + 0,333 \frac{e_1^I}{e_2^I}) \frac{e_2^I}{h} \quad \text{ec. (1.4.9)}$$

También se indica que en caso que la Excentricidad Complementaria más la equivalente resultara inferior a la excentricidad de la articulación con mayor excentricidad, el dimensionamiento debe realizarse utilizando los esfuerzos de primer orden de ésta última.

En las figuras 1.4.13, 1.4.14 y 1.4.15 también se muestran los diagramas de interacción obtenidos según estas fórmulas por el programa que se adjunta en el Apéndice 6.

Los resultados son casi siempre conservadores respecto a los del Método de la Columna Modelo y a los obtenidos con las fórmulas del CP110. Sin embargo, es interesante hacer notar, que el aire de las curvas es parecido a las del Método de la Columna Modelo para todos los axiles.

En la figura 1.4.13 se puede observar para $\omega = 1,0$, el

efecto que se produce debido a no considerar una excentricidad complementaria para valores de $e^I/h > 3,5$.

1.4.1.2.- Método de la Magnificación del Momento

Este método propone también transformar el momento de primer orden con un coeficiente llamado coeficiente de Magnificación del Momento

$$M_d = N e^I = \frac{N e^I}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad \text{ec. (1.4.10)}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l^2} \quad \text{ec. (1.4.11)}$$

donde N_{cr} representa la carga crítica de Euler y M_d el momento de diseño.

Tal como se ha dicho este método es equivalente al del Momento Complementario propuesto por el CEB; sólo que en este caso el problema de definir una curvatura conveniente se transforma en definir una rigidez $E I$ conveniente. Para ver la analogía de ambos procedimientos se puede seguir el siguiente razonamiento. La ecuación (1.4.10) puede expresarse como:

$$M_d = \left(\frac{N e^I}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right) = N e^I + M_c \quad \text{ec. (1.4.12)}$$

$$M_c = \left(\frac{N_c I}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right) \cdot \frac{N}{N_{cr}} = N_d \frac{N}{N_{cr}} \quad \text{ec. (1.4.13)}$$

Sustituyendo $N_{cr} = \pi^2 E I / l^2$, $1/r = E I$ y $\pi^2 = 10$ resulta

$$M_c = N \frac{1}{r} \frac{l^2}{10} \quad \text{ec. (1.4.14)}$$

que es igual a la ecuación (1.4.1).

El mayor inconveniente de este procedimiento, lo constituye la definición de $E I$. Este valor, al igual que la curvatura de las fórmulas anteriores, depende de la forma, distribución de armadura y cuantía de la sección transversal, de la esbeltez, tipo de carga, distribución de excentricidades, etc.

Este procedimiento es el recogido por la norma americana (20) y la norma soviética (31, 32, 33).

A los efectos de dimensionamiento, la norma americana propone como valor de $E I$ el siguiente (34):

$$E I = \frac{E_c I_g}{2,5} \quad \text{ec. (1.4.15)}$$

donde E_c es el módulo de elasticidad del hormigón e I_g es el momento de inercia de la sección no fisurada.

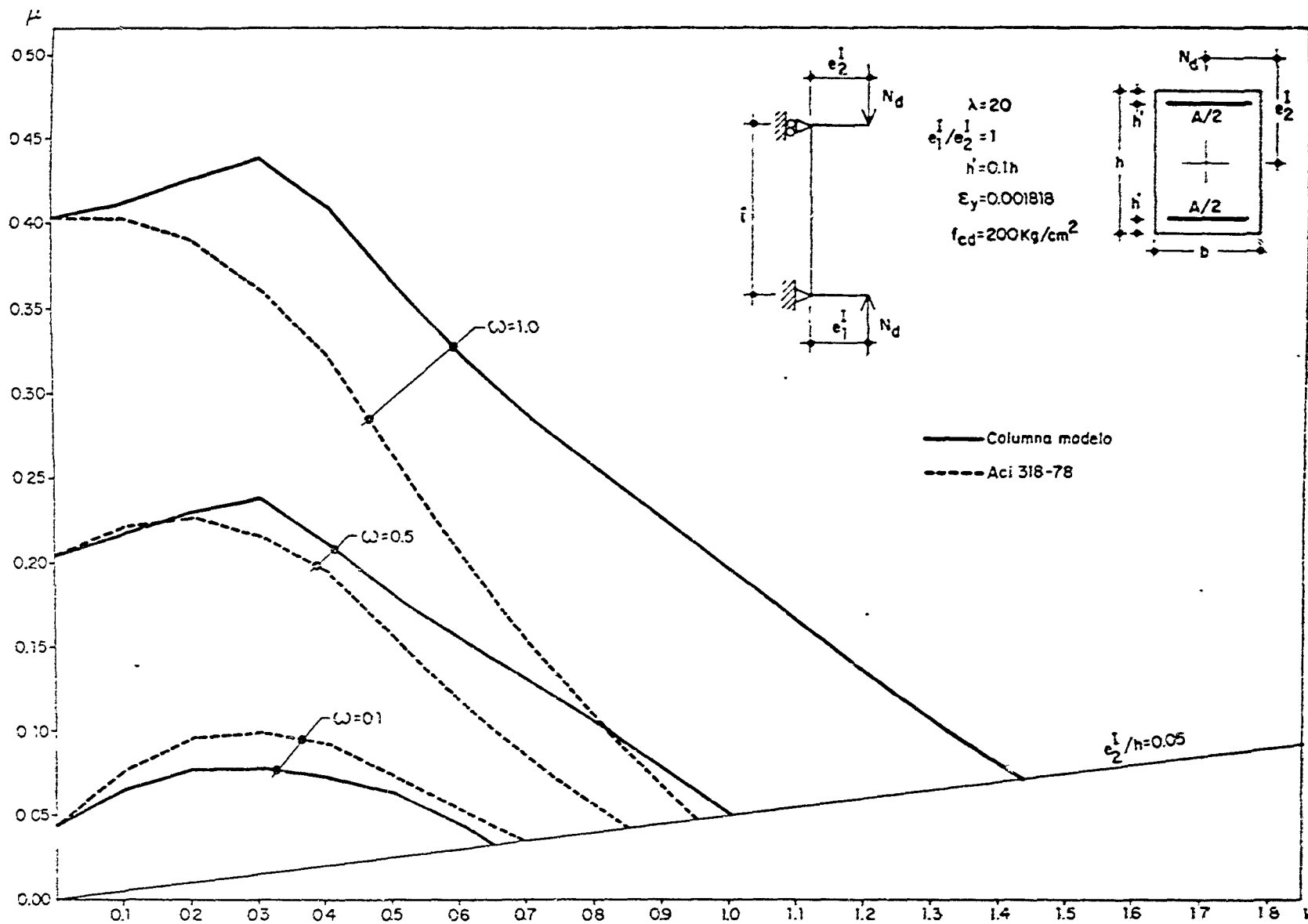


Fig.1.4.16 Comparación metodo columna modelo y Aci 318-78.

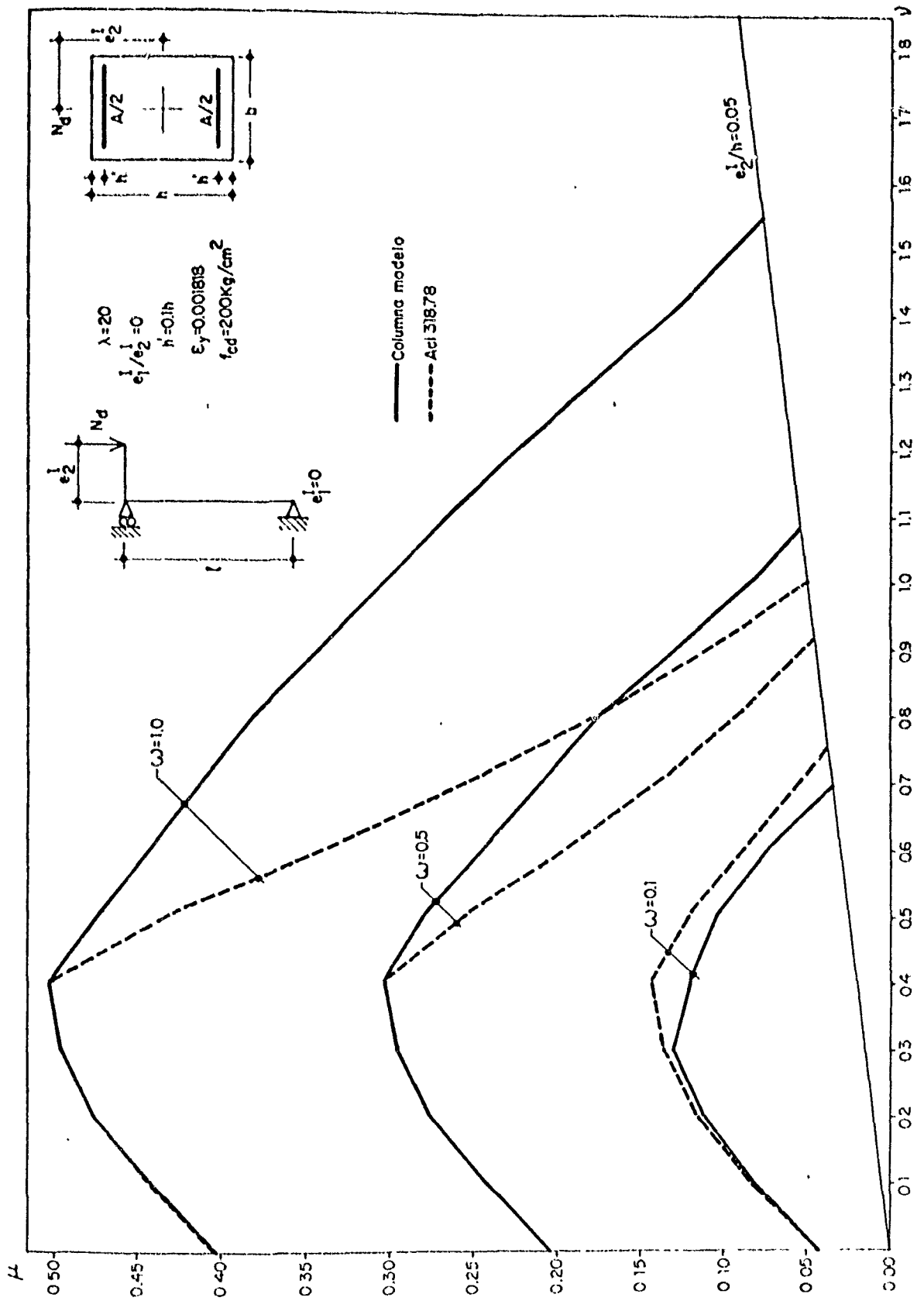


Fig.1.4.17 Comparación metodo columna modelo - Aci 318-78.

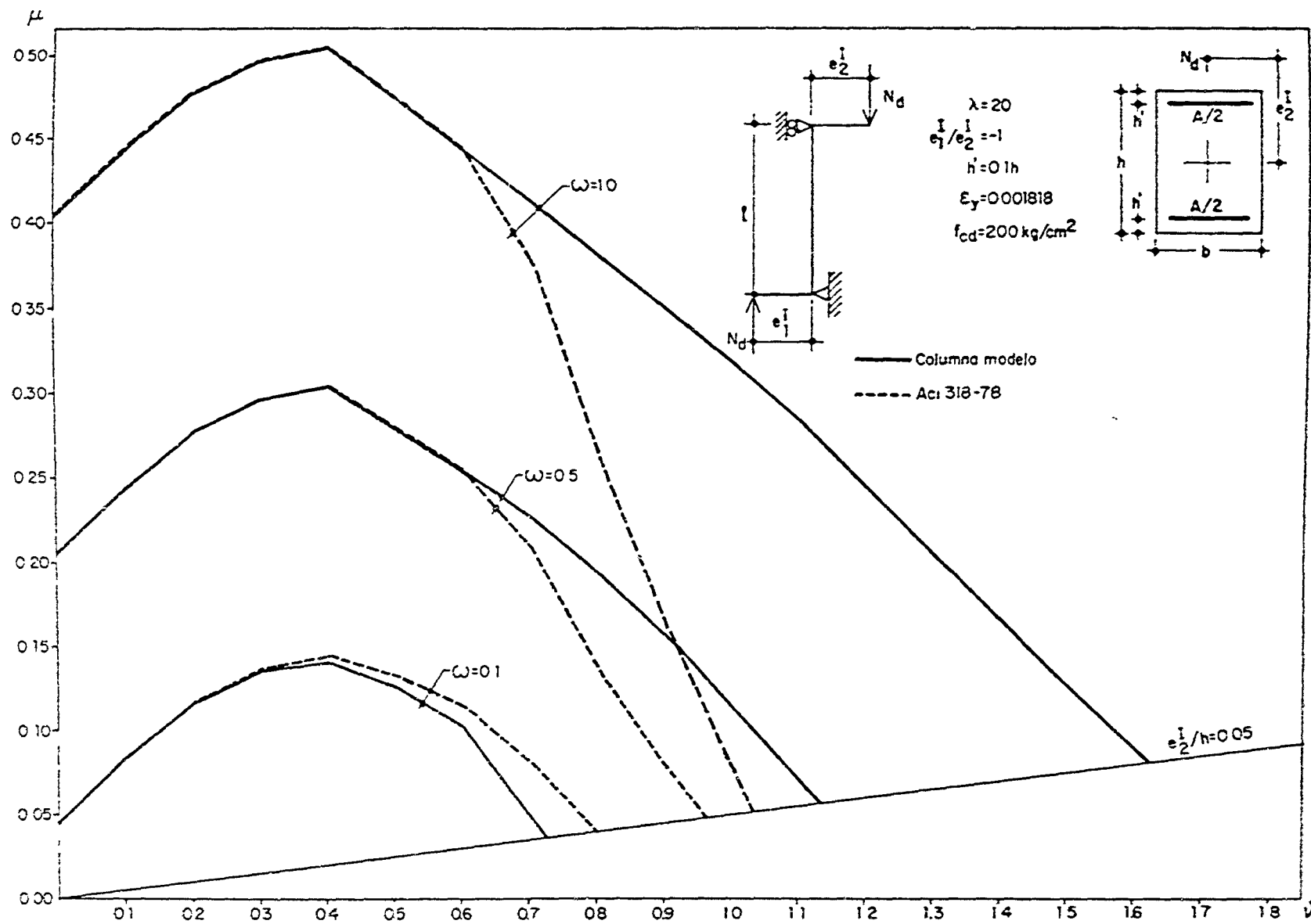


Fig.1.4 18 Comparación método columna modelo AcI 398-76.

Respecto a los soportes con excentricidades diferentes en las articulaciones, la norma ACI-318-78 propone la misma simplificación que el Método de la Columna Modelo.

En las figuras 1.4.16, 1.4.17 y 1.4.18 se muestra una comparación entre los resultados obtenidos por el procedimiento de la norma americana y el Método de la Columna Modelo. Los diagramas de interacción según la norma americana se han obtenido con un programa de ordenador cuyo listado se adjunta en el Apéndice 7.

Los diagramas obtenidos por la fórmula de la ACI-318-78 tienen un aire parecido a los obtenidos con la fórmula del CP110-72.

Para cuantías bajas ($\omega = 0,1$) estas fórmulas conducen a resultados del lado de la inseguridad.

1.4.1.3.- Método de la Excentricidad Ficticia

Este método ha sido propuesto por D. Van Leeuwen y A.C. Van Riel (16) y ha sido utilizado por la Norma Holandesa y la Instrucción Española.

En el esquema de la figura 1.4.19 se muestra la idea en la que está fundamentado el método.

Dado un soporte completamente definido es posible representar el diagrama de interacción en un sistema coordinado axil-excentricidad de primer orden. Ahora bien, para un soporte con las mismas características que las utilizadas para trazar la curva de la figura, y con un axil -

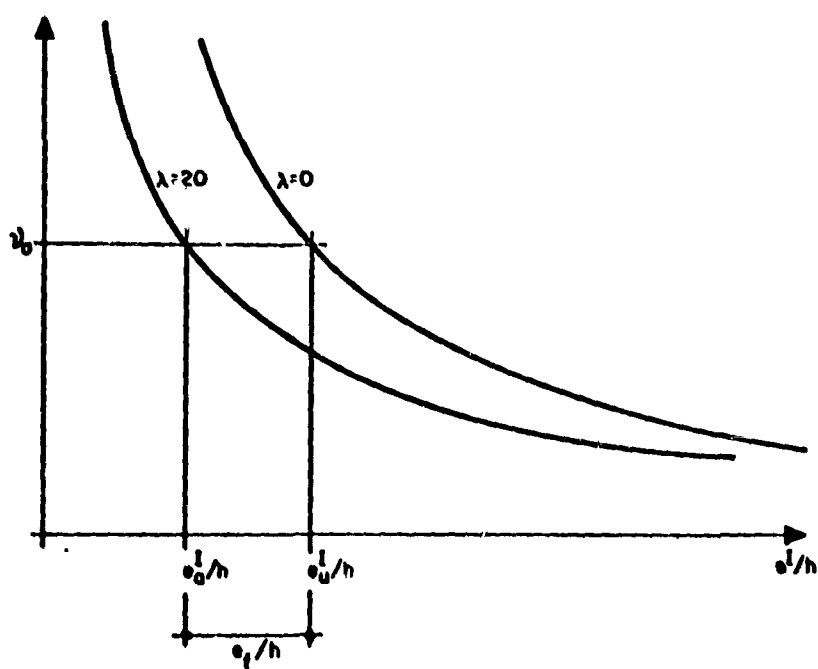


Fig.1.4.19 Metodo de la excentricidad ficticia.

reducido ν_a y una esbeltez $\lambda = 20$, las coordenadas del punto de la curva $\lambda = 20$ definen los esfuerzos de primer orden que agotan la sección por alguno de los estados límites últimos que se producen en soportes esbeltos.

Para el mismo axil las coordenadas del punto de la curva $\lambda = 0$ representan los esfuerzos que producirían el agotamiento de la sección si fuese un soporte corto.

En otras palabras, dimensionando el soporte esbelto para ν_a y $e_a^I/h + e_f/h$ el soporte con esbeltez $\lambda = 20$ alcanzaría su rotura para los esfuerzos de primer orden ν_a y e_a^I/h con un estado límite último que puede ser de agotamiento de la sección crítica o inestabilidad.

La Excentricidad Ficticia e_f/h representa únicamente un artificio de cálculo sin un significado concreto respecto al fenómeno del soporte esbelto. De esta forma se pueden tener en cuenta los dos tipos de rotura posibles en soportes esbeltos.

Claramente, es imposible obtener una expresión de la Excentricidad Ficticia que tenga en cuenta todas las variables que intervienen en el fenómeno.

En la Instrucción Española EH-73 (7) y en la propuesta de nuevo articulado para soportes esbeltos de la EH-80 (35) se ha propuesto este método ya que conduce a resultados más o menos parecidos a los de las otras fórmulas simplificadas pero que desde el punto de vista de su concepción es más claro y coherente.

Siguiendo la nomenclatura utilizada en esta tesis, y - para el caso concreto de soportes de sección rectangular, la Excentricidad Ficticia propuesta en la Instrucción Española es:

$$e_f = \left(3 + \frac{f_{yd}}{3.500} \right) \frac{h + 20 \frac{e^I}{n}}{n + 10 \frac{e^I}{n}} \frac{l^2}{h} 10^{-4} \quad \text{ec. (1.4.16)}$$

donde f_{yd} es la resistencia de cálculo del acero de las armaduras en kilopondios/centímetro cuadrado. De todos los parámetros discutidos en el comportamiento de soportes esbeltos, la ecuación (1.4.16) sólo tiene en cuenta la esbeltez, la excentricidad de primer orden y la resistencia del acero de las armaduras.

Respecto al caso de soportes con excentricidades desiguales en las articulaciones, en la nueva propuesta de articulado para la EH-80 se ha adoptado la simplificación del Método de la Columna Modelo.

En las figuras 1.4.20, 1.4.21 y 1.4.22, se muestra una comparación entre los resultados obtenidos con la fórmula de la Instrucción Española según el nuevo articulado propuesto (programa Apéndice 8) y el Método de la Columna Modelo.

Los resultados son siempre del lado de la seguridad y la aproximación respecto a los de la Columna Modelo son comparables con los obtenidos por las otras fórmulas.

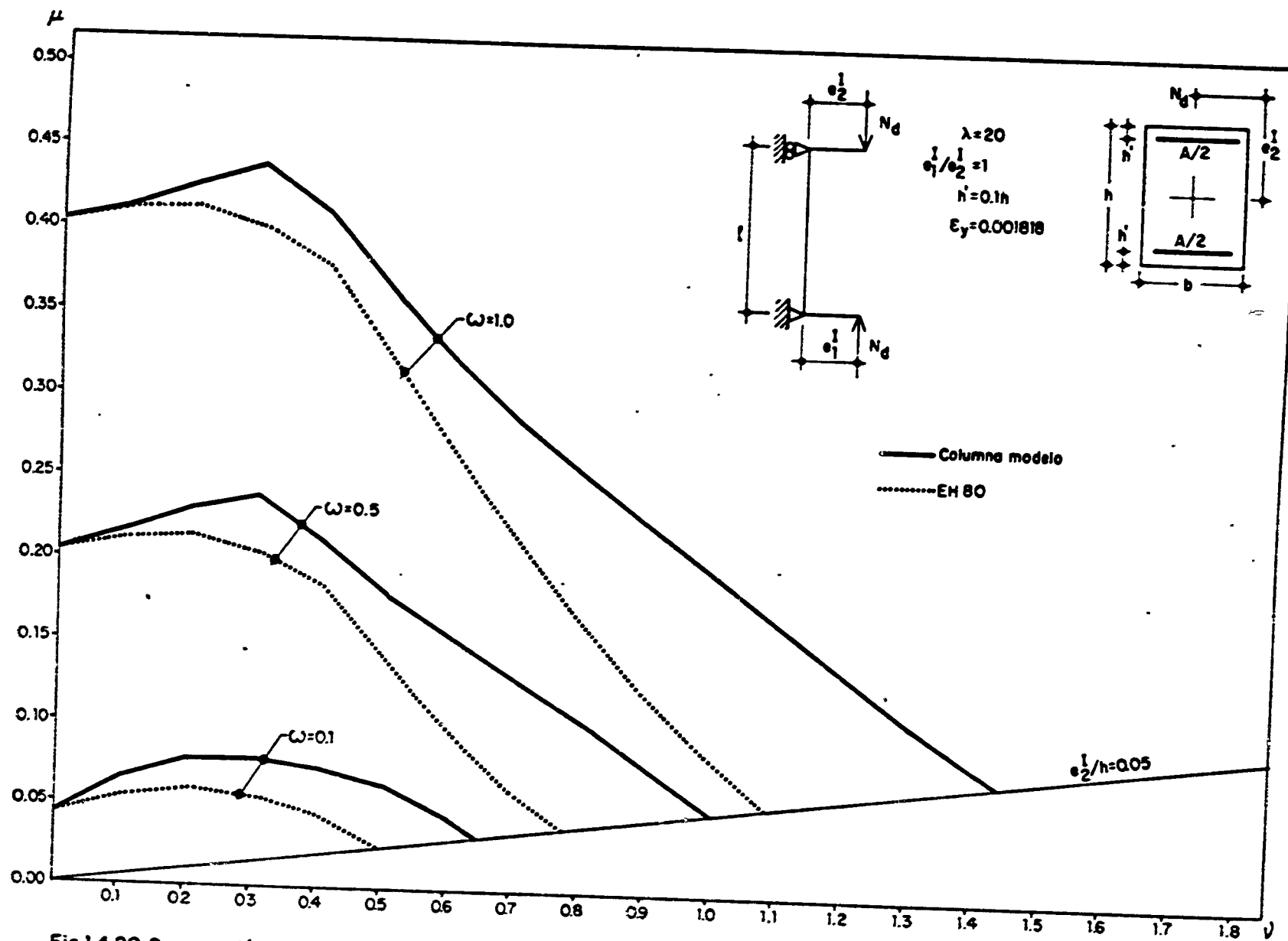


Fig.1.4.20 Comparación metodo columna modelo y EH-80

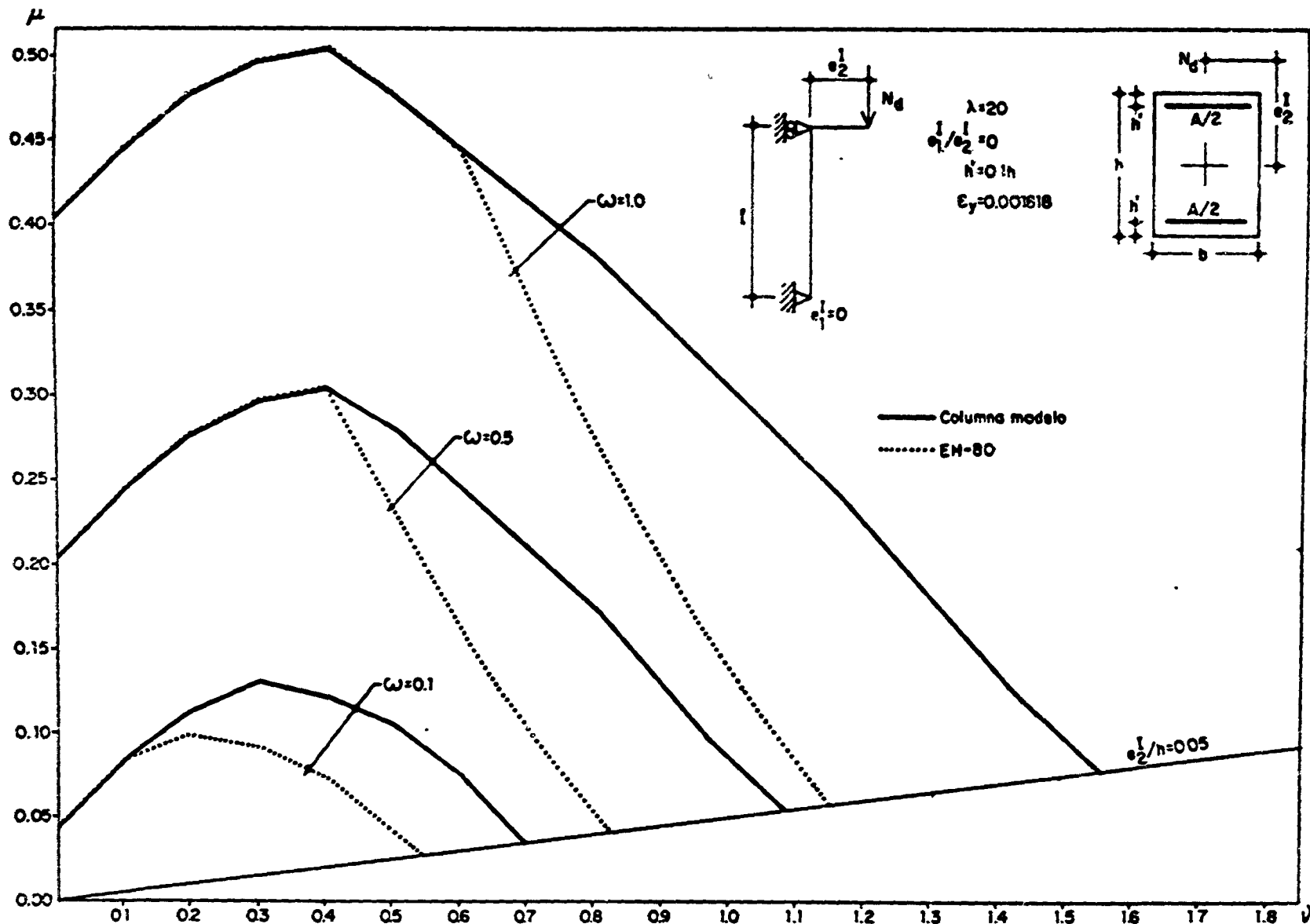


Fig.14.21 Comparación método columna modelo y EH-80

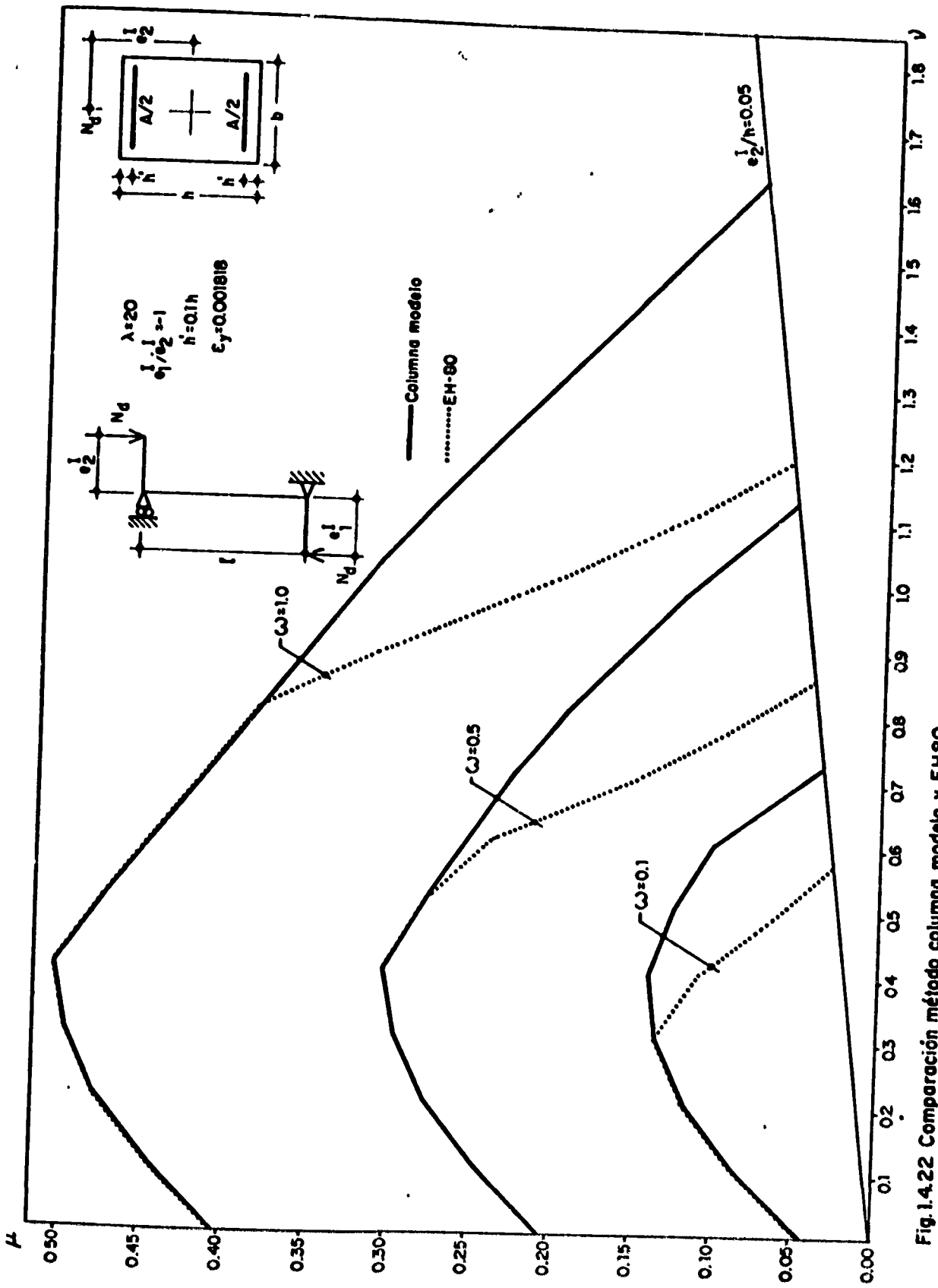


Fig.1.4.22 Comparación método columna modelo y EH80

CAPITULO 2 DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS BIARTI-
CULADOS DE HORMIGON ARMADO. METODO DE LAS CUR-
VATURAS DE REFERENCIA

2.1.- INTRODUCCION. IDEAS FUNDAMENTALES

De acuerdo con lo expuesto en el Capítulo 1, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- a) Existen métodos de comprobación simplificados partiendo de cuantías conocidas, tales como el Método de la Columna Modelo o el de la Deformada Sinoidal, que representan el comportamiento de los soportes esbeltos con suficiente aproximación en todo el rango de variación de los diferentes parámetros que intervienen en el fenómeno.
- b) Las fórmulas de dimensionamiento existentes constituyen simplificaciones más o menos groseras que conducen en general a un sobredimensionamiento o en algunos casos a resultados del lado de la inseguridad y no representan un medio de dimensionamiento directo.
- c) El mejor método de dimensionamiento directo existente lo constituyen los diagramas de interacción para soportes esbeltos obtenidos utilizando los métodos de comprobación citados en a) y no representan una solución al problema debido a la imposibilidad de poder presentar una colección mínimamente general de diagramas.

A la vista de las conclusiones anteriores, el objetivo de esta tesis es la solución del dimensionamiento de so

portes esbeltos biarticulados de hormigón armado y sección constante a través de un método general que permita el dimensionamiento directo -determinar directamente la cuantía mínima- con exactitud comparable a la que se obtiene utilizando los diagramas de interacción citados - en c).

Las ideas fundamentales del método que se propone -Método de las Curvaturas de Referencia- se describen a continuación.

Dado un soporte del que se conoce la esbeltez y los esfuerzos de primer orden (axil, excentricidades en los extremos) y se ha elegido la forma, distribución de armadura, y características de los materiales constitutivos de la sección transversal, se podría obtener la cuantía mínima procediendo por tanteos con un método de comprobación del tipo de los citados en a).

Como está definida la esbeltez y el tipo de carga se puede determinar la directriz geométrica correspondiente a través de las ecuaciones (1.3.4) y (1.3.12), según el método que se utilice.

Por otro lado, definidos el axil y la forma, distribución de armadura y características de los materiales constitutivos de la sección transversal, para cada valor que se dé a la cuantía de armadura se obtendrá una directriz mecánica.

La directriz mecánica que junto con la geométrica definen un estado límite último definirá asimismo la cuantía mínima de la sección del soporte analizado.

Sea, por ejemplo, un soporte de esbeltez $\lambda = 20$ cargado con un axil $\nu = -0,6$ con excentricidad constante a lo largo del soporte y con excentricidad inicial relativa $e_2^I/h = 0,074$.

Con estos datos se puede dibujar en un sistema coordinado $e^t/h - h/r$ la directriz geométrica correspondiente, usando la fórmula adecuada de acuerdo con el método que se emplee.

En la figura 2.1.1 se ha representado la directriz geométrica del soporte de acuerdo con el Método de la Columna Modelo, ecuación (1.3.4).

Si además se elige como sección transversal del soporte una rectangular, con armadura simétrica en caras opuestas con recubrimiento relativo $h'/h = 0,1$ y acero de dureza natural de $f_{yd} = 4.200/1,15 \text{ Kp/cm}^2$, para diferentes cuantías y el axil dado se pueden determinar las respectivas directrices mecánicas.

En la figura 2.1.1. se han representado las directrices mecánicas correspondientes a cuantías mecánicas de armadura que van de 0 a 1 con un incremento constante de 0,1.

Tal como se ha expresado, para el soporte estudiado con el tipo de sección transversal elegida, la cuantía mínima de armadura corresponde a la de la directriz mecánica que define el estado límite último del soporte, es decir, la correspondiente a $\omega = 0,1$.

En el proceso explicado, la directriz geométrica es única y se puede obtener fácilmente ya que está expresada

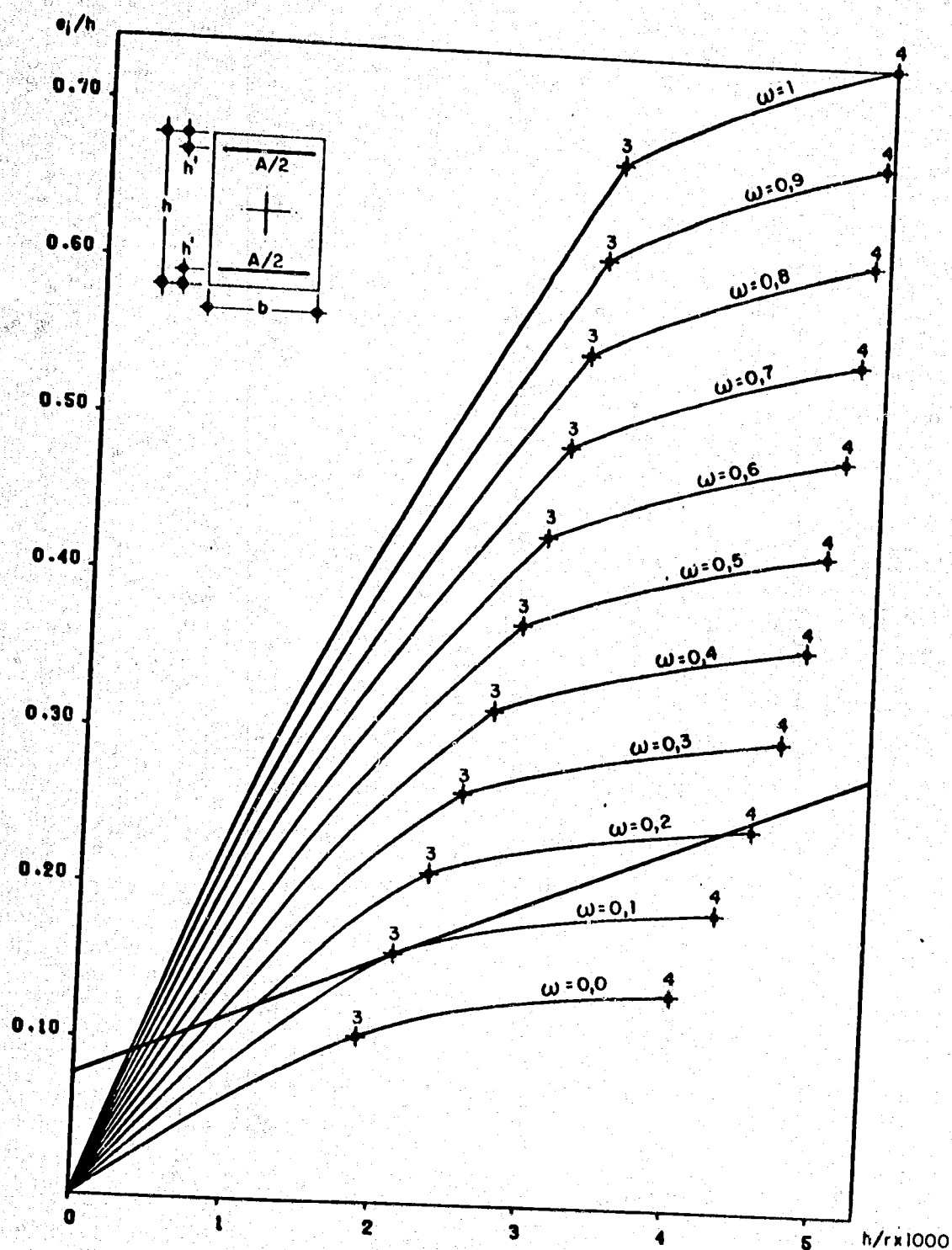


Fig. 2.1. 1 Directrices mecánicas para $\nu = -0.6$ y cuantías de $\omega = 0$ a 1 con incremento constante de 0.1. Ejemplo de dimensionamiento por tanteos utilizando métodos de comprobación simplificados.

explícitamente para cualquiera de los dos métodos de comprobación disponibles. Respecto a las directrices mecánicas es necesario hallar la que define el estado límite último del soporte analizado con lo que es imprescindible definir varias correspondientes a distintas cuantías hasta encontrar la de la cuantía mínima.

Se recuerda (Apartado 1.2) que el proceso de determinación de una directriz mecánica constituye una tarea laboriosa que debe llevarse a cabo por medio de un ordenador.

En el Apartado 1.4, cuando se explicó la construcción de los diagramas de interacción para soportes esbeltos, se utilizaron curvas $e_2^I/h - h/r$ con objeto de poder identificar el tipo de rotura y las solicitaciones de primer orden que producían para un caso determinado, un estado límite último en el soporte estudiado.

Ahora se pueden obtener curvas de significado parecido $\omega - h/r$ que permiten identificar la cuantía mínima de diseño buscada y el tipo de estado límite que se produce.

Estas curvas representan la cuantía mecánica de la sección en función de la curvatura de la sección crítica - cuando se produce un estado de equilibrio.

En la figura 2.1.2 se muestra la curva $\omega - h/r$ correspondiente al soporte de la figura 2.1.1. Cada punto corresponde a un punto de intersección de la directriz geométrica con una mecánica cuya cuantía se indica.

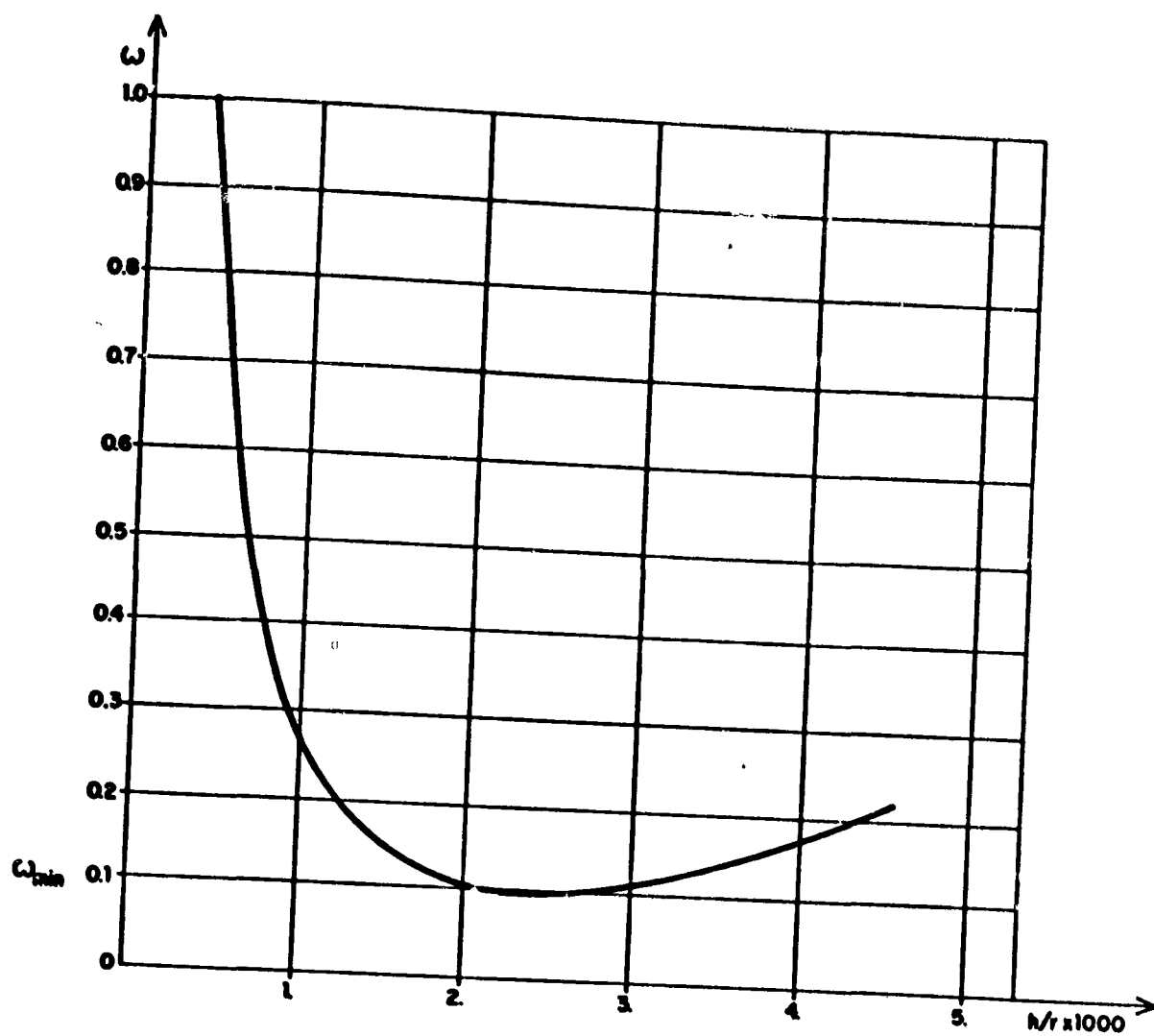


Fig.2.1.2 Curva $\Omega-h/r$ correspondiente al soporte de la Figura 2.1.1.

Como puede verse el mínimo de esta curva representa la cuantía mínima de diseño. Como este mínimo corresponde, en este caso, a una curvatura en la sección crítica menor que la de agotamiento, el estado límite que define es de inestabilidad.

La rama a la izquierda del mínimo representa estados de equilibrio estable y la de la derecha estados de equilibrio inestable.

Es decir, para cuantías mayores que la mínima el soporte siempre puede alcanzar un estado de equilibrio estable.

La idea fundamental del método consiste en definir para cada uno de los estados límites últimos que pueden producirse en soportes esbeltos una curvatura de referencia, de forma tal que no sea necesario definir toda la directriz mecánica para cada cuantía como se muestra en la figura 2.1.1.

En primer lugar se puede decir con certeza que cuando los soportes fallan por agotamiento de la sección crítica la curvatura de esta sección será la de agotamiento.

Si a priori se supiese que el soporte a dimensionar falla por agotamiento de la sección crítica, en vez de representar las directrices mecánicas completas para el axil estudiado y diferentes cuantías, bastaría con representar los últimos puntos de estas directrices mecánicas definiendo de esta forma la curva excentricidades internas-curvaturas de agotamiento para diferentes cuantías. La cuantía mínima de dimensionamiento quedaría de

finida por la cuantía correspondiente a la intersección de la directriz geométrica con la curva hallada.

De la misma forma se define una curvatura de referencia correspondiente al estado límite último de inestabilidad.

Procediendo de forma análoga a la anterior, definida una curvatura de referencia para el estado límite último de inestabilidad, para tener en cuenta este caso sólo se deben representar los puntos de las directrices mecánicas de distintas cuantías correspondientes a esta curvatura. Si a priori se supiese que el soporte a dimensionar falla por inestabilidad, la cuantía mínima de dimensionamiento quedaría definida por la cuantía correspondiente a la intersección de la directriz geométrica con la curva de curvaturas de referencia de inestabilidad.

En principio, cuando la rotura se produce por inestabilidad, la curvatura de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable puede ser cualquiera inferior a la curvatura de agotamiento.

Un estudio detallado de los distintos tipos de rotura (Apartado 2.2) y de las directrices mecánicas (Apartado 2.3) ha permitido definir un valor adecuado de curvatura para representar el estado límite último de inestabilidad tal como se explica en los próximos Apartados de este Capítulo.

De cualquier forma con los datos que se dispone para el

dimensionamiento no se puede conocer a priori, tal como se supuso más arriba, que tipo de estado límite último produce el fallo del soporte analizado. Por esta razón, el Método de las Curvaturas de Referencia propone investigar los dos puntos de intersección entre la directriz geométrica correspondiente y las curvas de curvaturas - de referencia de agotamiento e inestabilidad y adoptar como cuantía de dimensionamiento la mínima de las determinadas.

Según se puede ver en la figura 2.1.2 la cuantía mínima exacta corresponde a la curvatura de la sección crítica en la que realmente se produce el estado límite último del soporte. Si se toma como curvatura de diseño otra - distinta siempre se obtiene un resultado del lado de la seguridad.

Con las curvas de curvaturas de referencia definidas en la mayoría de los casos, se obtiene un dimensionamiento mínimo exacto. Sólo en pocos casos referidos a soportes que fallan por inestabilidad el Método propuesto conduce a resultados de cuantía muy próximos a la mínima y - del lado de la seguridad. Un extenso chequeo se presenta en el Apartado 2.4 donde se puede observar la calidad - del Método propuesto.

En el ejemplo de la figura 2.1.1, utilizando el Método propuesto, las directrices mecánicas para diferentes - cuantías se pueden reemplazar por las dos curvas mostradas en la figura 2.1.3.

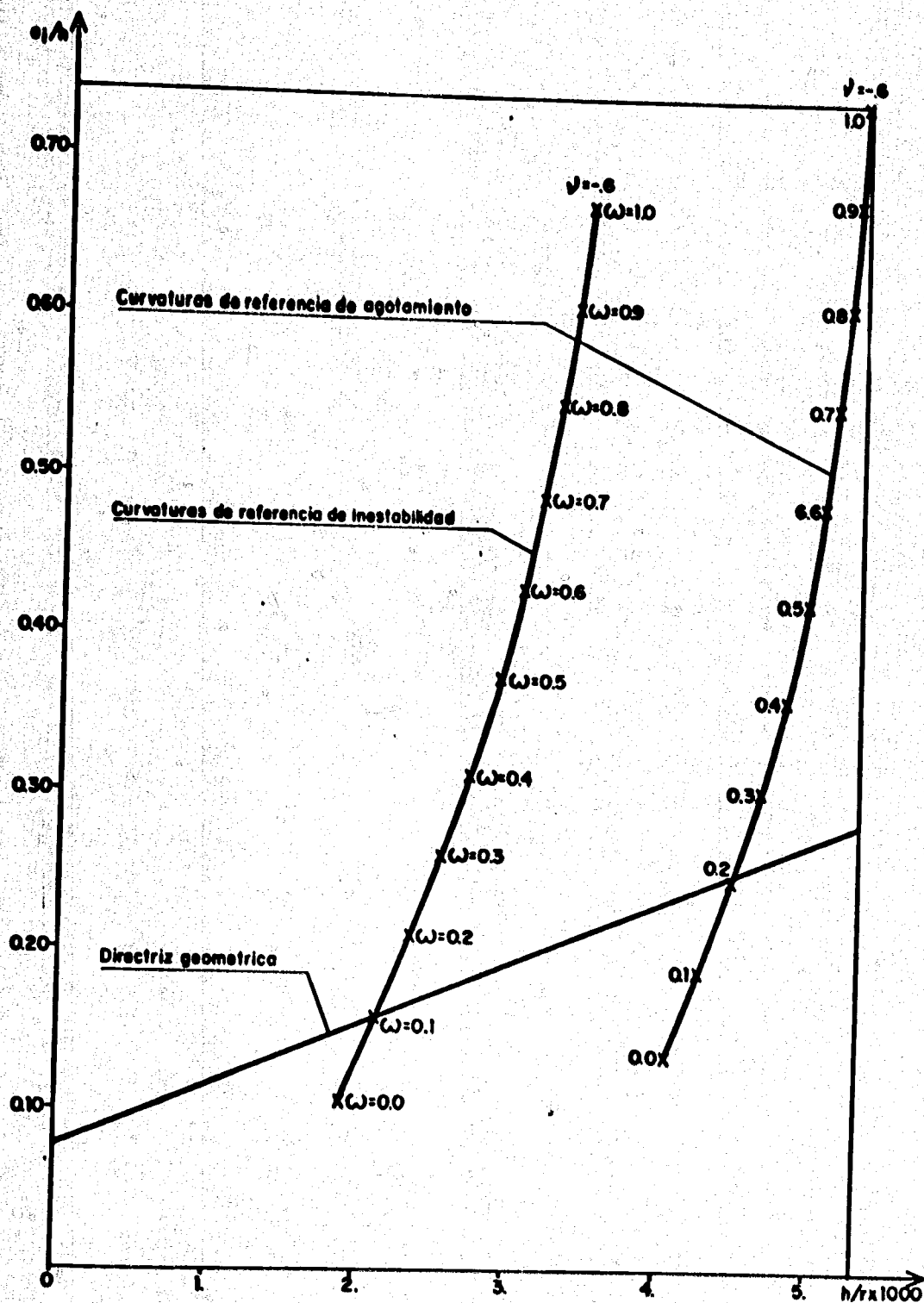


Fig.2.1.3 Dimensionamiento por el metodo de las curvaturas de referencia de soportes esbeltos.

La curva de curvaturas de referencia de agotamiento representa, para el axil $\nu = 0,6$ y diferentes cuantías mecánicas, las curvaturas de agotamiento de la sección, es decir, los últimos puntos (4) de todas las directrices mecánicas mostradas en la figura 2.1.1.

La curva de curvaturas de referencia de inestabilidad representa, para el axil $\nu = 0,6$ y diferentes cuantías mecánicas, las curvaturas para las que se alcanza la deformación del límite elástico de la fibra de acero menos profunda, es decir la más comprimida (\times). Esta curva corresponde a los puntos indicados con (3) en todas las directrices mecánicas de la figura 2.1.1.

El dimensionamiento estricto del soporte anterior consiste en leer las cuantías de los puntos de intersección entre las dos curvas de curvaturas de referencia y la directriz geométrica correspondiente y tomar como cuantía mínima la menor de las dos.

En el caso estudiado, la intersección de la directriz geométrica con la curva de curvaturas de referencia de inestabilidad corresponde a $\omega = 0,1$ y la intersección entre la directriz geométrica y la curva de curvaturas de referencia de agotamiento corresponde a $\omega = 0,22$.

Como puede verse, la cuantía mínima se lee en la curva de curvaturas de referencia de inestabilidad y en este caso la solución es exactamente la misma que la indicada en la figura 2.1.1 ya que la curva $\omega - h/r$ tiene su mínimo para la curvatura de referencia de inestabilidad.

(\times) La elección de esta curvatura como curvatura de referencia de inestabilidad se explica detalladamente en los próximos apartados de este Capítulo.

Con el Método propuesto, las once curvas de la figura - 2.1.1 han sido reemplazadas por sólo dos que caracterizan el estado límite último de inestabilidad y agotamiento de la sección crítica.

Las curvas de curvaturas de referencia, dos por axil y - tipo de sección, pueden representarse gráficamente o disponerse en forma de tablas.

El Método de las Curvaturas de Referencia permite tener en cuenta de forma clara los dos estados límites últimos posibles en soportes esbeltos, obteniéndose un dimensionamiento directo de exactitud comparable con la que se - obtiene utilizando los diagramas de interacción.

Del Método propuesto se han deducido fórmulas de dimensionamiento directo (Capítulo 3) de muy fácil empleo.

Finalmente, se puede observar que el método no plantea - una discontinuidad de criterios respecto al dimensionamiento entre los soportes cortos y los esbeltos. Utilizando la directriz geométrica de soportes cortos, es decir para $\lambda = 0$, una horizontal, el Método propuesto permite el dimensionamiento directo de soportes cortos con la misma exactitud que los diagramas de interacción de secciones corrientemente utilizados.

En este caso la horizontal intersectaría a la curva de referencia de agotamiento en un punto que define la cuantía mínima de la sección del soporte que se dimensiona.

2.2.- ESTUDIO DE LOS TIPOS DE ROTURA

Tal como se ha indicado en los apartados anteriores, los soportes esbeltos de hormigón armado pueden dar origen a dos estados límites últimos, de inestabilidad y de agotamiento de la sección crítica.

El estado límite último de inestabilidad se produce cuando el soporte alcanza un estado de equilibrio inestable. Esta situación según los métodos de comprobación de la Columna Modelo o de la Deformada Sinoidal, corresponde al caso en que las directrices geométrica y mecánica del soporte analizado son tangentes.

En general, el punto de tangencia de las directrices se produce para una curvatura de la sección crítica inferior a la de agotamiento. En otras palabras, el estado de equilibrio inestable se produce para curvaturas en la sección crítica inferiores a las de agotamiento.

El estado límite de agotamiento de la sección crítica se produce cuando la sección más solicitada del soporte alcanza un estado de deformación de agotamiento, debido a los esfuerzos de primer orden y los esfuerzos inducidos por la deformación transversal, antes que un estado de equilibrio inestable.

Según los métodos de comprobación citados, esta situación corresponde al caso en que las directrices geométri

ca y mecánica se intersectan en el último punto de ésta, que representa el agotamiento de la sección crítica.

La situación de transición entre las dos explicadas corresponde al caso en que el soporte alcanza los dos estados límites últimos al mismo tiempo y estaría representada según los métodos citados por la tangencia entre la directriz geométrica y mecánica en el último punto de ésta, es decir, para el estado de deformación de agotamiento.

En este caso, el soporte alcanza un estado de equilibrio inestable a la vez que el agotamiento de la sección crítica.

En la figura 2.2.1 se representan las tres situaciones explicadas para soportes esbeltos con excentricidades iguales en los extremos, $e_1^I/e_2^I = 1$.

En la figura 2.2.1a se representa el caso de un soporte - que alcanza el estado límite último de inestabilidad. Rotura tipo A.

En la figura 2.2.1c se representa el caso de un soporte que alcanza el estado límite último de agotamiento de la sección crítica. Rotura tipo B.

Por último, en la figura 2.2.1b se representa el caso de un soporte que alcanza el estado límite último de inestabilidad y agotamiento de la sección crítica al mismo tiempo. Este caso se considera también como una Rotura tipo B.

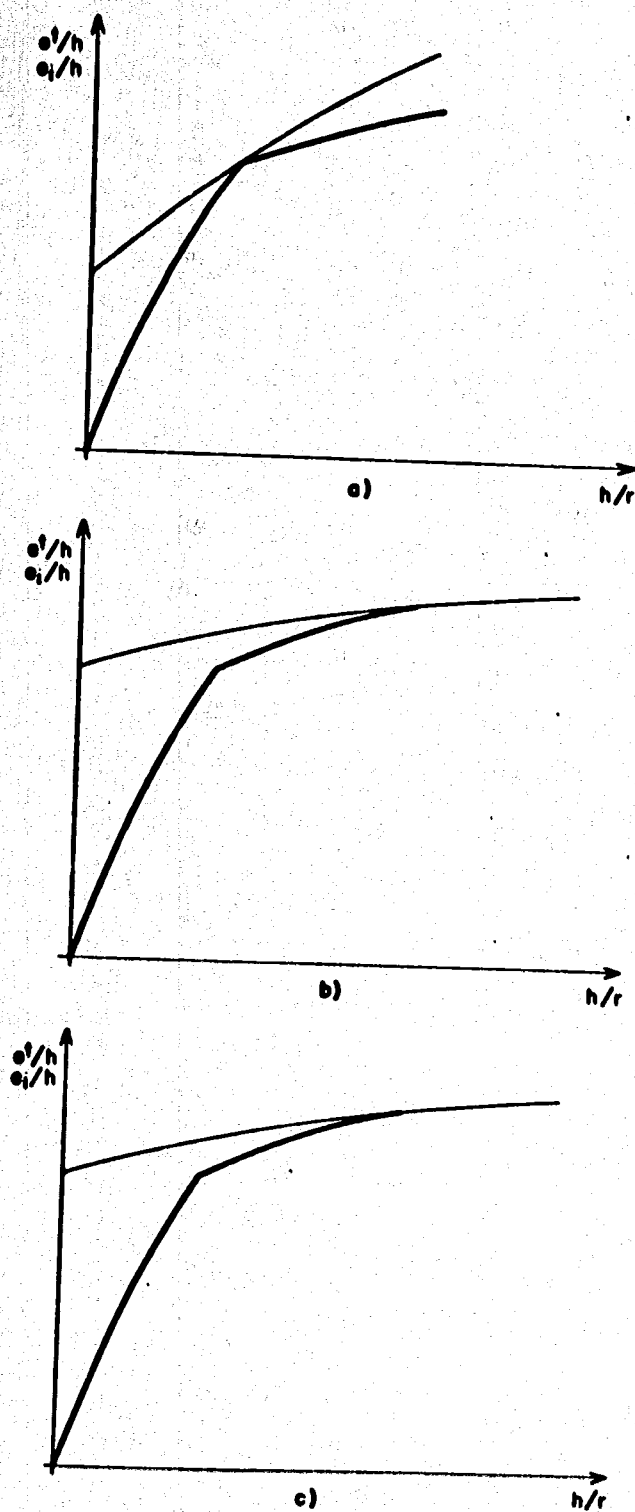


Fig.2.2.1 a) Estado límite último de inestabilidad. Rotura tipo (A) b) Estado límite último de inestabilidad y agotamiento de la sección crítica. Rotura tipo (B) c) Estado límite último de agotamiento de la sección crítica. Rotura tipo (C)

Para soportes esbeltos con excentricidades diferentes en las articulaciones los dos tipos de rotura explicados se pueden presentar con características particulares. Para explicar estas situaciones se utiliza el Método de la Deformada Sinoidal, ya que como se ha dicho, permite considerar el caso de soportes con excentricidades desiguales en los extremos en forma adecuada.

Según este método la directriz geométrica cuando $e_1^I/e_2^I \neq 1$ está representada por dos tramos, un tramo horizontal que corresponde a las curvaturas para las que la sección crítica es la de la articulación con mayor excentricidad y un tramo curvo, en el que la excentricidad total de la sección crítica es mayor que la de la articulación con mayor excentricidad, y por lo tanto la sección crítica está entre las articulaciones.

Para este tipo de soportes se pueden presentar las roturas A y B tal como en el caso de la figura 2.2.1, es decir, cuando el punto de tangencia entre la directriz geométrica y mecánica corresponde a un punto de la parte curva de la directriz geométrica.

Se puede producir asimismo el caso representado en la figura 2.2.2a que corresponde a un soporte que alcanza el estado límite de agotamiento de su sección crítica, siendo la sección crítica la de la articulación con mayor excentricidad. La particularidad de este caso es que el soporte esbelto rompe por agotamiento de la sección de la articulación con mayor excentricidad con sus esfuerzos de primer orden.

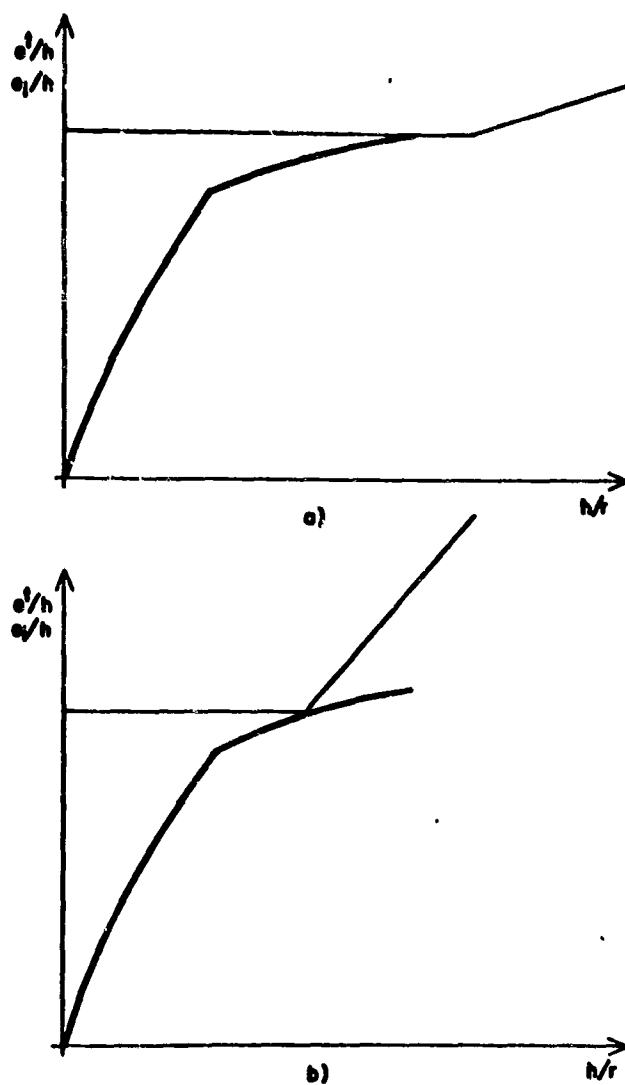


Fig.2.2.2 a) Estado límite último de agotamiento de la sección con mayor excentricidad b) Estado límite último de inestabilidad por cambio brusco de forma para soportes con $e_1^1/e_2^1 = -1$

Por último existe otro caso particular de rotura tipo A. En soportes con excentricidades en las articulaciones de igual valor absoluto y distinto signo el estado límite de inestabilidad se produce por lo que se llama inestabilidad por cambio brusco de forma.

En este tipo de soportes, la deformación es simétrica y de distinto signo respecto a la sección central del soporte. El estado de inestabilidad se alcanza cuando la energía de deformación es máxima con este tipo de deformación y el soporte debe cambiar bruscamente a una deformación disimétrica respecto a la sección central.

Según el Método de la Deformada Sinoidal la directriz geométrica de este tipo de soportes es bilineal y el estado límite de inestabilidad se produce cuando la directriz mecánica es tangente a la geométrica en el punto en que ésta cambia del tramo horizontal al tramo inclinado, tal como se representa en la figura 2.2.2b.

Desde el punto de vista del dimensionamiento de soportes esbeltos resulta interesante analizar los distintos tipos de rotura a través de las curvas $\omega - h/r$ que se presentaron en el apartado anterior.

Estas curvas tienen un significado parecido a las $e_2^I/h - h/r$ que se utilizaron en el apartado 1.4.1 para la obtención de los diagramas de interacción de soportes esbeltos.

En este caso, siguiendo la línea de razonamiento del ..

apartado anterior, dado un soporte del que se conoce su esbeltez, forma, distribución de armadura de la sección transversal y la carga (axil y distribución de excentricidades de primer orden) la curva $\omega - h/r$ representa - para cada valor de cuantía mecánica ω la curvatura de la sección crítica para la que se produce un estado de equilibrio. En otras palabras con los datos anteriores se puede por un lado construir la directriz geométrica del soporte analizado y distintas directrices mecánicas para distintos valores de ω y la forma, distribución de armaduras de la sección transversal y el axil analizados.

El punto de intersección entre la directriz geométrica y cada una de las directrices mecánicas correspondientes a distintos valores de ω representa un estado de equilibrio. Utilizando la cuantía ω y la curvatura de cada uno de los puntos de intersección anteriores se puede obtener, para el soporte analizado, una curva $\omega - h/r$ del tipo de la mostrada en la figura 2.1.2.

El valor mínimo de estas curvas representa la cuantía mínima que para el soporte analizado produce un estado límite último.

En las siguientes figuras se muestran las curvas $\omega - h/r$ correspondientes a soportes de esbeltez geométrica $\lambda = 20$, cargados con una excentricidad $e_2^I = 0,4$, para tres axiales $\nu = -0,2, -0,4$ y $-0,6$, para tres distribuciones de excentricidades de primer orden $e_1^I/e_2^I = 1, 0$ y -1 y para tres diferentes tipos de distribución de armadura.

Se entiende por sección tipo 1 una sección rectangular con armadura simétrica dispuesta en caras opuestas; por sección tipo 2 una sección rectangular armada con 8 rondos de igual diámetro dispuestos 3 en cada cara; y finalmente por sección tipo 3 una sección rectangular con armadura uniformemente distribuida en las cuatro caras.

Para todos los tipos de sección se ha considerado un recubrimiento relativo $h/h' = 0,1$ y acero dureza natural de 4.200 Kg/cm^2 con $\gamma_s = 1,15$.

En las curvas mostradas, ω representa la cuantía mecánica total.

Estas curvas se obtuvieron utilizando las directrices - mecánicas de las figuras del Apéndice 9. En este Apéndice para cada axil de $-0,1$ a -1 con un incremento constante de $-0,1$ se han representado las directrices mecánicas para cuantías de 0 a 1 con un incremento constante de 0,1 para los tres tipos de sección indicados.

En la figura correspondiente a cada axil y tipo de sección se han dibujado las directrices geométricas de acuerdo con el Método de la Deformada Sinoidal para $\lambda = 20$, $e_2^I/h = 0,4$ y $e_1^I/e_2^I = 1, 0$ y -1 . Utilizando la misma escala de curvaturas que la de las directrices mecánicas se ha representado en el sistema $\omega - h/r$ los puntos de intersección entre las directrices geométricas y las mecánicas.

Las tres primeras figuras 2.2.3, 2.2.4 y 2.2.5, corres--

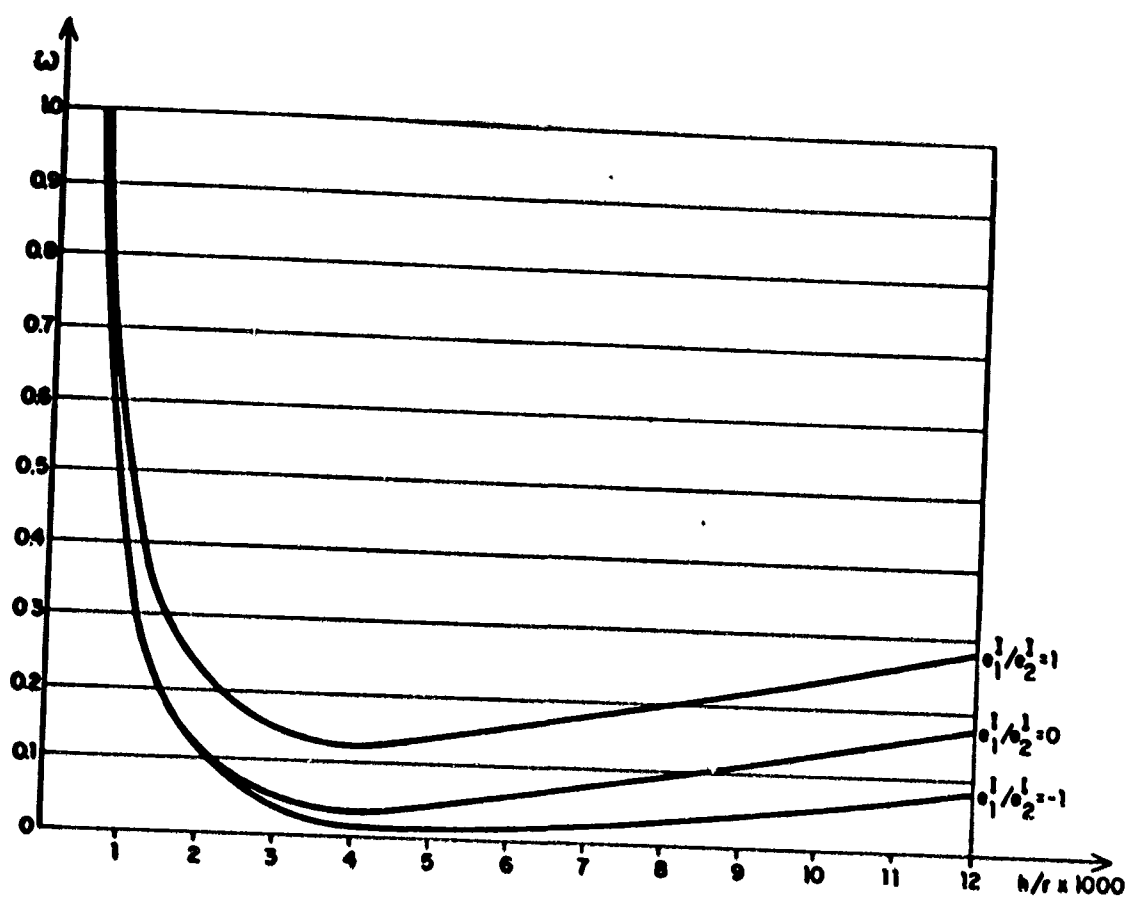


Fig.2.23 Curvas $\omega-h/r$ para $\nu=-0.2$ y sección tipo I

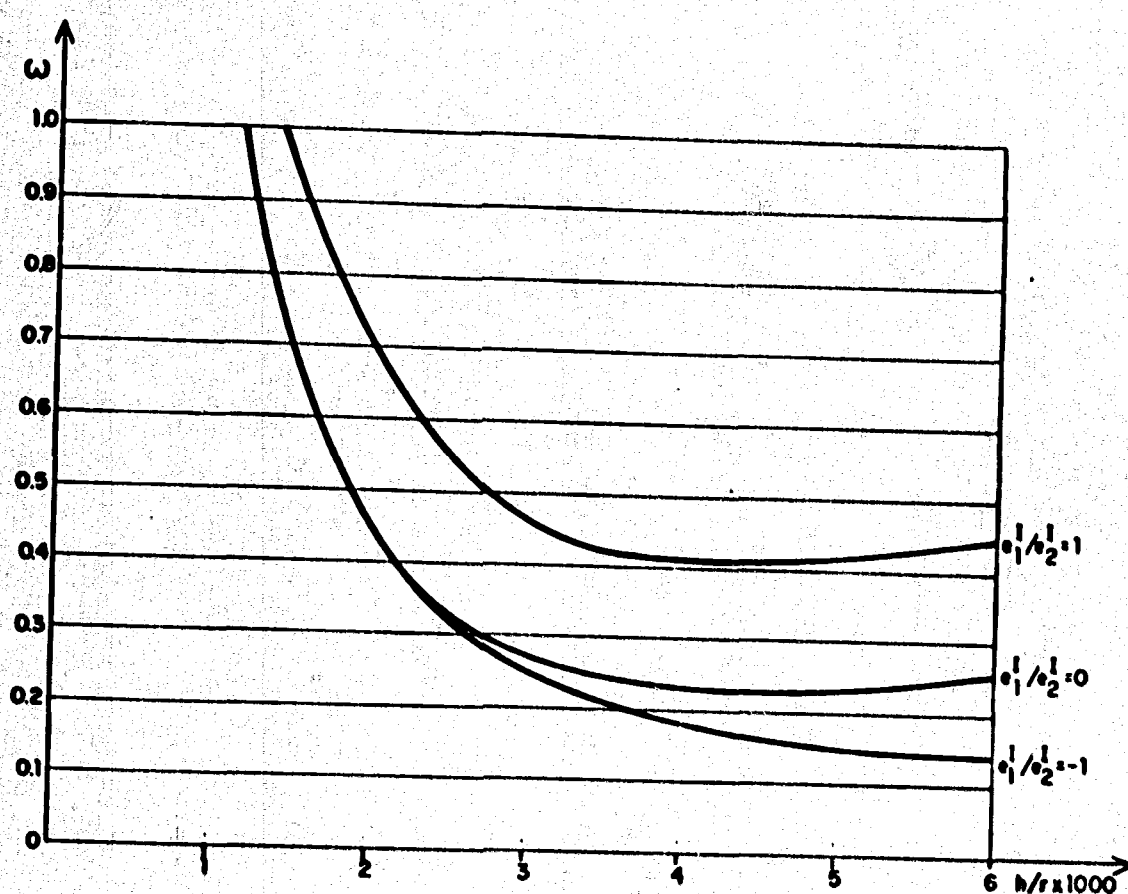


Fig.2.2A Curvas $\omega-h/r$ para $\gamma = -0.4$ y sección tipo 1

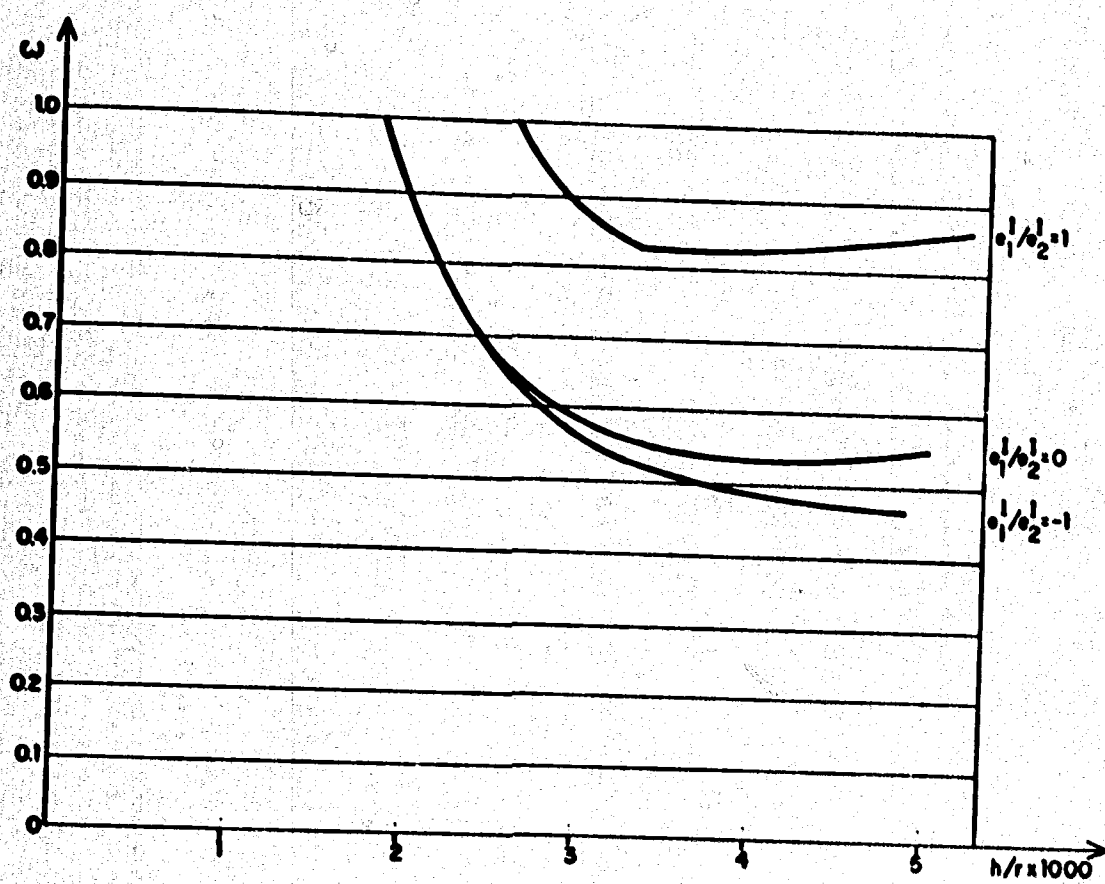


Fig.2.25 Curva $\Omega-h/r$ para $\gamma = -0.6$ y sección tipo 1

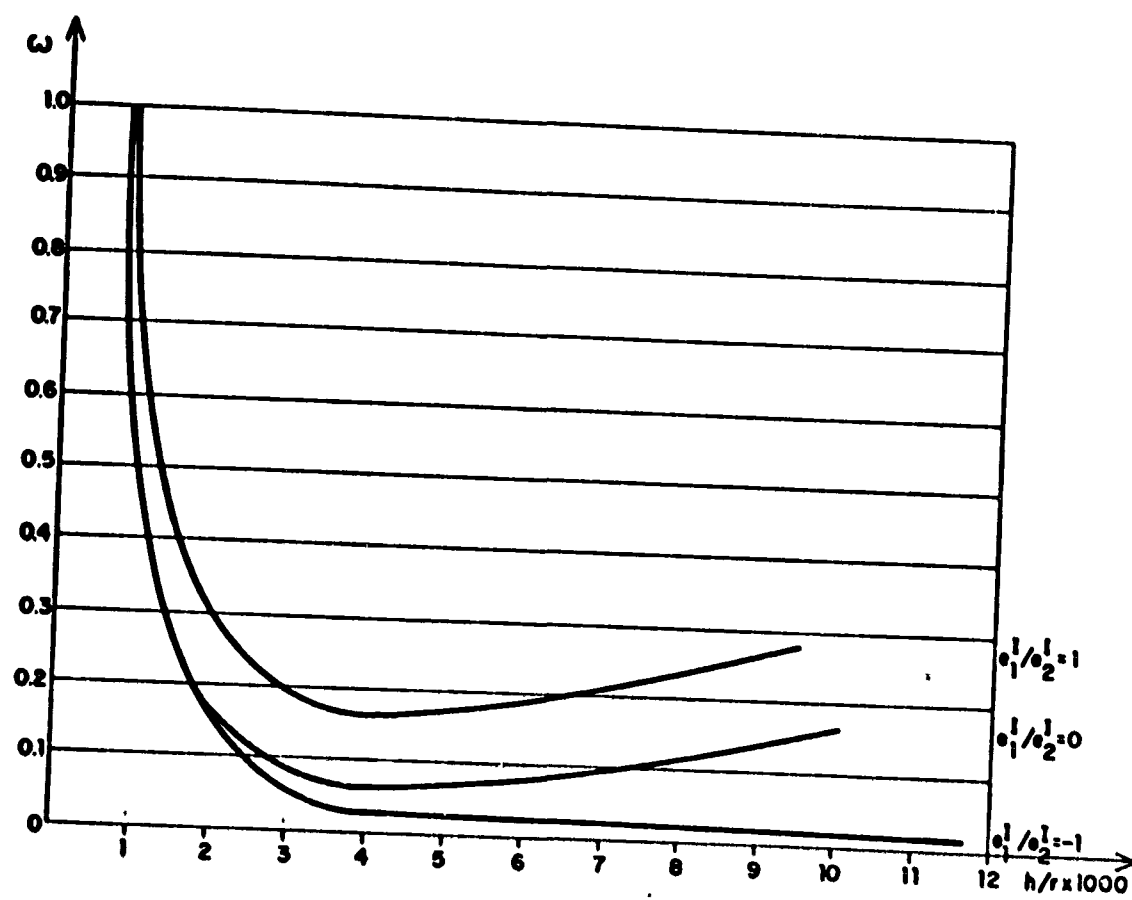


Fig.2.26 Curvas $\omega - h/r$ para $\gamma = -0.2$ y sección tipo 2

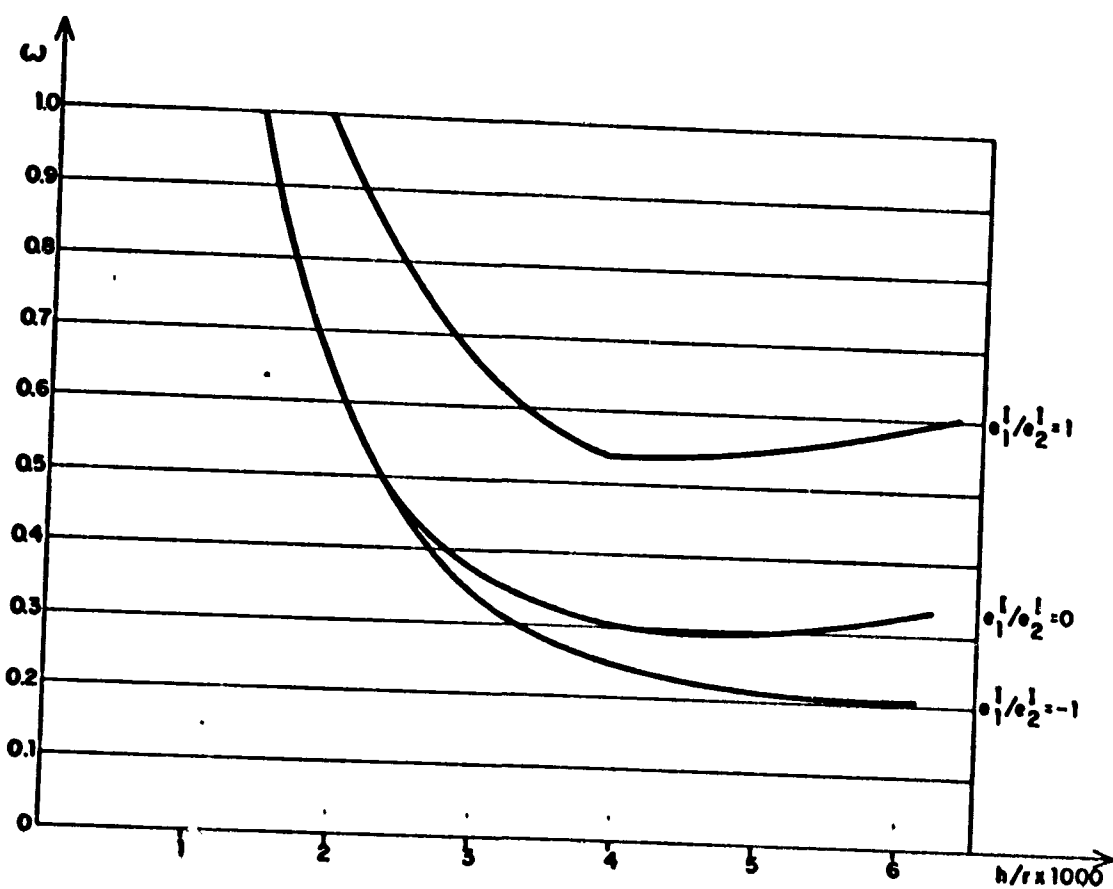


Fig.2.27 Curvas $\omega - h/r$ para $\gamma = -0.4$ y sección tipo 2

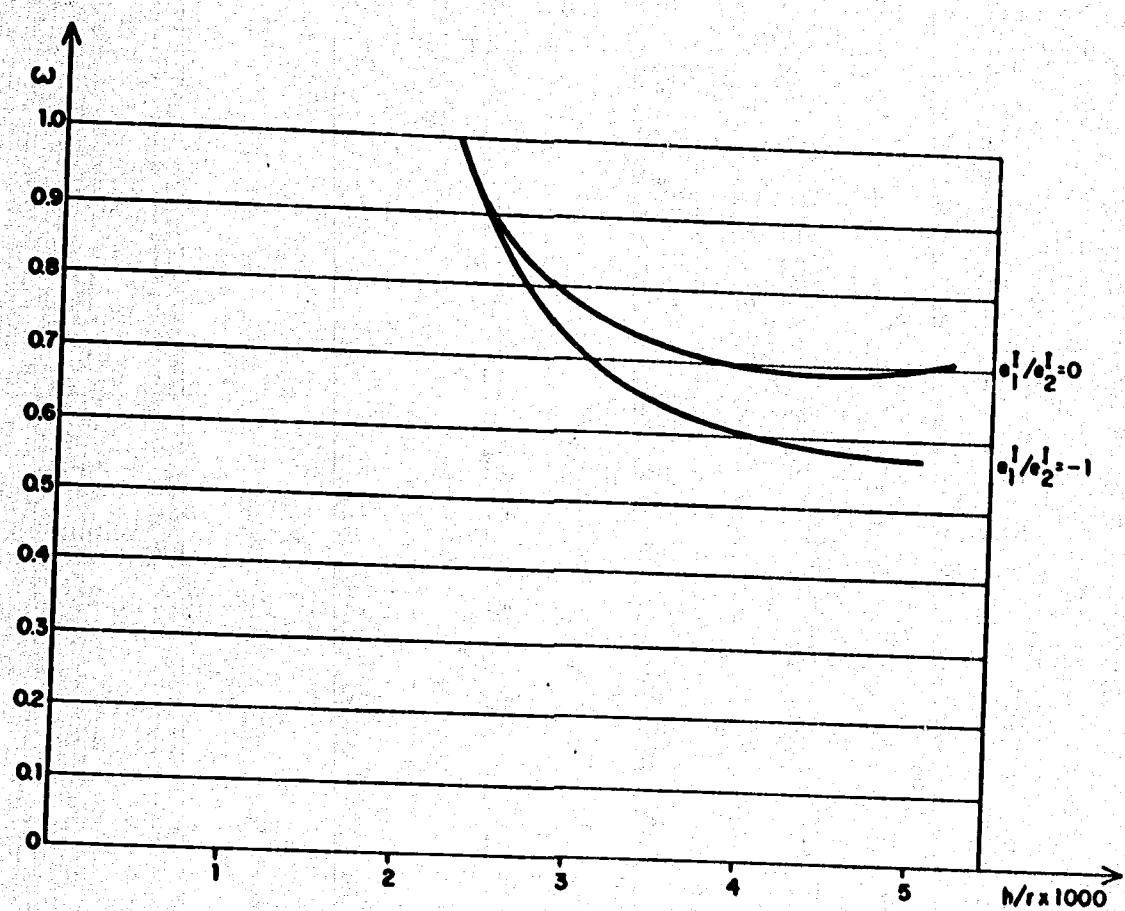


Fig.2.28 Curvas $\Omega-h/r$ para $\gamma=-0.6$ y sección tipo 2

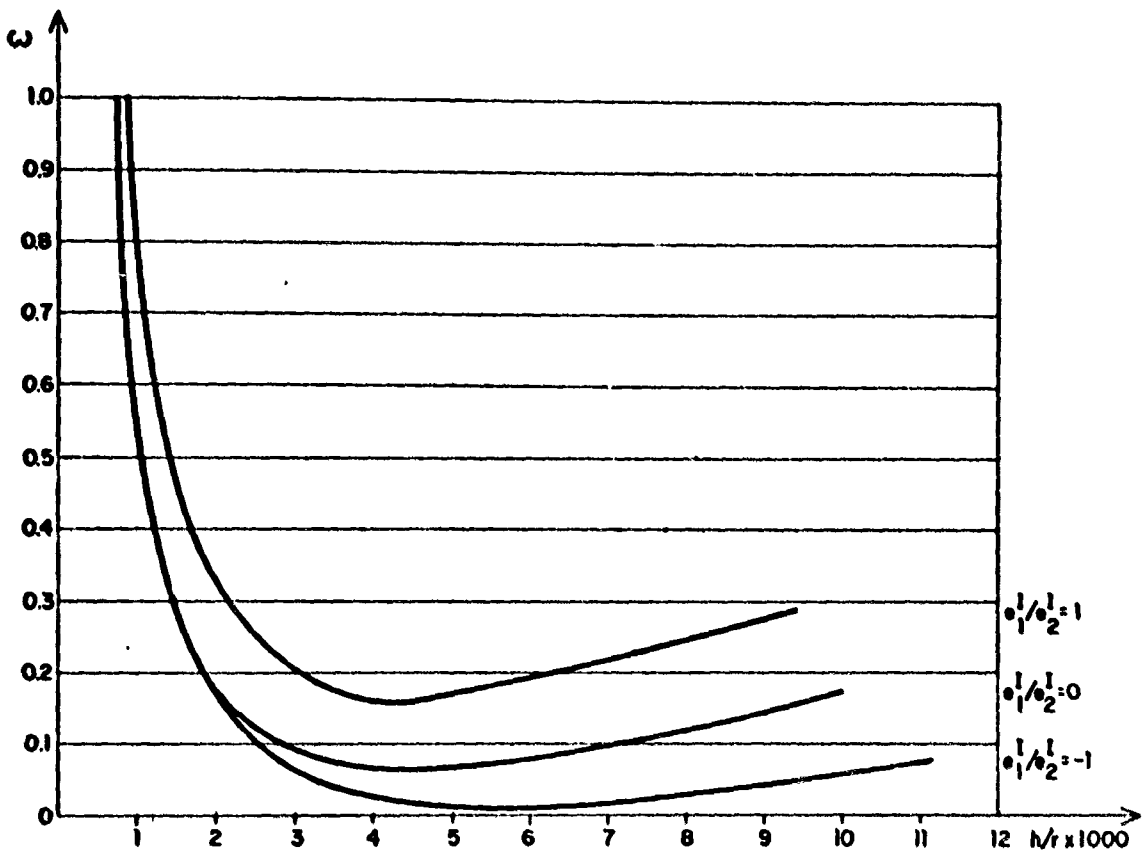


Fig.2.2.9 Curvas $\omega-h/r$ para $\gamma=-0.2$ y sección tipo 3

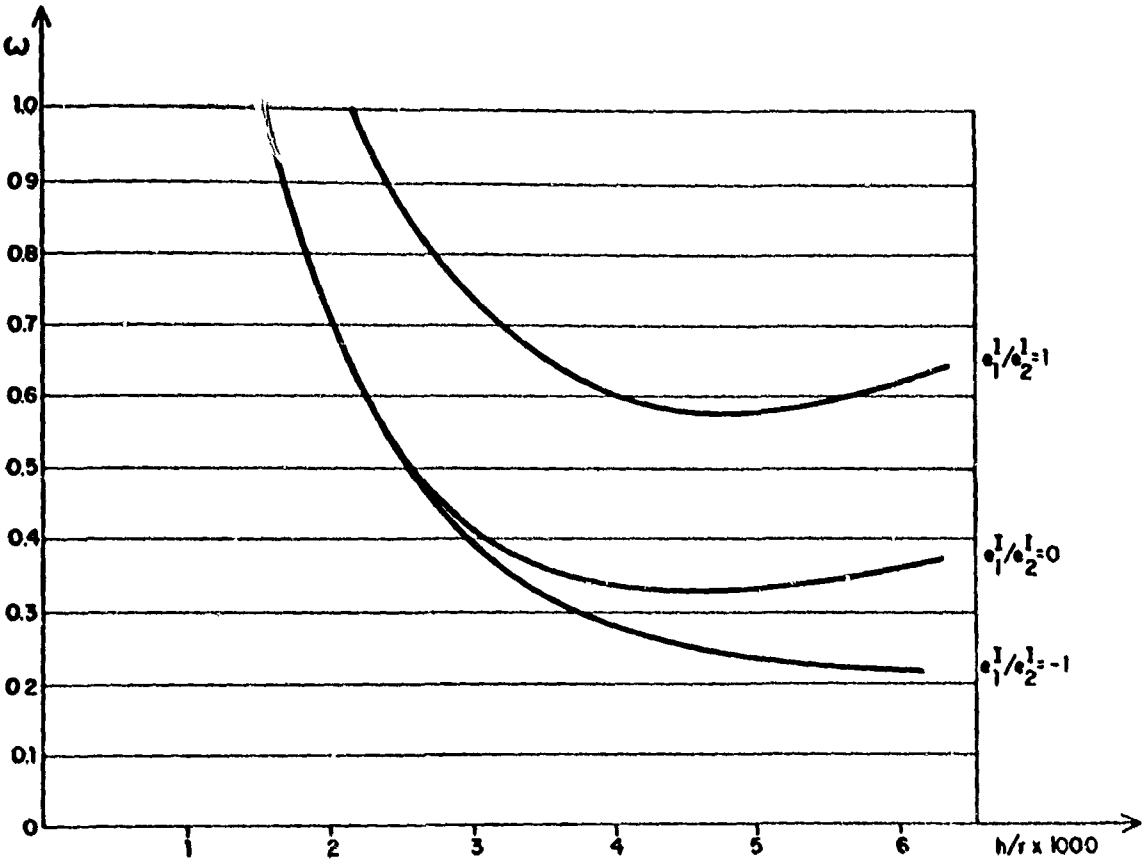


Fig.2.2.10 Curvas $\omega - h/r$ para $\nu = -0.4$ y sección tipo 3

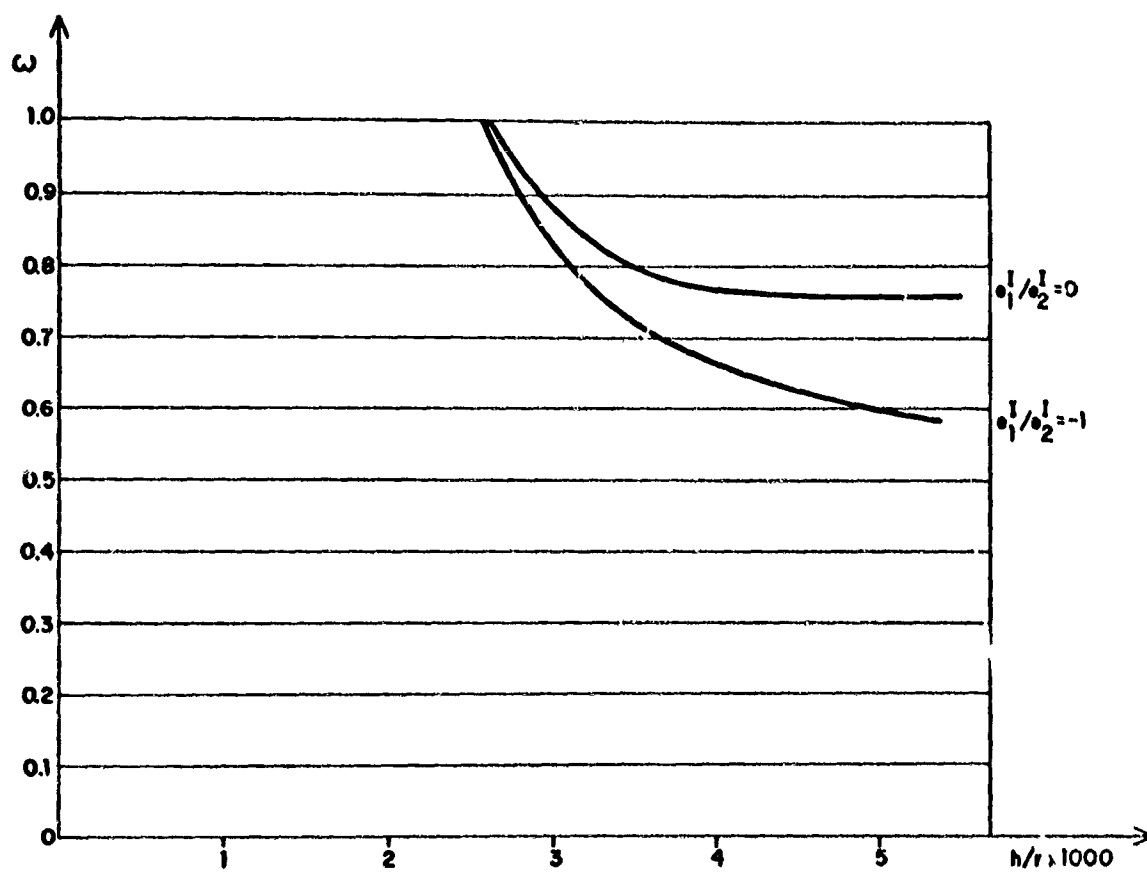


Fig.2.2.11 Curvas Ω - h/r para $\psi = -0.6$ y sección tipo 3

ponden a una sección tipo 1, y las tres siguientes 2.2.6, 2.2.7 y 2.2.8 a una sección tipo 2 y las tres últimas - 2.2.9, 2.2.10 y 2.2.11 a una sección tipo 3.

En cada grupo de tres figuras la primera corresponde a $\nu = -0,2$, la segunda a $\nu = -0,4$ y la tercera $\nu = -0,6$.

En cada figura se han representado las curvas $\omega - h/r$ correspondientes a $e_1^I/e_2^I = 1, 0$ y -1 .

En las figuras 2.2.8 y 2.2.11 correspondientes a $\nu = -0,6$ y secciones tipo 2 y 3 respectivamente no aparecen las curvas $\omega - h/r$ correspondientes a $e_1^I/e_2^I = 1$ ya que en estos casos las cuantías que conducen a estados de equilibrio en estos soportes son superiores a $\omega = 1$.

Como puede observarse existen dos tipos de curvas. El primer tipo constituido por dos ramas representa el caso de un soporte que falla por un estado límite último de inestabilidad cuando está armado con la cuantía correspondiente al mínimo de la curva.

La rama a la izquierda del mínimo representa las cuantías ω y las curvaturas de la sección crítica para las que se alcanza un equilibrio estable.

La rama a la derecha del mínimo representa las cuantías y curvaturas de las secciones críticas para las que se produciría un estado de equilibrio inestable.

Es decir, existen cuantías para las que el soporte puede alcanzar dos estados de equilibrio, uno estable para la curvatura de la sección crítica correspondiente a la ra

ma a la izquierda del mínimo y otro inestable para la curvatura de la sección crítica correspondiente a la rama a la derecha del mínimo.

La rama correspondiente a estados de equilibrio inestable constituye una situación teórica ya que desde el punto de vista del análisis o el dimensionamiento de soportes esbeltos el soporte siempre alcanzará de acuerdo con sus características primeramente un estado de equilibrio estable. Para las mismas características, el estado de equilibrio inestable es sólo posible si se producen ciertas perturbaciones que aumentan la deformación del soporte hasta que se produzca el estado de equilibrio inestable y estas perturbaciones no se tienen en cuenta en el análisis o dimensionamiento.

El segundo tipo de curva que se puede observar está constituida por un único tramo siempre descendente y su mínimo corresponde al estado de agotamiento de la sección. Esta curva representa el tipo de rotura A.

Este tipo de curva se presenta, en los soportes analizados, para valores de e_1^I/e_2^I bajos.

Desde el punto de vista del método de dimensionamiento propuesto estas curvas permiten confirmar las ideas presentadas en el apartado anterior, como se ven a continuación.

En primer lugar, para soportes que fallan por el estado límite último de agotamiento de la sección crítica como las curvas $\omega - h/r$ tienen un único tramo y el mínimo -

corresponde al estado de agotamiento caracterizando esta rotura por las curvas de curvaturas de referencia de agotamiento la cuantía que se obtendrá será precisamente la mínima.

Para soportes que fallan por el estado límite último de inestabilidad, se puede observar que existe un importante rango de curvaturas alrededor de la curvatura que conduce a la cuantía mínima donde la cuantía varía relativamente poco. Esto es debido a que las curvas $\omega - h/r$ en este caso son rápidamente descendentes y luego se aplanan alrededor del valor mínimo.

Caracterizando este tipo de rotura por una curva de curvaturas de referencia de inestabilidad adecuada (curvaturas para las que la directriz mecánica cambia bruscamente de pendiente), en muchos casos el dimensionamiento será óptimo cuando el mínimo de la curva $\omega - h/r$ coincida con la curvatura de referencia elegida.

Sin embargo, como la curvatura correspondiente a la cuantía mínima puede ser distinta de la curvatura de referencia elegida, los errores que se cometan conducirán siempre a cuantías del lado de la seguridad y en general bastante próximos a la mínima. Esto se discute detalladamente en el Apartado 2.4 donde se expone el Método de dimensionamiento propuesto.

2.3.- CURVAS DE CURVATURAS DE REFERENCIA DE INESTABILIDAD Y AGOTAMIENTO

Tal como se ha expresado en el Apartado 2.1., la idea fundamental del Método de las Curvaturas de Referencia consiste en reemplazar las directrices mecánicas, de difícil obtención, por las llamadas curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad y agotamiento.

Estas curvas representan la relación entre la excentricidad interna de la sección crítica y su curvatura de agotamiento o la curvatura adoptada como de referencia del estado límite último de inestabilidad para un axil, un tipo de sección y distintas cuantías.

De acuerdo con lo explicado en el apartado anterior, cuando los soportes fallan por agotamiento de la sección crítica, utilizando los métodos de la Columna Modelo o de la Deformada Senoidal, las directrices geométrica y mecánica (para la cuantía que define el estado límite de agotamiento) se intersectan, o en el caso límite son tangentes, en el último punto de la directriz mecánica.

Para representar la Rotura tipo B entonces no es necesario utilizar toda la directriz mecánica para distintas cuantías sino sólo emplear la curva que une todos los últimos puntos de las mismas.

La curva así definida se ha llamado curva de curvaturas de referencia de agotamiento.

Para cada axil y tipo de sección (forma, distribución de armaduras, características de los materiales) cada punto de la curva de curvaturas de referencia de agotamiento representa para una cuantía determinada la curvatura y la excentricidad interna que agotan la sección.

Supóngase el caso de un soporte esbelto que falla por agotamiento de la sección crítica. Para dimensionar este soporte por un procedimiento como el descrito en el Apartado 2.1 sería necesario obtener para el axil, tipo de sección y para diferentes cuantías, distintas directrices mecánicas hasta encontrar una que se corta con la directriz geométrica correspondiente en el último punto de aquella. Con igual exactitud, definiendo para el axil y tipo de sección del soporte analizado, la curva de curvaturas de referencia de agotamiento y buscando la intersección de ésta con la directriz geométrica se obtiene la cuantía mínima.

Las consideraciones anteriores son completamente válidas para cualquier tipo de sección. Es decir, una sección de forma cualquiera, con una distribución cualquiera de armaduras y unas características de materiales también cualesquiera siempre es posible obtener una curva de curvaturas de referencia de agotamiento que permita el dimensionamiento de soportes esbeltos que rompan por agotamiento de la sección crítica.

La definición de la curva de curvaturas de referencia de agotamiento para un axil y tipo de sección determinados debe realizarse por puntos, ya sea calculándolas cada vez o disponiendo de tablas adecuadas.

Para la obtención de cada punto, es decir para una cantidad determinada, debe procederse en forma iterativa utilizando estados de deformación de agotamiento (diagrama de los tres pivotes, fig. 1.2.4) y las hipótesis expuestas en el apartado 1.2 hasta definir un estado de deformación de agotamiento que corresponda a un axil interno igual al que se analice. Este estado de deformación de agotamiento define automáticamente la curvatura y la excentricidad de agotamiento que constituyen las coordenadas de un punto de la curva de curvaturas de referencia de agotamiento buscada.

Para soportes en los que se produce el estado límite último de inestabilidad, la curvatura de la sección crítica en el momento en que se produce el estado de equilibrio inestable, puede ser cualquiera inferior a la de agotamiento. En otras palabras, el punto de tangencia entre las directrices geométrica y mecánica corresponde a una curvatura cualquiera inferior a la que define el último punto de la directriz mecánica.

Si bien no es posible a priori conocer exactamente la curvatura de la sección crítica para la que, en cada caso, se produce el estado de equilibrio inestable, es factible definir una curvatura adecuada que efectivamente sea para

un gran número de casos la curvatura buscada y que desde el punto de vista del dimensionamiento conduzca a pequeños errores, del lado de la seguridad, cuando no represente exactamente el valor de la curvatura de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable.

Inicialmente la investigación de las curvaturas de referencia de inestabilidad fue realizada para secciones rectangulares con armadura simétrica dispuesta en caras opuestas, adoptando como recubrimiento relativo $h'/h = 0,1$ y para un acero dureza natural de $f_{yd} = 4.200/1,15 \text{ Kp/cm}^2$.

En las figuras A.9.1 a A.9.9 del Apéndice 9 se han representado las directrices mecánicas correspondientes a cuantías crecientes de 0 a 1 y para axiles $\nu = -0,1; -0,2; -0,3; -0,4; -0,5; -0,7; -0,8; -0,9$ y 1.

La figura 2.1.1 del Apartado 2.1 corresponde a una figura similar a las del Apéndice 9 para $\nu = -0,6$.

En todas las directrices mecánicas representadas se han marcado con una estrella los puntos de curvaturas significativas, tal como se explicó en el Apartado 1.2.

Con el punto 2 se indica la curvatura para la que la capa de acero más traccionada alcanza la deformación del límite elástico.

Con el punto 3 se indica la curvatura para la que la capa de acero más comprimida alcanza la deformación del límite elástico.

Finalmente con el punto 4 se ha indicado la curvatura de

agotamiento, correspondiente al último punto de la directriz mecánica. Para cada una de las figuras del Apéndice 9 la curva que une los puntos designados con 4 representa la curva de curvaturas de referencia de agotamiento, definida antes.

Observando las directrices mecánicas representadas, se puede ver que las mismas cambian bruscamente de pendiente en coincidencia con la curvatura representada por el punto 2 o 3, dependiendo de la magnitud del axil. Para axiles mayores o iguales de $\nu = -0,3$ el punto de cambio brusco de pendiente corresponde al punto 2. Para axiles menores que $\nu = -0,3$ el punto de cambio brusco de pendiente coincide con el punto 3.

Físicamente el cambio brusco de pendiente pone en evidencia la pérdida de rigidez de la sección cuando el acero traccionado alcanza su máxima capacidad mecánica (punto 2) para axiles mayores o iguales que $-0,3$. A partir de este momento para mayores curvaturas la fuerza interna de tracción del acero permanece constante y el momento sólo aumenta debido al aumento del brazo de palanca interno ya que la resultante de compresiones del hormigón se desplaza hacia arriba.

Para axiles $\nu < -0,3$ el cambio de pendiente coincide con el punto 3, cuando la capa de acero más comprimida alcanza su máxima capacidad mecánica. En este caso, el fenómeno es más complejo y depende de la magnitud del axil. De cualquier manera, para curvaturas mayores la velocidad de cre

cimiento de momentos es menor debido a que la fuerza de compresión de la capa más comprimida permanece constante.

De acuerdo con las características de las directrices mecánicas descritas, resulta que las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad pueden considerarse definidas por los puntos indicados con 2 para $\nu \geq -0,3$ y por los puntos 3 para $\nu < -0,3$.

Debe notarse (figura A.9.3), que para $\nu = -0,3$ los puntos 2 y 3 corresponden prácticamente a una misma curvatura con lo que no existe discontinuidad en la definición de las curvas de referencia de inestabilidad.

Las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad así elegidas cumplen con los dos criterios mencionados anteriormente. En la mayoría de los casos de soportes esbeltos que fallan por estado límite último de inestabilidad, la curvatura de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable es precisamente la curvatura correspondiente a dicha curva. En los casos en que no es así, el error que se produce al dimensionar con la cuantía correspondiente a esta curvatura es pequeño y del lado de la seguridad.

Cuando $e_1^I/e_2^I = 1$, la curvatura de inestabilidad coincide en general con la proporcionada por la curva de curvaturas de referencia de inestabilidad. Conceptualmente este hecho se puede explicar como sigue.

A la vista de las figuras del Apéndice 9, en forma más o

menos aproximada, se puede suponer que las directrices mecánicas pueden representarse por dos segmentos rectilíneos definidos por el punto origen, el punto 2 ó 3 según la magnitud del axil que se trate y el punto 4 que define el estado de agotamiento de la sección.

Por otro lado, el estado límite último de inestabilidad está representado, con los métodos usados, por la tangencia de las directrices mecánica y geométrica.

Si en este análisis se considera que la directriz geométrica para soportes con $e_1^I/e_2^I = 1$ es una recta, el único punto de tangencia posible para curvaturas menores que la de agotamiento será el 2 ó 3 según la magnitud del axil.

Si bien en la realidad, las directrices mecánicas no son bilineales los puntos 2 ó 3, suelen ser en un gran número de casos los que representan al estado de la sección crítica cuando el soporte alcanza el estado de equilibrio inestable.

No obstante, es cierto que para algunas combinaciones de esbelteces y relaciones de excentricidades en los extremos e_1^I/e_2^I , la curvatura de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable suele ser una intermedia entre la definida por el punto 2 ó 3 y el punto 4. En estos casos, y con respecto al segundo criterio, de que las curvaturas de la curva conduzcan, en el dimensionamiento, a cuantías con errores pequeños y del lado de la seguridad, en el apartado siguiente se muestra un amplio chequeo del método que demuestra el cumplimiento de este particular. Con-

ceptualmente, este problema se puede explicar como sigue.

De acuerdo con las curvas $\omega - h/r$ discutidas en el apartado anterior, resulta evidente que cuando la curvatura definida por 2 o 3 es realmente la de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable, la cuantía mínima corresponderá a esta curvatura.

Por otra parte, si la curvatura definida por los puntos 2 ó 3 no coincide con la curvatura de la sección crítica en el estado de equilibrio inestable, estas curvaturas definen cuantías mayores que la mínima.

En la figura 2.3.1 se ha dibujado una curva $\omega - h/r$ genérica, respetando el aire de las curvas del apartado anterior.

Cada punto, como se ha dicho, representa para el soporte correspondiente la cuantía y curvatura de la sección crítica que definen un estado de equilibrio.

En la misma figura se puede ver que si se supone que la curvatura para la que se alcanza el estado de equilibrio inestable, es decir, el estado límite último de inestabilidad es la definida por el punto 2 ó 3 y verdaderamente no es así, se define una cuantía mayor que la mínima y el soporte para el estado de cargas estudiado con la cuantía obtenida alcanzará un estado de equilibrio estable.

Se ha comprobado además, que las consideraciones anteriores resultan válidas para secciones rectangulares con otras distribuciones de armaduras.

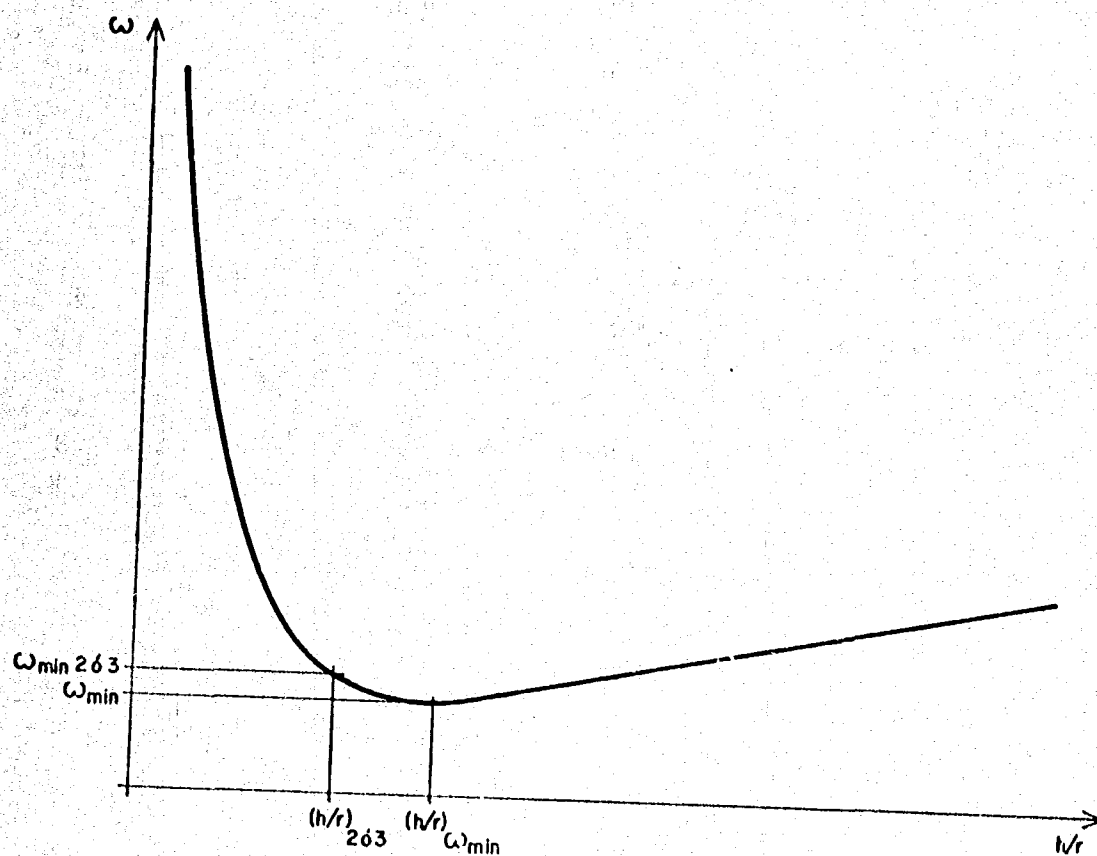


Fig.2.3.1 Diferencias de ω obtenidas utilizando h/r real de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable o h/r definidas por los puntos 2 o 3

En el Apéndice 9, también se presentan las directrices mecánicas correspondientes a secciones de tipo 2 y 3, es decir, secciones armadas con 8 redondos con 3 dispuestos en cada cara y con armadura distribuida en las cuatro caras respectivamente. Como en el caso anterior se ha considerado $h'/h = 0,1$ y $f_{yd} = 4.200/115 \text{ Kp/cm}^2$.

Como se puede observar para este tipo de secciones el cambio de pendiente de las directrices mecánicas está menos definido que en el caso anterior. No obstante, tal como puede verse en el apartado siguiente, considerar la curva de referencia de inestabilidad, la definida por los puntos 2 ó 3, según la magnitud del axil también conduce a buenos resultados de dimensionamiento.

La curva de curvaturas de referencia de inestabilidad, como en el caso anterior, debe definirse por puntos.

Para axiles mayores o iguales que $-0,3$ debe buscarse el plano de deformaciones que pasando por la deformación del límite elástico para el acero más traccionado conduzca a un axil interno suficientemente próximo al estudiado.

En otras palabras, deben investigarse los estados de deformación definidos en la figura 2.3.2 hasta que la ecuación 1.2.1 (Apartado 1.2) dé un axil igual al estudiado.

Inmediatamente puede obtenerse la curvatura y de la ecuación 1.2.2 el valor de excentricidad interna correspondiente, que constituyen un punto de la curva de curvaturas de referencia.

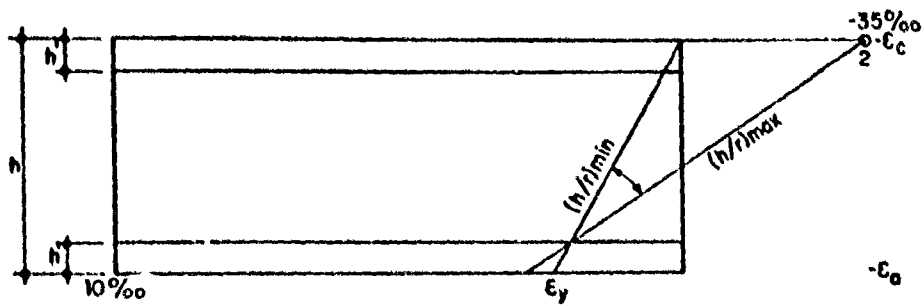


Fig.2.3.2 Estados de deformaciones a investigar para obtener la curvatura de referencia de inestabilidad para $\psi > -0.3$

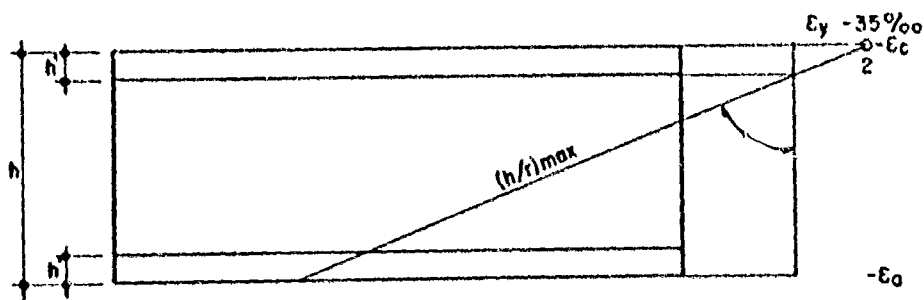


Fig.2.3.3 Estados de deformación a investigar para obtener la curvatura de referencia de inestabilidad para $\psi < -0.3$

Para axiles menores que $\nu = 0,3$ debe buscarse el plano de deformaciones que pasando por la deformación del límite elástico para el acero más comprimido conduce a un axil interno suficientemente próximo al estudiado.

En este caso es necesario investigar los estados de deformación definidos en la figura 2.3.3.

En las Tablas I, II y III se dan las coordenadas de los puntos de las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad y agotamiento para axiles de $\nu = -0,1$ a $\nu = 1$ con un incremento constante de $-0,1$ de cuantías de 0 a 1 con un incremento constante de 0,1 y los tres tipos de sección tratados.

Puede observarse que para $\nu = -0,9$ la menor cuantía con--signada es $\omega = 0,1$ y para $\nu = -1,0$ la menor cuantía es $\omega = 0,2$.

Esto es debido a que para estos axiles cuantías menores que las dadas, con el incremento utilizado, no son suficientes para resistir ese axil a compresión centrada.

Finalmente, las figuras 2.3.3 a 2.3.8 muestran las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad y agotamiento para las tres secciones estudiadas.

Como cada punto de las curvas de curvaturas de referencia corresponde a una cuantía determinada (parte derecha de las figuras) y por las características de las curvas no resulta cómodo graduarlas, se han representado a la izquierda de las figuras las curvas $e/h - \omega$ que permiten conocer la cuantía de cada punto de las curvas de la derecha, fácilmente.

ν	ω	$(h/r)_1$ $\times 1000$	$(a/h)_1$	$(h/r)_2$ $\times 1000$	$(a/h)_2$	ν	ω	$(h/r)_1$ $\times 1000$	$(a/h)_1$	$(h/r)_2$ $\times 1000$	$(a/h)_2$
-.1	1.0	3.951	1.258	14.58	4.018	-.2	1.0	4.201	2.298	12.00	2.379
	.9	3.911	3.866	10.56	4.019		.9	4.219	2.100	12.04	2.179
	.8	3.855	3.475	14.54	3.619		.8	4.195	1.903	12.04	1.979
	.7	3.815	3.085	10.51	3.220		.7	4.167	1.706	12.04	1.779
	.6	3.756	2.696	14.48	2.821		.6	4.134	1.509	12.04	1.579
	.5	3.686	2.309	10.40	2.422		.5	4.095	1.314	12.04	1.379
	.4	3.600	1.923	14.38	2.023		.4	4.050	1.119	12.04	1.179
	.3	3.506	1.539	14.30	1.625		.3	3.994	.925	12.04	.979
	.2	3.327	1.156	14.12	1.228		.2	3.925	.732	12.04	.779
	.1	3.237	.775	13.99	.832		.1	3.838	.540	12.04	.579
-.3	1.0	4.522	1.641	8.028	1.652	-.4	1.0	4.178	1.155	6.021	1.258
	.9	4.509	1.508	8.028	1.519		.9	4.146	1.057	6.021	1.158
	.8	4.504	1.375	8.028	1.385		.8	4.109	.960	6.021	1.058
	.7	4.512	1.241	8.028	1.252		.7	4.063	.863	6.021	.958
	.6	4.504	1.108	8.028	1.119		.6	4.008	.767	6.021	.858
	.5	4.543	.975	8.028	.985		.5	3.940	.671	6.021	.758
	.4	4.513	.841	8.028	.852		.4	3.852	.578	6.021	.658
	.3	4.543	.708	8.028	.719		.3	3.739	.486	6.021	.558
	.2	4.543	.575	8.028	.585		.2	3.587	.398	6.021	.458
	.1	4.542	.442	8.028	.452		.1	3.382	.316	6.021	.358
-.5	1.0	3.822	.864	5.620	.949	-.6	1.0	3.482	.671	5.315	.739
	.9	3.763	.722	5.596	.871		.9	3.398	.609	5.268	.675
	.8	3.693	.712	5.568	.792		.8	3.303	.548	5.212	.611
	.7	3.610	.637	5.535	.714		.7	3.192	.488	5.147	.548
	.6	3.512	.559	5.494	.637		.6	3.064	.430	5.068	.485
	.5	3.394	.492	5.444	.560		.5	2.915	.372	4.974	.423
	.4	3.250	.422	5.380	.483		.4	2.745	.317	4.857	.363
	.3	3.077	.359	5.298	.408		.3	2.552	.263	4.712	.303
	.2	2.868	.291	5.187	.335		.2	2.341	.211	4.529	.246
	.1	2.625	.230	5.035	.264		.1	2.120	.159	4.299	.191
-.7	1.0	2.353	.172	4.217	.195	-.8	1.0	1.889	.105	4.014	.137
	1.0	3.158	.535	5.019	.590		1.0	2.854	.432	4.733	.477
	.9	3.056	.483	4.950	.535		.9	2.739	.368	4.645	.430
	.8	2.941	.432	4.871	.482		.8	2.612	.344	4.545	.384
	.7	2.812	.382	4.778	.429		.7	2.473	.302	4.430	.338
	.6	2.666	.333	4.669	.376		.6	2.322	.259	4.296	.293
	.5	2.505	.286	4.540	.325		.5	2.161	.217	4.142	.249
	.4	2.330	.239	4.385	.274		.4	1.995	.174	3.964	.205
	.3	2.144	.192	4.201	.225		.3	1.803	.132	3.760	.161
	.2	1.951	.144	3.983	.176		.2	1.561	.090	3.530	.116
-.9	1.0	1.715	.097	3.728	.127	-1.0	1.0	1.228	.050	2.969	.069
	1.0	1.290	.052	3.269	.077		1.0	.660	.013	1.945	.022
	1.0	2.571	.352	4.136	.389		1.0	2.311	.282	4.191	.318
	.9	2.445	.314	4.353	.348		.9	2.186	.253	4.074	.281
	.8	2.316	.275	4.235	.307		.8	2.054	.218	3.943	.244
	.7	2.175	.237	4.103	.267		.7	1.913	.182	3.798	.208
	.6	2.028	.198	3.952	.227		.6	1.748	.147	3.636	.171
	.5	1.866	.159	3.782	.187		.5	1.551	.112	3.412	.133
	.4	1.679	.121	3.592	.146		.4	1.304	.078	2.965	.095
	.3	1.429	.084	3.282	.104		.3	.971	.045	2.356	.057
-1.0	1.0	1.089	.046	2.639	.062		.2	.440	.013	1.365	.019
	.9	.838	.014	1.608	.021						

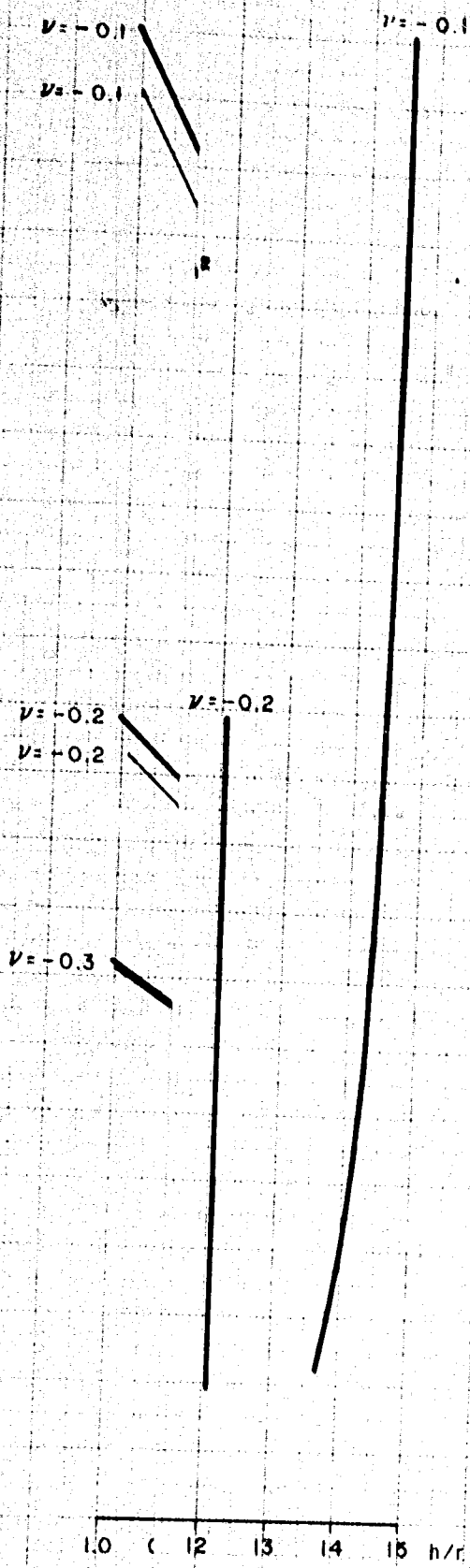
TABLA I: Coordenadas de las Curvas de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento. Sección tipo 1.

ν	ω	$(l/r)l$ $\times 1000$	$(a/h)l$	$(h/r)a$ $\times 1000$	$(a/h)a$	ν	ω	$(l/r)l$ $\times 1000$	$(a/h)l$	$(h/r)a$ $\times 1000$	$(a/h)a$
- .1	1.0	3.251	3.342	4.304	3.884	- .2	1.0	4.201	1.831	8.307	1.971
	.9	3.011	3.091	4.087	3.580		.9	4.219	1.682	8.401	1.818
	.8	3.856	2.704	9.692	3.269		.8	4.195	1.533	8.509	1.665
	.7	3.815	2.497	9.951	2.956		.7	4.167	1.385	8.638	1.512
	.6	3.755	2.200	10.26	2.640		.6	4.134	1.237	8.792	1.358
	.5	3.686	1.903	10.79	2.319		.5	4.096	1.088	8.982	1.203
	.4	3.614	1.605	12.01	1.958		.4	4.050	.940	9.223	1.047
	.3	3.546	1.307	13.76	1.590		.3	3.998	.793	9.501	.888
	.2	3.337	1.007	14.76	1.213		.2	3.925	.645	9.989	.727
- .3	.1	3.237	.700	14.33	.825	- .4	.1	3.838	.494	10.70	.559
	.0	3.011	.335	13.63	.436		.0	3.725	.351	12.00	.379
	1.0	4.511	1.320	7.302	1.320		1.0	4.178	.925	6.539	1.005
	.9	4.514	1.208	7.407	1.229		.9	4.146	.852	6.512	.931
	.8	4.510	1.108	7.435	1.128		.8	4.109	.779	6.482	.856
	.7	4.511	1.005	7.468	1.028		.7	4.063	.706	6.449	.781
	.6	4.504	.904	7.506	.927		.6	4.008	.634	6.411	.706
	.5	4.513	.808	7.551	.827		.5	3.940	.563	6.367	.632
	.4	4.543	.708	7.605	.726		.4	3.852	.493	6.317	.557
- .5	.3	4.523	.608	7.673	.625	- .6	.3	3.739	.425	6.260	.482
	.2	4.513	.508	7.758	.523		.2	3.587	.359	6.193	.408
	.1	4.512	.408	7.871	.421		.1	3.382	.297	6.114	.333
	.0	4.512	.308	8.028	.319		.0	3.107	.240	6.021	.258
	1.0	3.523	.896	5.855	.790		1.0	3.482	.504	5.551	.628
	.9	3.763	.639	5.826	.736		.9	3.398	.497	5.497	.576
	.8	3.643	.582	5.791	.673		.8	3.303	.451	5.433	.524
	.7	3.610	.526	5.749	.610		.7	3.192	.406	5.358	.473
	.6	3.512	.471	5.697	.548		.6	3.064	.362	5.268	.423
- .7	.5	3.379	.417	5.630	.486	- .8	.5	2.915	.319	5.158	.373
	.4	3.250	.364	5.553	.425		.4	2.745	.277	5.021	.324
	.3	3.077	.311	5.466	.365		.3	2.552	.235	4.849	.276
	.2	2.868	.265	5.303	.307		.2	2.341	.194	4.631	.229
	.1	2.625	.218	5.103	.251		.1	2.120	.151	4.355	.183
	.0	2.355	.172	4.817	.198		.0	1.880	.105	4.014	.137
	1.0	3.154	.135	4.250	.155	- .9	1.0	2.854	.350	4.966	.413
	.9	3.056	.126	4.178	.141		.9	2.739	.320	4.870	.375
	.8	2.941	.115	4.089	.118		.8	2.612	.287	4.759	.337
	.7	2.817	.102	4.936	.107		.7	2.473	.254	4.631	.300
	.6	2.686	.083	4.863	.092		.6	2.322	.221	4.483	.263
	.5	2.535	.066	4.716	.079		.5	2.161	.187	4.309	.226
	.4	2.330	.049	4.539	.069		.4	1.995	.152	4.106	.190
	.3	2.104	.032	4.326	.060		.3	1.803	.117	3.872	.152
	.2	1.951	.012	4.072	.057		.2	1.561	.081	3.606	.113
- .9	.1	1.715	.002	3.714	.054	- 1.0	.1	1.226	.047	3.057	.068
	.0	1.330	.002	3.362	.057		.0	.660	.013	1.945	.022
	1.0	2.571	.221	4.566	.301		1.0	2.311	.237	4.416	.282
	.9	2.445	.260	4.573	.307		.9	2.186	.209	4.289	.252
	.8	2.316	.230	4.444	.270		.8	2.050	.181	4.145	.222
	.7	2.175	.200	4.297	.241		.7	1.913	.153	3.983	.191
	.6	2.028	.168	4.129	.207		.6	1.748	.124	3.802	.160
	.5	1.866	.137	3.937	.174		.5	1.551	.095	3.601	.128
	.4	1.670	.105	3.721	.139		.4	1.304	.067	3.221	.093
- 1.0	.3	1.424	.073	3.455	.102		.3	.971	.039	2.559	.056
	.2	1.083	.007	2.789	.062		.2	.440	.011	1.476	.019
	.1	.551	.012	1.682	.020						

TABLA II: Coordenadas de las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad y Agotamiento. Sección tipo 2

ν	ω	$(h/r)_1$ $\times 1000$	$(a/h)_1$	$(h/r)_a$ $\times 1000$	$(a/h)_a$	ν	ω	$(h/r)_1$ $\times 1000$	$(a/h)_1$	$(h/r)_a$ $\times 1000$	$(a/h)_a$
-0.1	1.0	3.451	3.496	9.367	3.708	-0.2	1.0	4.241	1.674	8.220	1.904
	.9	3.411	2.431	9.576	3.406		.9	4.219	1.542	8.322	1.757
	.8	3.366	2.566	9.850	3.099		.8	4.195	1.409	8.441	1.609
	.7	3.315	2.300	10.18	2.790		.7	4.167	1.277	8.581	1.462
	.6	3.256	2.030	10.58	2.479		.6	4.134	1.145	8.748	1.313
	.5	3.186	1.767	11.14	2.161		.5	4.096	1.013	8.970	1.163
	.4	3.109	1.499	11.87	1.840		.4	4.050	.880	9.248	1.012
	.3	3.026	1.230	12.96	1.510		.3	3.994	.748	9.600	.859
	.2	2.937	.957	14.60	1.169		.2	3.925	.616	10.10	.702
	.1	2.837	.680	16.89	.810		.1	3.838	.484	10.84	.543
-0.3	.0	2.721	.395	19.63	.436	-0.4	1.0	4.178	.848	6.617	.964
	1.0	4.514	1.196	7.336	1.286		.9	4.146	.783	6.592	.892
	.9	4.544	1.107	7.359	1.190		.8	4.109	.718	6.563	.821
	.8	4.544	1.019	7.386	1.094		.7	4.063	.654	6.530	.751
	.7	4.544	.930	7.417	.998		.6	4.008	.590	6.491	.680
	.6	4.541	.841	7.454	.902		.5	3.940	.527	6.448	.609
	.5	4.513	.752	7.502	.806		.4	3.852	.465	6.397	.538
	.4	4.543	.663	7.560	.709		.3	3.739	.404	6.333	.467
	.3	4.513	.575	7.633	.612		.2	3.587	.346	6.254	.397
	.2	4.513	.486	7.726	.515		.1	3.382	.291	6.153	.327
-0.5	.1	4.512	.397	7.850	.417	-0.6	.0	3.107	.240	6.021	.258
	.0	4.502	.308	8.020	.319		1.0	3.482	.501	5.669	.603
	1.0	3.722	.636	6.030	.760		.9	3.398	.460	5.610	.554
	.9	3.763	.589	5.975	.703		.8	3.303	.419	5.541	.505
	.8	3.693	.532	5.911	.646		.7	3.192	.379	5.459	.456
	.7	3.610	.489	5.863	.587		.6	3.064	.339	5.361	.408
	.6	3.512	.416	5.805	.528		.5	2.915	.301	5.240	.361
	.5	3.394	.392	5.732	.469		.4	2.745	.263	5.091	.315
	.4	3.250	.345	5.640	.412		.3	2.552	.226	4.905	.269
	.3	3.177	.310	5.519	.355	-0.8	.2	2.341	.188	4.667	.225
-0.7	.2	2.668	.257	5.357	.300		.1	2.120	.148	4.372	.182
	.1	2.625	.215	5.132	.247		.0	1.889	.105	4.014	.137
	.0	2.353	.172	4.517	.198		1.0	2.854	.327	5.063	.398
	1.0	3.155	.102	4.562	.486		.9	2.739	.297	4.961	.362
	.9	3.056	.367	4.280	.444		.8	2.612	.268	4.842	.326
	.8	2.941	.133	4.185	.403		.7	2.473	.238	4.704	.290
	.7	2.812	.299	4.073	.362		.6	2.322	.208	4.543	.255
	.6	2.666	.266	4.941	.322		.5	2.161	.177	4.357	.220
	.5	2.505	.233	4.782	.282		.4	1.995	.145	4.140	.184
	.4	2.330	.206	4.591	.242	-1.0	.3	1.803	.112	3.891	.148
-0.9	.3	2.144	.165	4.363	.203		.2	1.561	.079	3.613	.110
	.2	1.951	.128	4.091	.164		.1	1.228	.046	3.060	.067
	.1	1.715	.090	3.780	.123		.0	.660	.013	1.945	.022
	.0	1.399	.052	3.369	.077		1.0	2.311	.220	4.487	.271
	1.0	2.571	.269	4.711	.328		.9	2.186	.195	4.351	.243
	.9	2.408	.202	4.649	.296		.8	2.054	.169	4.196	.213
	.8	2.316	.215	4.511	.264		.7	1.913	.143	4.022	.184
	.7	2.175	.187	4.353	.232		.6	1.748	.116	3.828	.154
	.6	2.028	.158	4.173	.200		.5	1.551	.090	3.613	.123
	.5	1.866	.129	3.967	.168		.4	1.304	.063	3.231	.089
-1.0	.4	1.674	.099	3.737	.135		.3	.971	.037	2.560	.053
	.3	1.424	.070	3.476	.099		.2	.440	.011	1.492	.018
	.2	1.089	.041	2.792	.059						
	.1	.554	.012	1.639	.020						

TABLA III: Coordenadas de las curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad y agotamiento. Sección tipo 3.



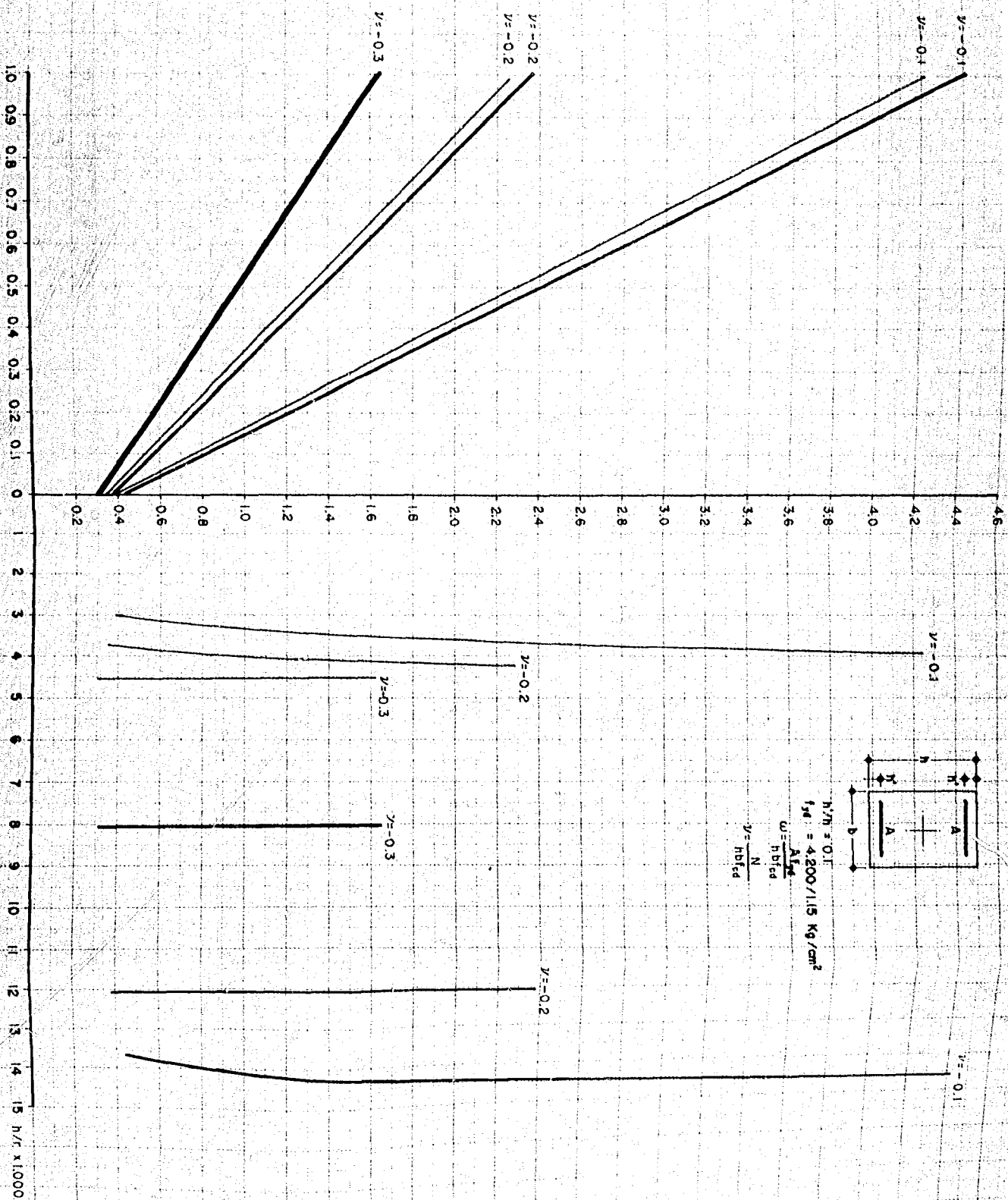


Fig.2.3.4 Curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad — y agotamiento — para $\nu = -0.3$. Sección tipo.1

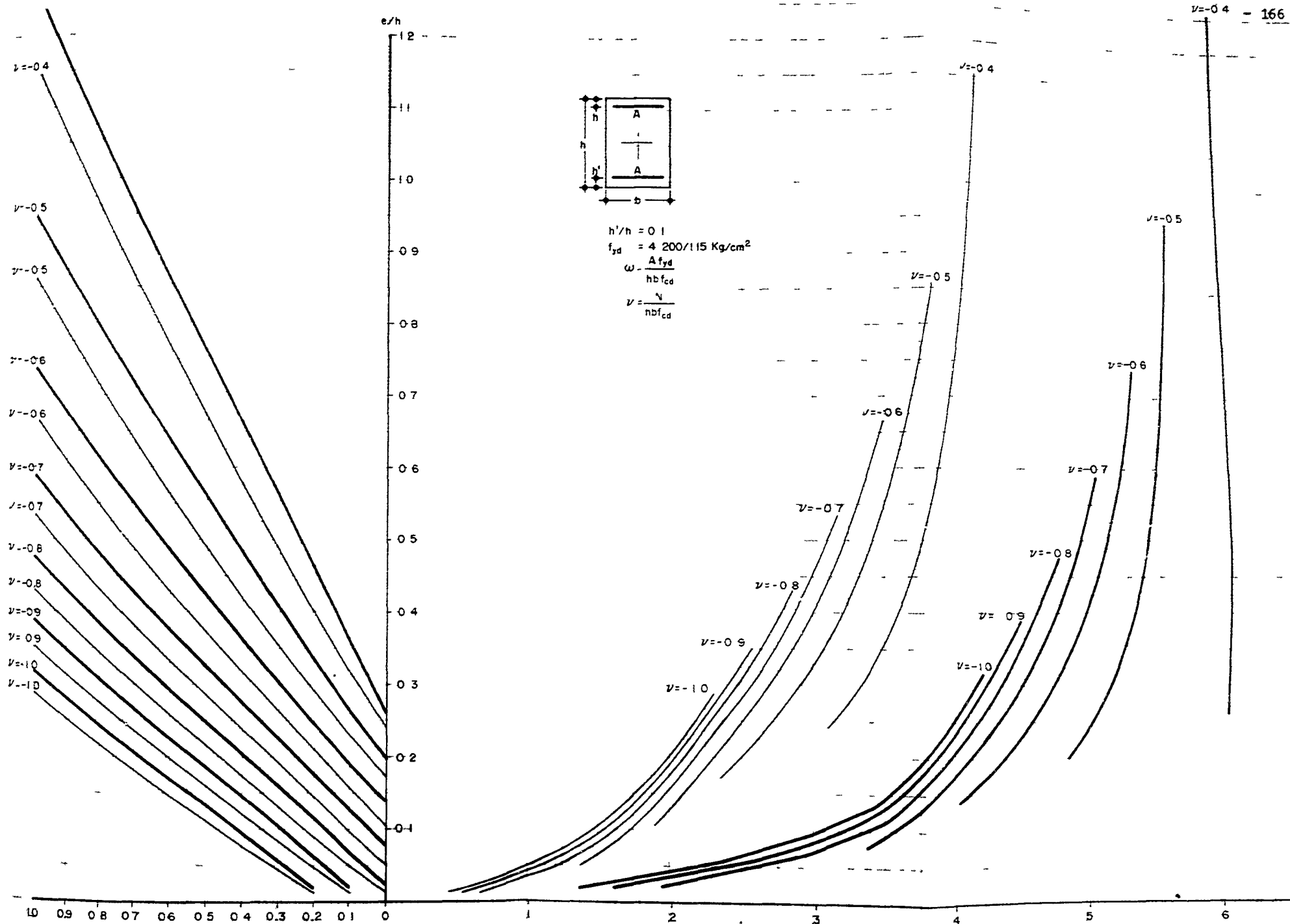


Fig. 2.3.5. Curves for the determination of the effective depth of the section.

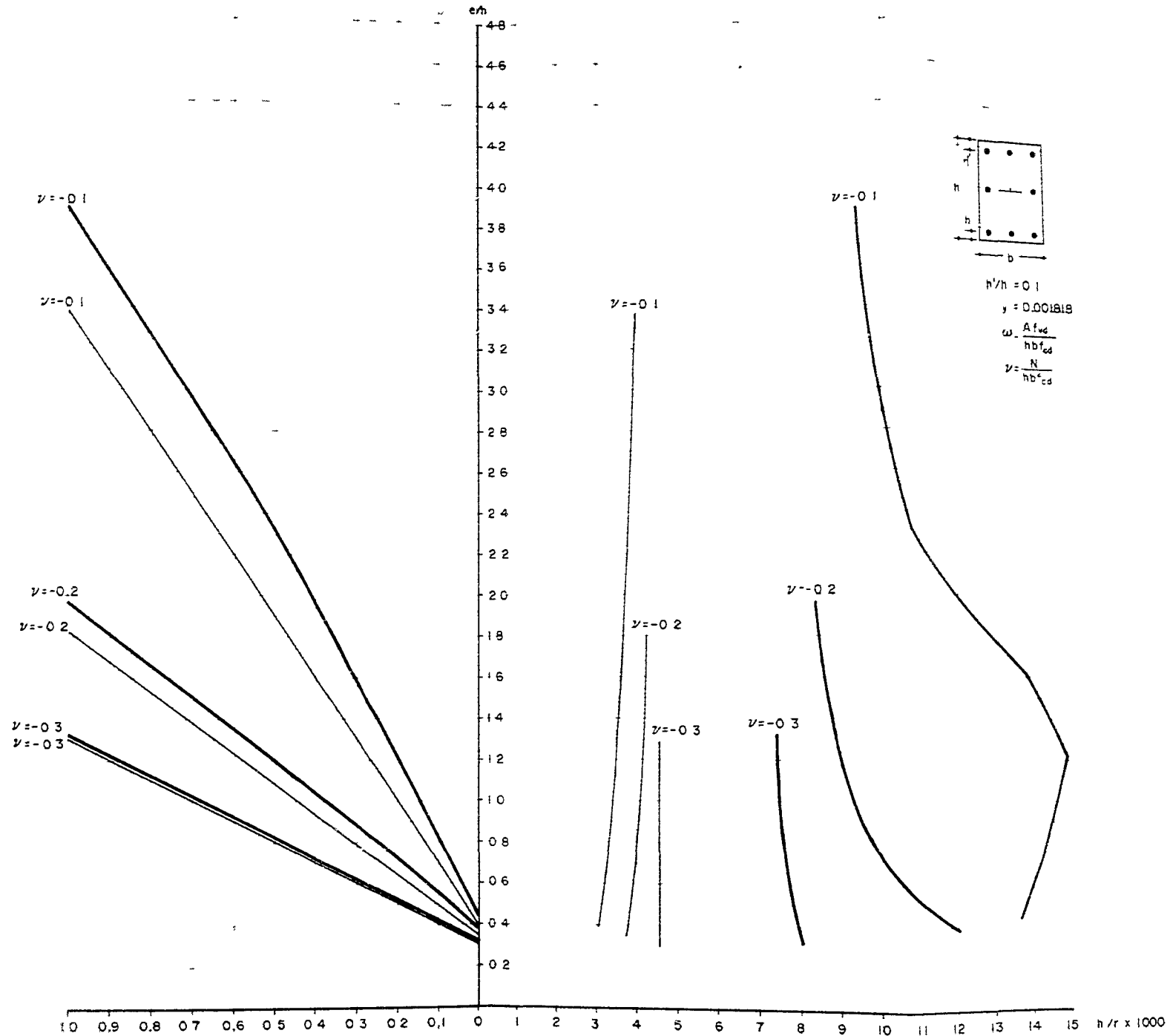


Fig. 2.36 Curves de curvatura de referencia de inestabilidad — ν constante — para $\omega = 0.05$

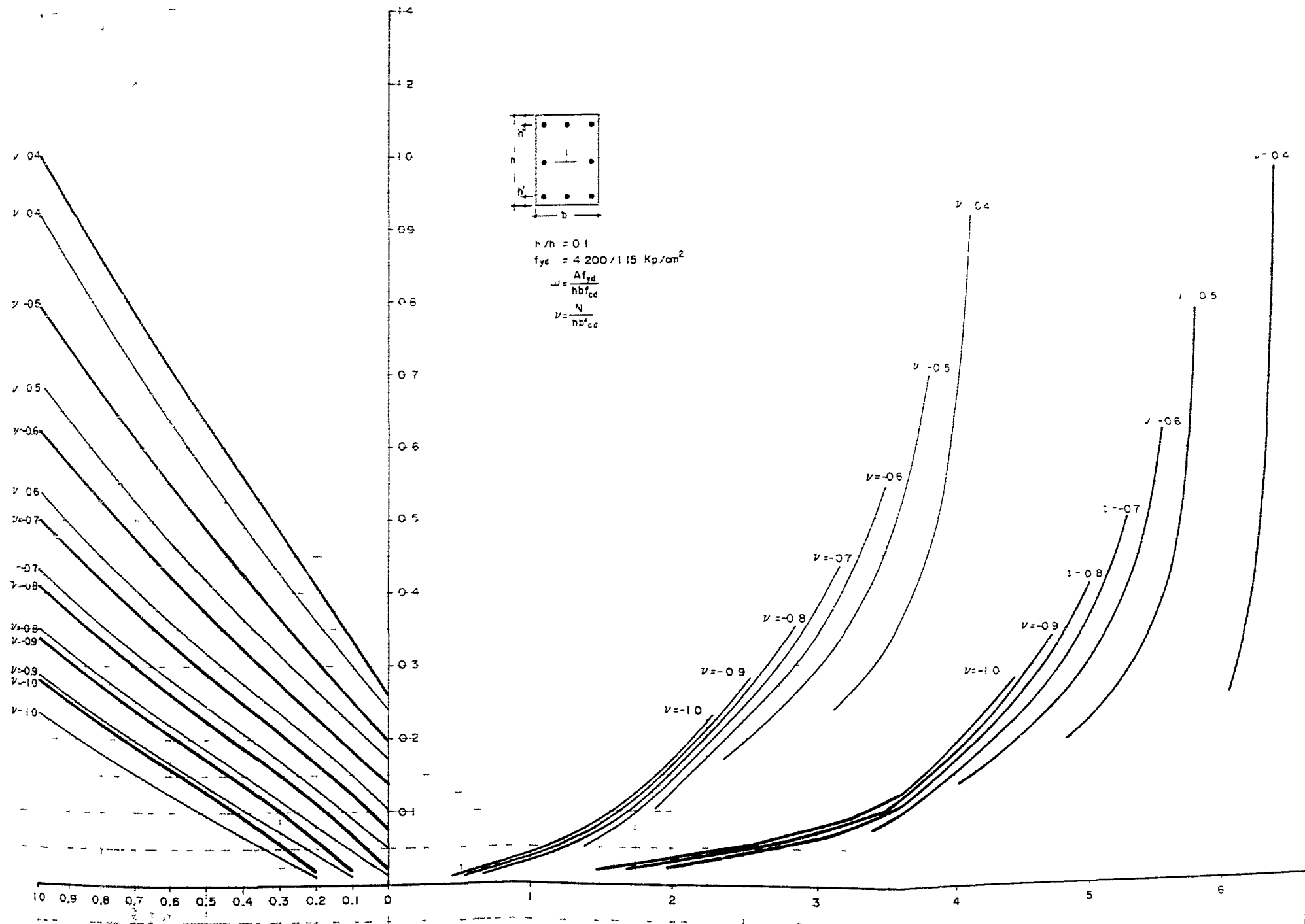
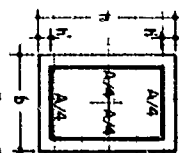


Fig. 237 Curvas de curvaturas de referencia de inestabilidad — y ogotamiento — para $\nu < -0.3$ Segundo tipo

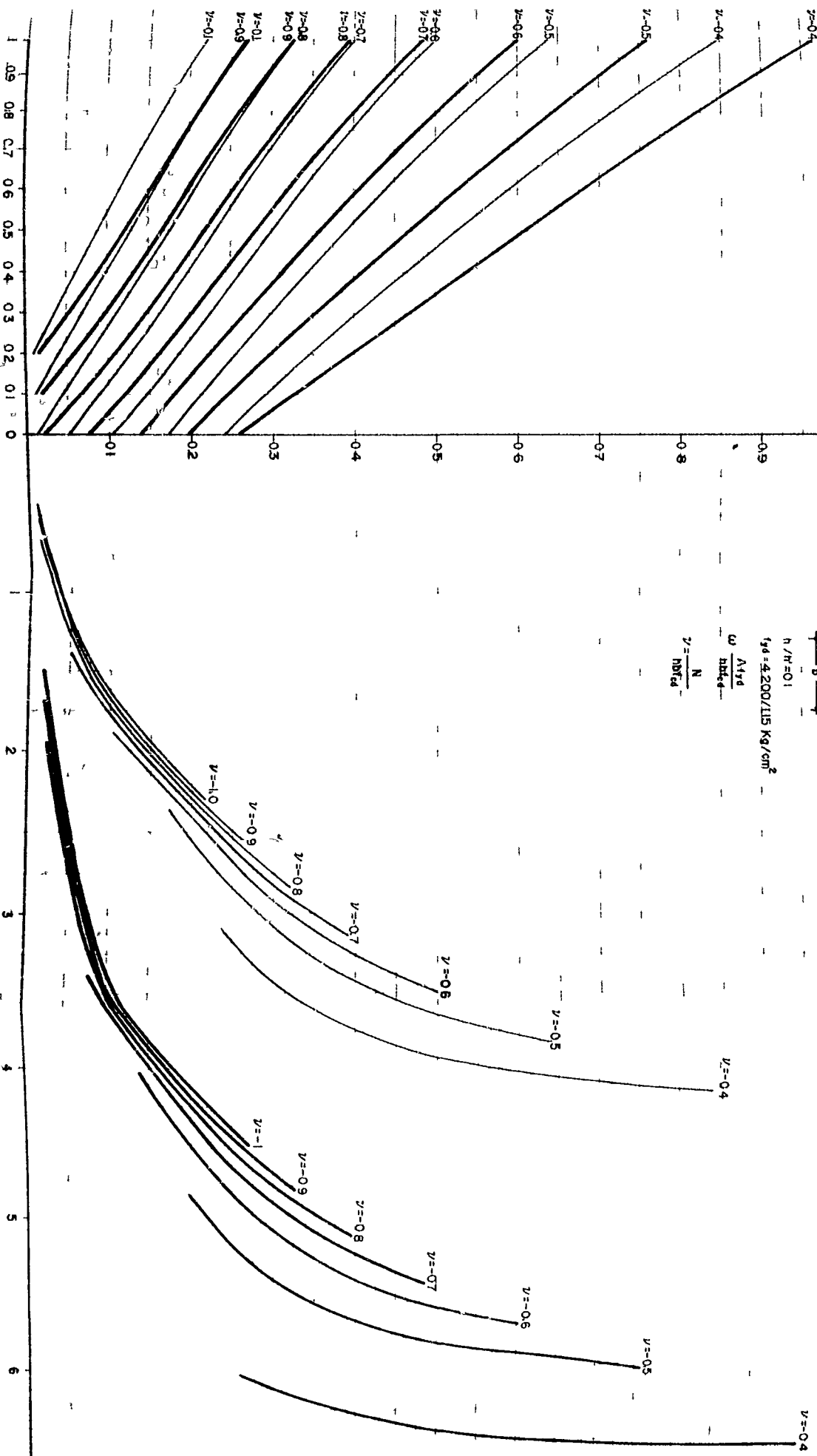


$$h/H = 0.1$$

$$\gamma_d = 2.200 / 115 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\omega = \frac{A \gamma_d}{h b \gamma_d}$$

$$\nu = \frac{N}{h b \gamma_d}$$



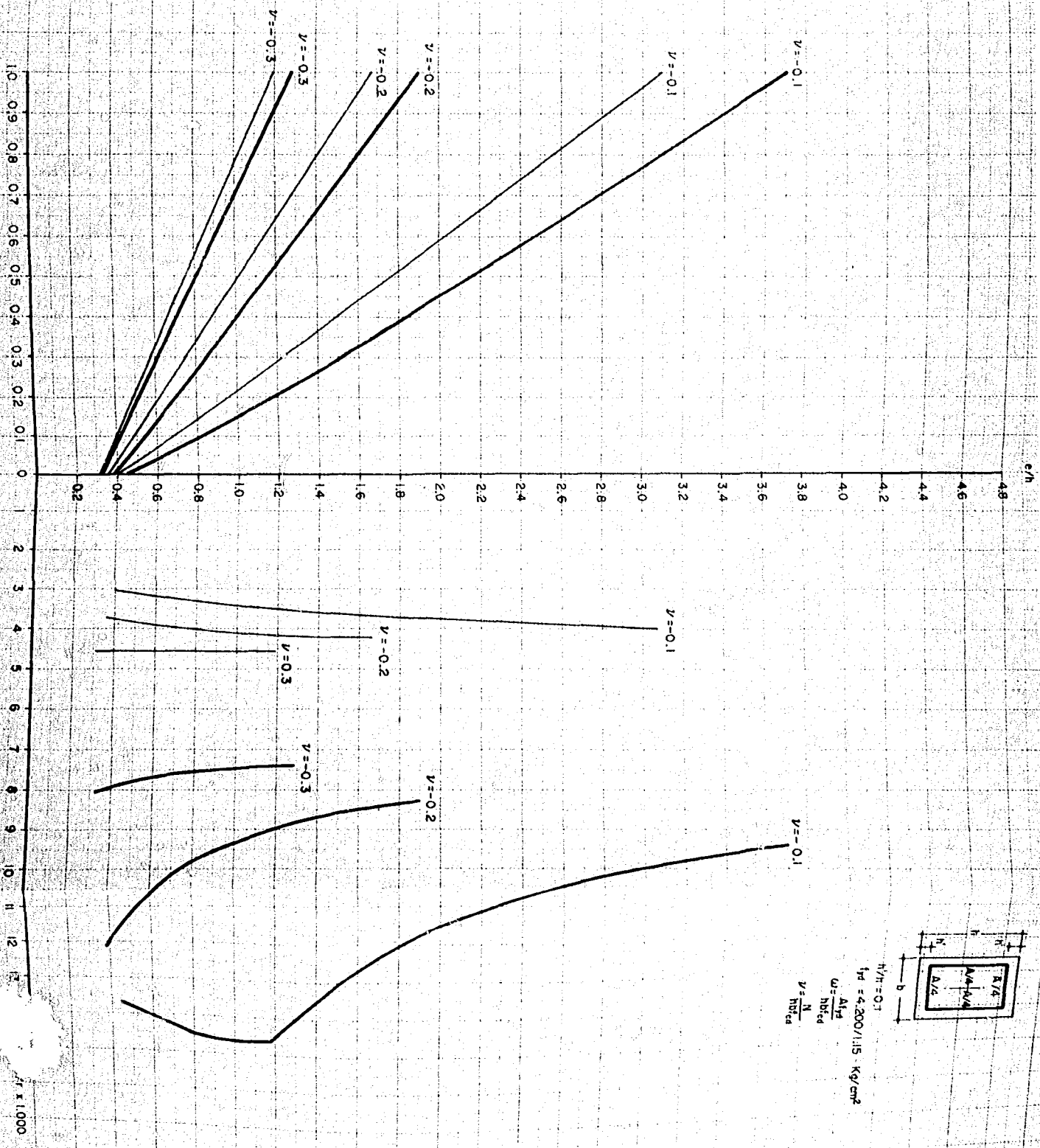


FIG. 2.3.8. Curvas de curvaturas de referência de instabilidade — v deslocamento — para $\lambda = 1.000$

Es decir, para conocer la cuantía de un punto cualquiera de las curvas de curvaturas de referencia debe irse con una horizontal a la curva correspondiente del sistema $e/h - \omega$ y en las abscisas se lee la cuantía buscada.

Cada pareja de figuras corresponde a un tipo de sección. Para cada tipo de sección la primera figura corresponde a $\nu > -0,3$ a una escala conveniente y la segunda figura a $\nu < -0,3$ a una escala también adecuada.

2.4.- METODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA

El Método de las Curvaturas de Referencia constituye el método de dimensionamiento de soportes esbeltos biarticulados de sección constante y hormigón armado que se propone en esta tesis.

El mismo ha sido discutido a lo largo de todo este capítulo y las ideas fundamentales se resumen a continuación:

- 1) El Método utiliza las mismas hipótesis que los métodos de Comprobación de la Columna Modelo o de la Deformada Senoidal.
- 2) Propone la sustitución de las directrices mecánicas - que se utilizan en estos métodos de Comprobación, por unas curvas llamadas de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento (Apartado 2.3).

Para un axil y un tipo de sección determinada, la curva de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad representa la relación entre la curvatura y la excentricidad interna de la sección que para distintas cuantías caracterizan la rotura por estado límite último de inestabilidad.

Para los tres tipos de secciones estudiados las curvaturas de referencia de inestabilidad corresponden a aquella para la que la capa de acero más traccionada alcanza la deformación del límite elástico para axiles -

$\nu \geq -0,3$, y aquella para la que la capa de acero más

comprimida alcanza la deformación del límite elástico para axiles $\nu < -0,3$.

De la misma forma, para el mismo axil y tipo de sección, la Curva de Curvaturas de Referencia de Agotamiento representa la relación entre las curvaturas y excentricidades de Agotamiento que para distintas cuantías caracterizan la rotura por el estado límite último de agotamiento de la sección crítica.

Las curvaturas de agotamiento se definen en función del diagrama de los tres pivotes discutido en el apartado 1.2.

Mediante la sustitución propuesta se tienen en cuenta los dos tipos de estados límites últimos que se presentan en soportes esbeltos.

- 3) Las Curvas de Curvaturas de Referencia se definen por puntos. La obtención de los mismos se explicó en el apartado 2.3.

Para los tres tipos de secciones estudiadas se han definido mediante tablas las coordenadas de estas curvas (Tablas I, II y III).

- 4) El dimensionamiento estricto de la armadura de un soporte esbelto con el Método de las Curvaturas de Referencia, consiste en encontrar los puntos de intersección entre la directriz geométrica, definida según las hipótesis de cualquiera de los Métodos de Comprobación mencionados, y las curvas de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento correspondientes al soporte

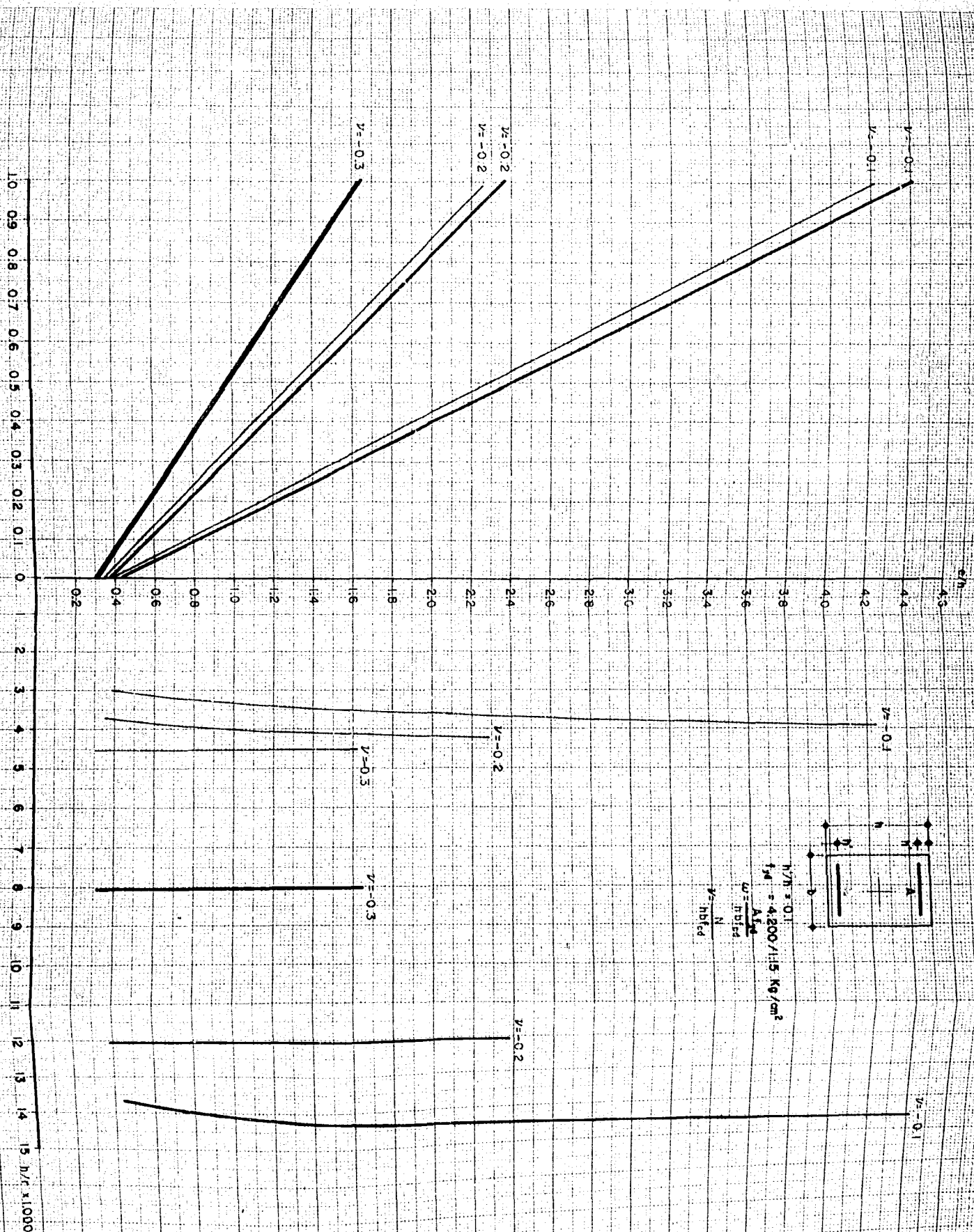
te estudiado. Como los puntos de las Curvas de Curvaturas de Referencia están asociados con una cuantía, la menor de las dos correspondientes a las intersecciones - constituye la cuantía de dimensionamiento buscada.

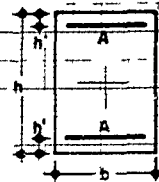
Tal como se ha expresado, debido a que a priori no es posible conocer exactamente cual será el tipo de rotura del soporte analizado, es necesario investigar la cuantía correspondiente a la intersección de la directriz geométrica y la curva de curvaturas de Referencia de Inestabilidad por un lado y luego la cuantía del punto de intersección entre la directriz geométrica y la Curva de Curvaturas de Referencia de Agotamiento. Asimismo, y como se demostró en el Apartado 2.2, la mínima de las dos cuantías así obtenidas constituye la cuantía de dimensionamiento buscada.

A los efectos de implementación del Método, puede procederse en forma gráfica.

En las figuras 2.4.1 a 2.4.6 se han representado, en papel milimetrado, las Curvas de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento correspondientes a los tres tipos de secciones analizados, en escalas adecuadas.

El usuario, tal como se ha dicho, debe buscar la intersección entre la directriz geométrica y las Curvas de Curvaturas de Referencia correspondientes al soporte que estudia. Para ello debe dibujar en la parte derecha de la figura correspondiente al tipo de sección elegida, la directriz geométrica, utilizando las ecuaciones (1.3.4) o (1.3.12) - según utilice las hipótesis del Método de la Columna Modelo o de la Deformada Sinoidal.





$$h'/h = 0.1$$

$$f_{td} = 4\ 200/115\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\omega = \frac{A f_{yd}}{h b f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N}{h b f_{cd}}$$

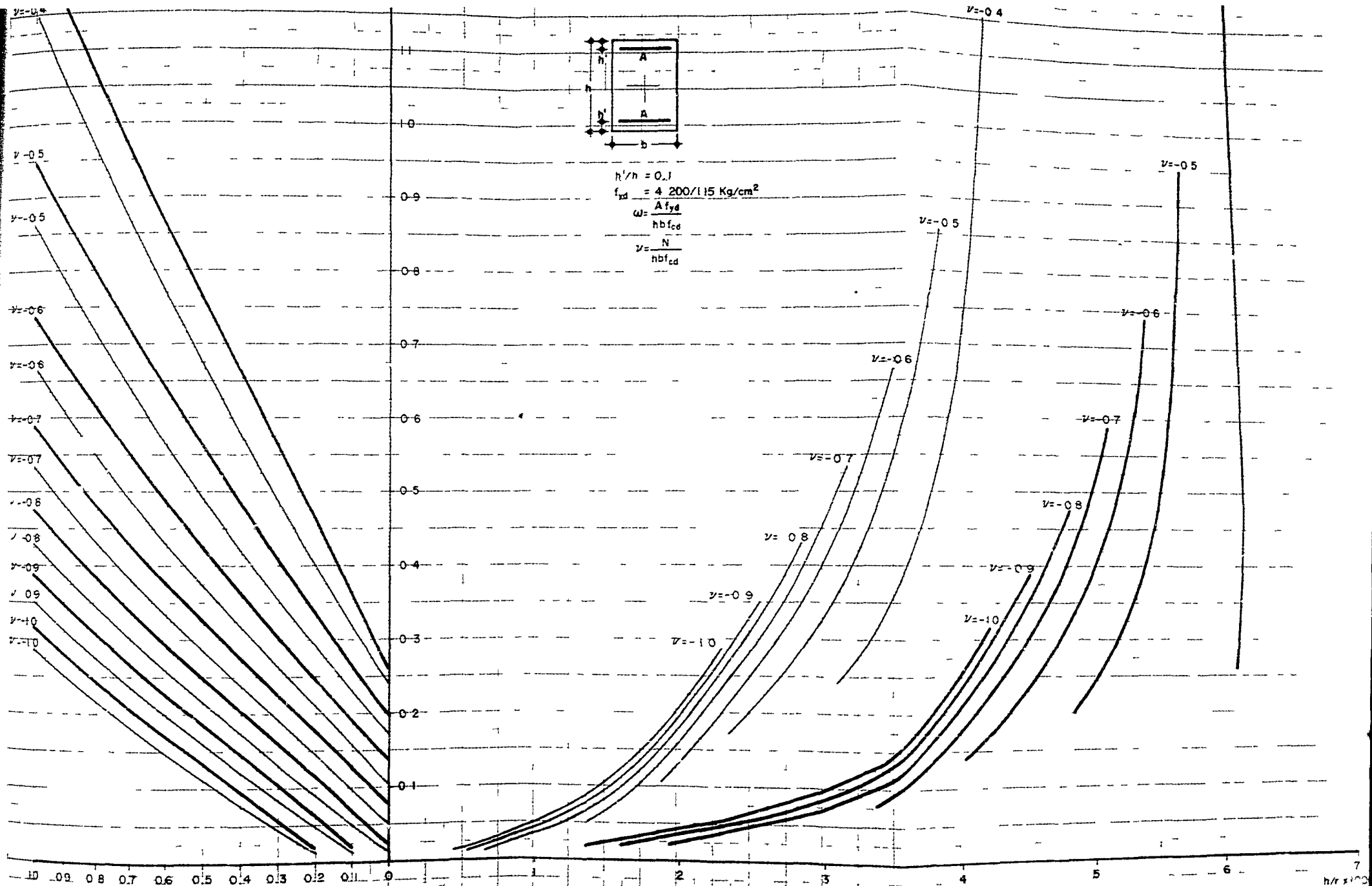
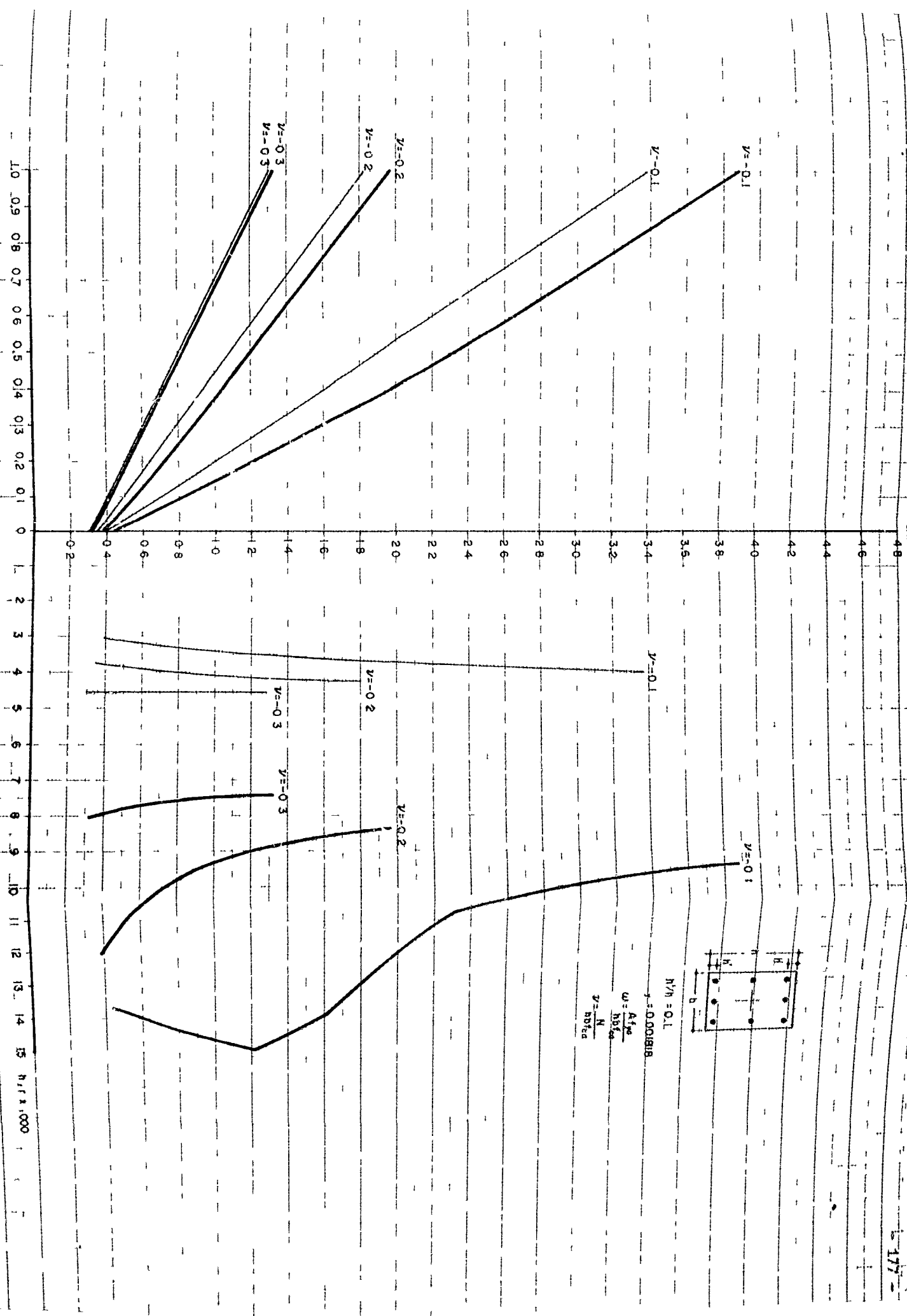
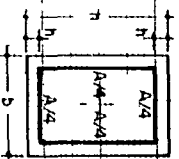


Fig. 2.4.2 Abacos de dimensionamento. Método curvaturas de referência.

$\nu < -0.3$ Sección tipo I.

Método curvaturas da radiança



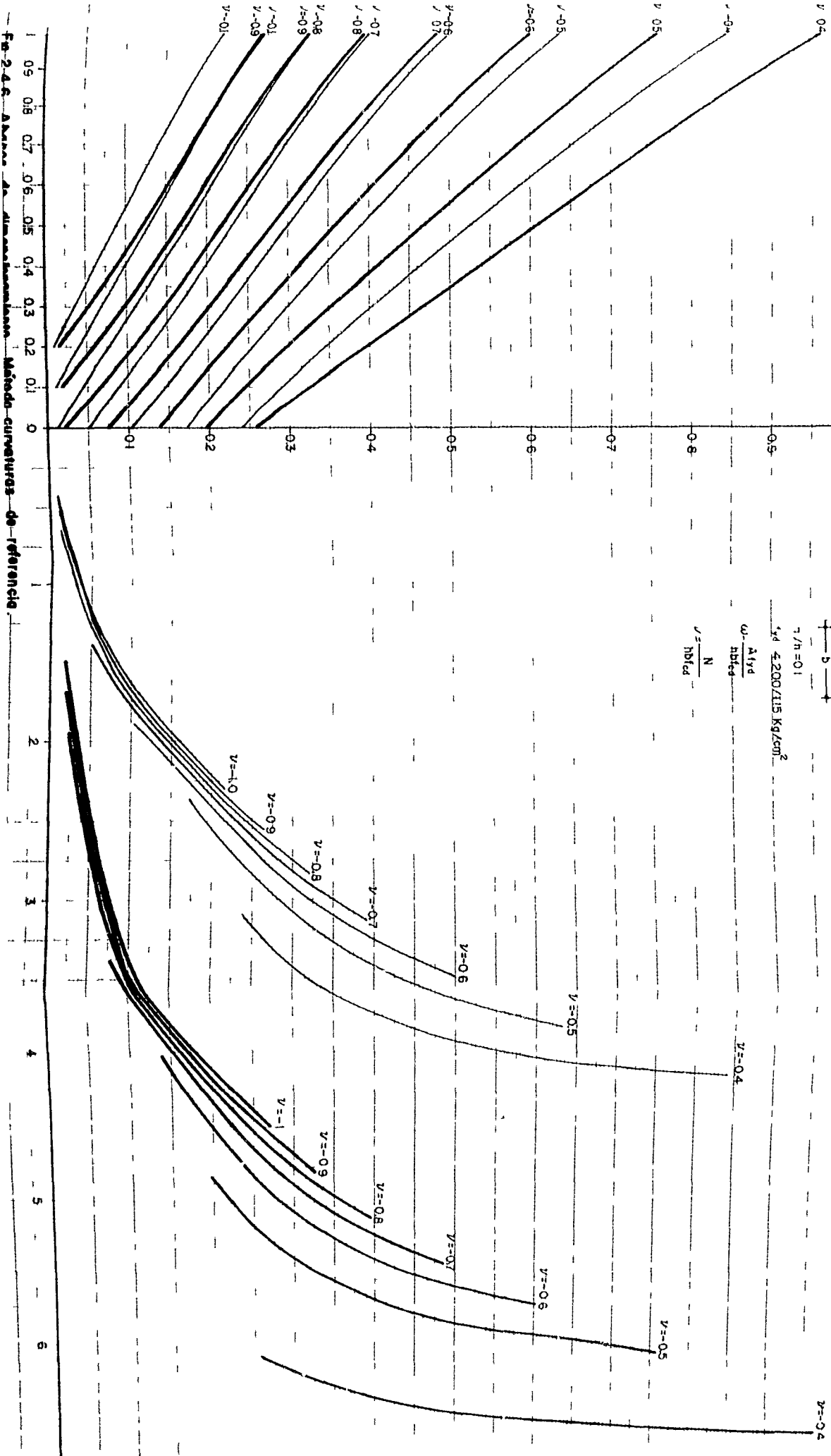


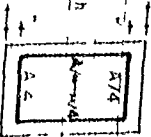
$\gamma/h = 0.1$

$\gamma_d \leq 200/115 \text{ Kg/cm}^2$

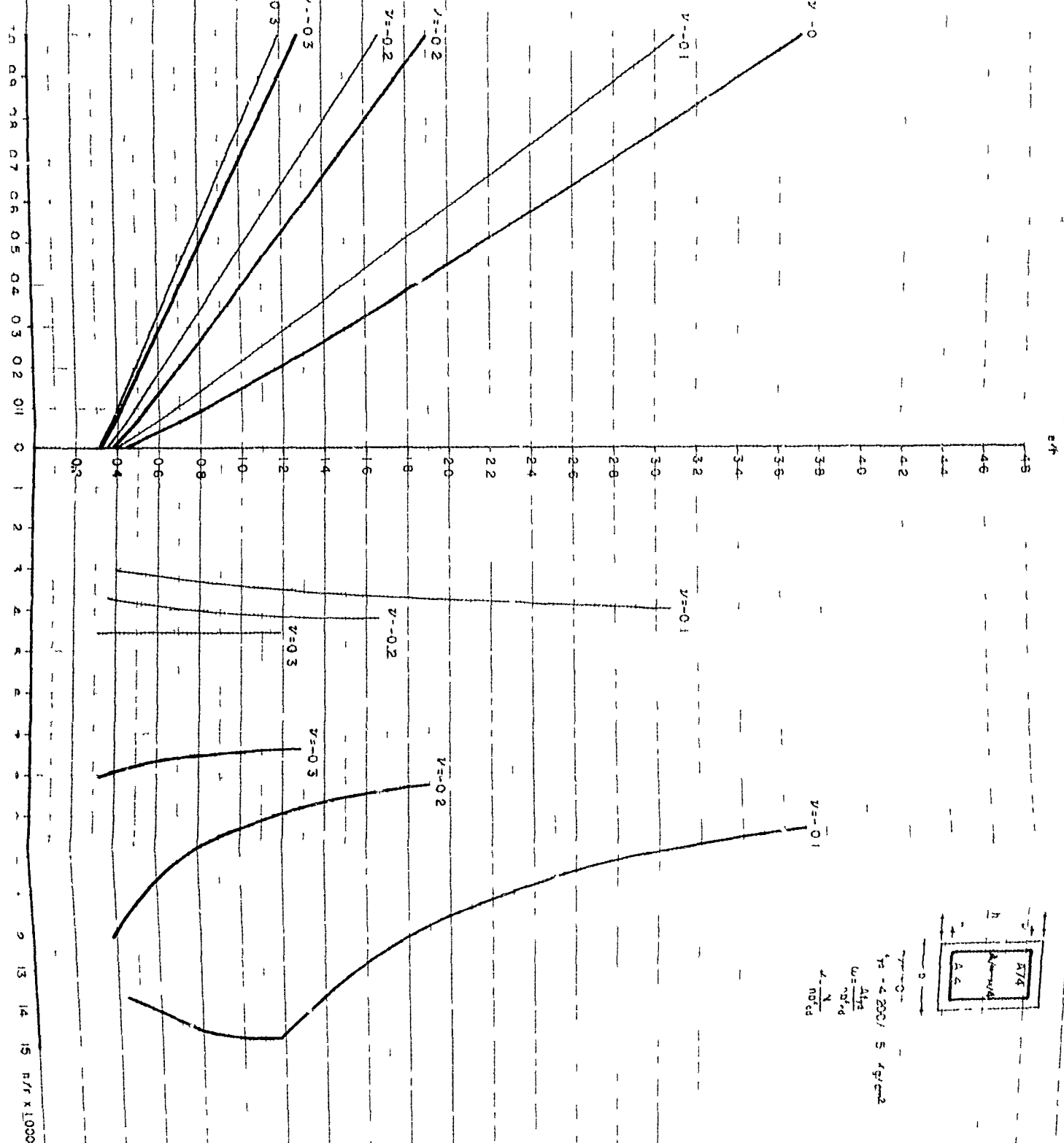
$\omega = \frac{A \gamma_d}{b d f_c d}$

$\nu = \frac{N}{b d f_c d}$





$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ \gamma &= 4.200 / 5 \text{ kg/cm}^2 \\ w &= \frac{A \gamma}{\rho \gamma_d} \\ \gamma &= \frac{N}{\rho \gamma_d} \end{aligned}$$



Con los dos puntos de intersección obtenidos se deben leer las cuantías correspondientes en el gráfico de la izquierda ($e/h - \omega$) de la figura utilizada, trazando una horizontal con ordenada igual a la del punto de intersección hasta cortar la curva $e/h - \omega$ correspondiente. La cuantía ω se obtiene leyendo la abscisa de este punto.

De las dos cuantías así obtenidas la menor debe considerarse la de dimensionamiento.

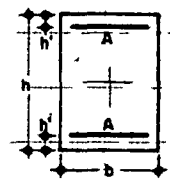
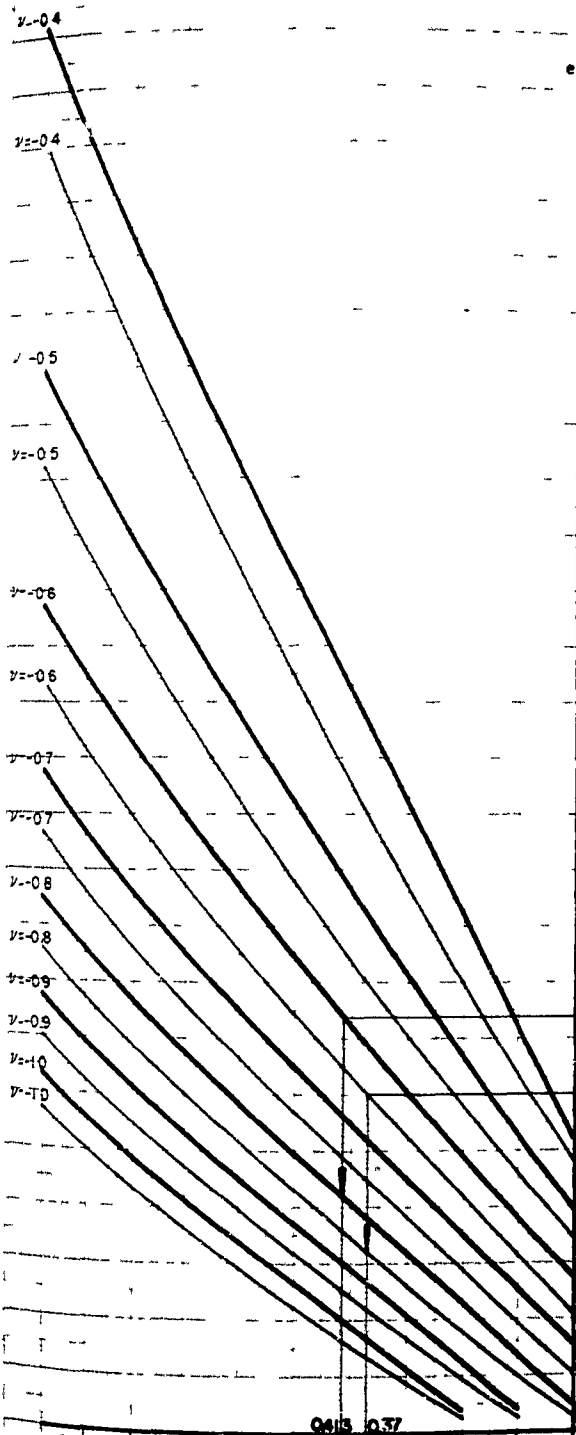
A los efectos de aclarar la utilización de las figuras mencionadas para la implementación del Método de las Curvaturas de Referencia, en las figuras 2.4.7 y 2.4.8 se muestran dos ejemplos utilizando las hipótesis de la Columna Modelo y las del Método de la Deformada Senoidal respectivamente.

Se trata de un soporte de sección rectangular tipo 1, con esbeltez $\lambda = 20$, $e_1^I/e_2^I = 0$, $e_2^I = 0,3$ y $\nu = -0,6$.

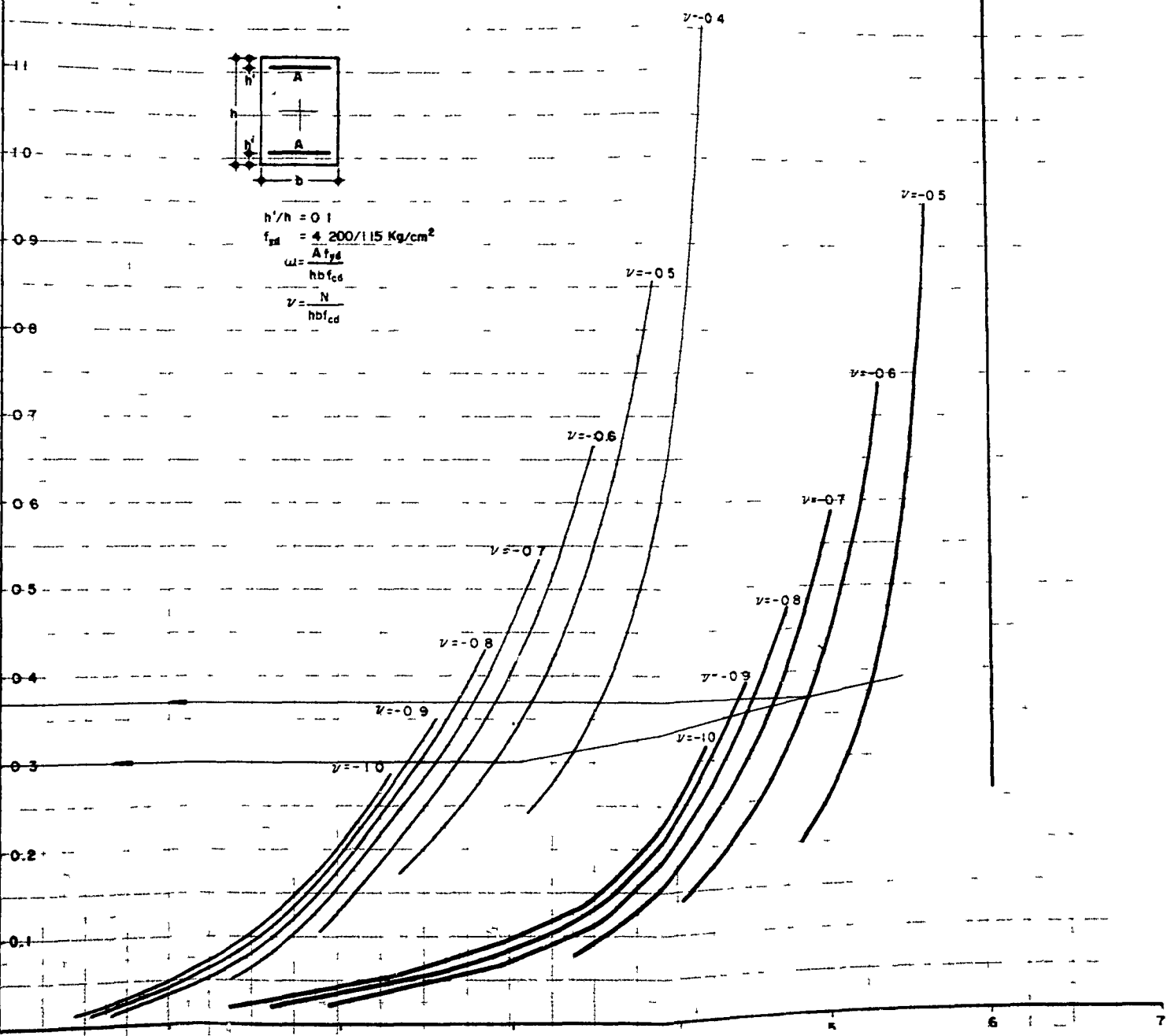
En la figura 2.4.7 se ha trazado la directriz geométrica correspondiente al soporte estudiado con las hipótesis del Método de la Deformada Senoidal.

De los puntos de interacción de ésta con las Curvas de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento se han trazado las horizontales hasta cortar las curvas $e/h - \omega$ de Inestabilidad y Agotamiento correspondientes a $\nu = -0,6$.

Los valores de cuantías correspondientes a los dos tipos de roturas se pueden leer en el eje de las abscisas.



$h'/h = 0.1$
 $f_{sd} = 4.200/1.15 \text{ Kg/cm}^2$
 $\omega = \frac{A f_{yd}}{h b f_{cd}}$
 $v = \frac{N}{h b f_{cd}}$



En este caso la cuantía de dimensionamiento es $\omega = 0,38$ que corresponde a una rotura por estado límite último de inestabilidad.

Como puede observarse, la cuantía correspondiente a la rotura por agotamiento de la sección crítica conduce a un valor $\omega = 0,435$, mayor que el anterior.

En la figura 2.4.8 se muestra el ejemplo del mismo soporte pero utilizando las hipótesis del Método de la Columna Modelo.

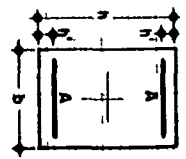
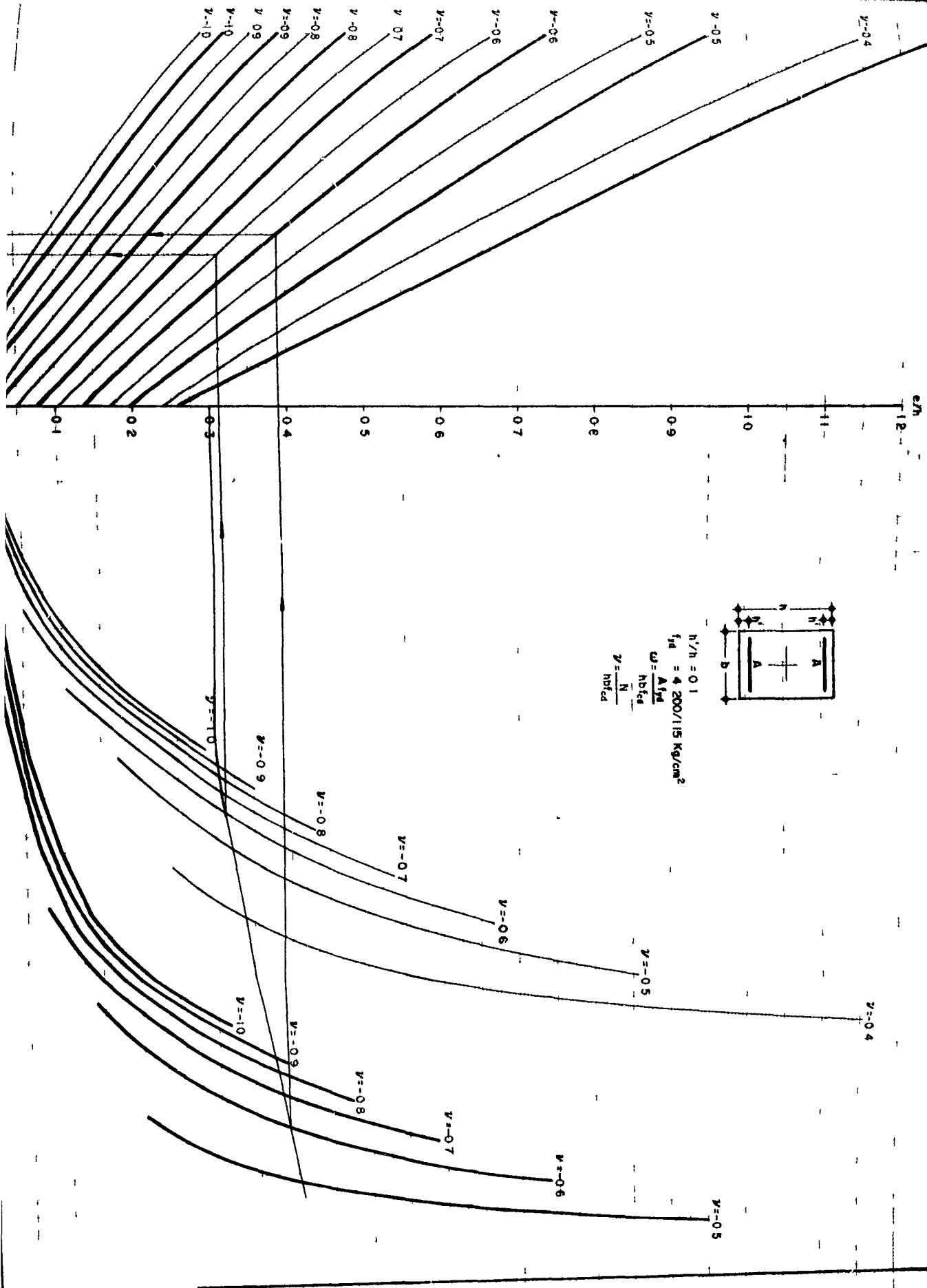
En este caso el soporte también falla por un estado límite último de inestabilidad y la cuantía resulta $\omega = 0,37$.

Tal como se expresó antes, las hipótesis propuestas por el Método de la Columna Modelo conducen a cuantías ligeramente más bajas que las obtenidas utilizando las hipótesis del Método de la Deformada Senoidal.

Las mismas figuras pueden ser utilizadas para el dimensionamiento de soportes cortos ($\lambda = 0$), como si fueran diagramas de interacción de secciones.

Como en este caso, la directriz geométrica sería una horizontal y la rotura se produce por estado límite último de agotamiento de la sección, es suficiente trabajar con la parte izquierda de las figuras, es decir, las curvas $e/h - \omega$.

Para el dimensionamiento de un soporte de este tipo debe entrarse con la excentricidad de la sección a dimensionar y con una horizontal cortar a la curva $e/h - \omega$ de agotamiento correspondiente al axil del soporte. La cuantía de diseño puede leerse en el eje de las abscisas.



$n'/h = 0.1$
 $f_{yd} = 4200/115 \text{ kg/cm}^2$
 $\omega = \frac{A' f_{yd}}{h b f_{cd}}$
 $v = \frac{N}{h b f_{cd}}$

Como las curvas $e/h - \omega$ para agotamiento, representan exactamente la relación de excentricidades de agotamiento y cuantías, el dimensionamiento de soportes cortos con el Método de las Curvaturas de Referencia permite obtener el mismo grado de exactitud que con los diagramas de interacción de secciones comúnmente utilizados.

Este hecho representa otra ventaja fundamental del Método propuesto ya que no plantea discontinuidad alguna entre el dimensionamiento de soportes cortos y esbeltos.

A primera vista, para el caso de soportes esbeltos, puede parecer laboriosa la utilización de este procedimiento gráfico pero no resulta así.

Debe recordarse en primer lugar que si se utiliza la directriz geométrica del Método de la Deformada Senoidal, son suficientes cuatro o cinco puntos para su definición. En el caso del ejemplo la directriz geométrica está definida solo con cuatro puntos.

Por otra parte, si bien es cierto que a priori no se pueden fijar unas reglas estrictas respecto al tipo de rotura que tendrá el soporte, lo que obliga a investigar dos puntos de intersección, la resolución de un cierto número de casos puede dar una idea bastante acertada sobre este tema.

Puede decirse que en la mayoría de los casos para soportes con $e_1^I/e_2^I = 1$ la rotura se produce por estado límite último de inestabilidad.

Por el contrario, para $e_1^I/e_2^I = 0$ y $e_1^I/e_2^I = -1$ la rotura suele producirse por estado límite último de agotamiento salvo para pequeñas excentricidades e_2^I/h .

Otras formas de implementación del Método propuesto pueden plantearse bien a través de cálculo con ordenador o manualmente, utilizando las Curvas de Curvaturas de Referencia definidas por tablas o no, para encontrar las intersecciones entre estas curvas y la directriz geométrica correspondiente.

Debido a que las fórmulas simplificadas que se proponen en el próximo capítulo constituyen una herramienta directa, de fácil empleo y con suficiente exactitud no se ha querido profundizar más sobre otras posibles formas de implementación del Método propuesto.

Para poder valorar la exactitud del Método descrito, a continuación se presentan dos estudios realizados a tal fin.

En primer lugar se muestran en las figuras 2.4.9 a 2.4.14 diagramas de interacción para soportes esbeltos con $e_1^I/e_2^I = 1, 0$ y -1 , $\omega = 0,1, 0,5$ y 1 y tres esbeltos $\lambda = 10, 15$ y 20 . Todos estos diagramas corresponden a una sección rectangular tipo 1.

Las tres primeras de estas figuras muestran con trazo lleno los diagramas de interacción obtenidos por el Método de la Deformada Senoidal y con trazo discontinuo los obteni-

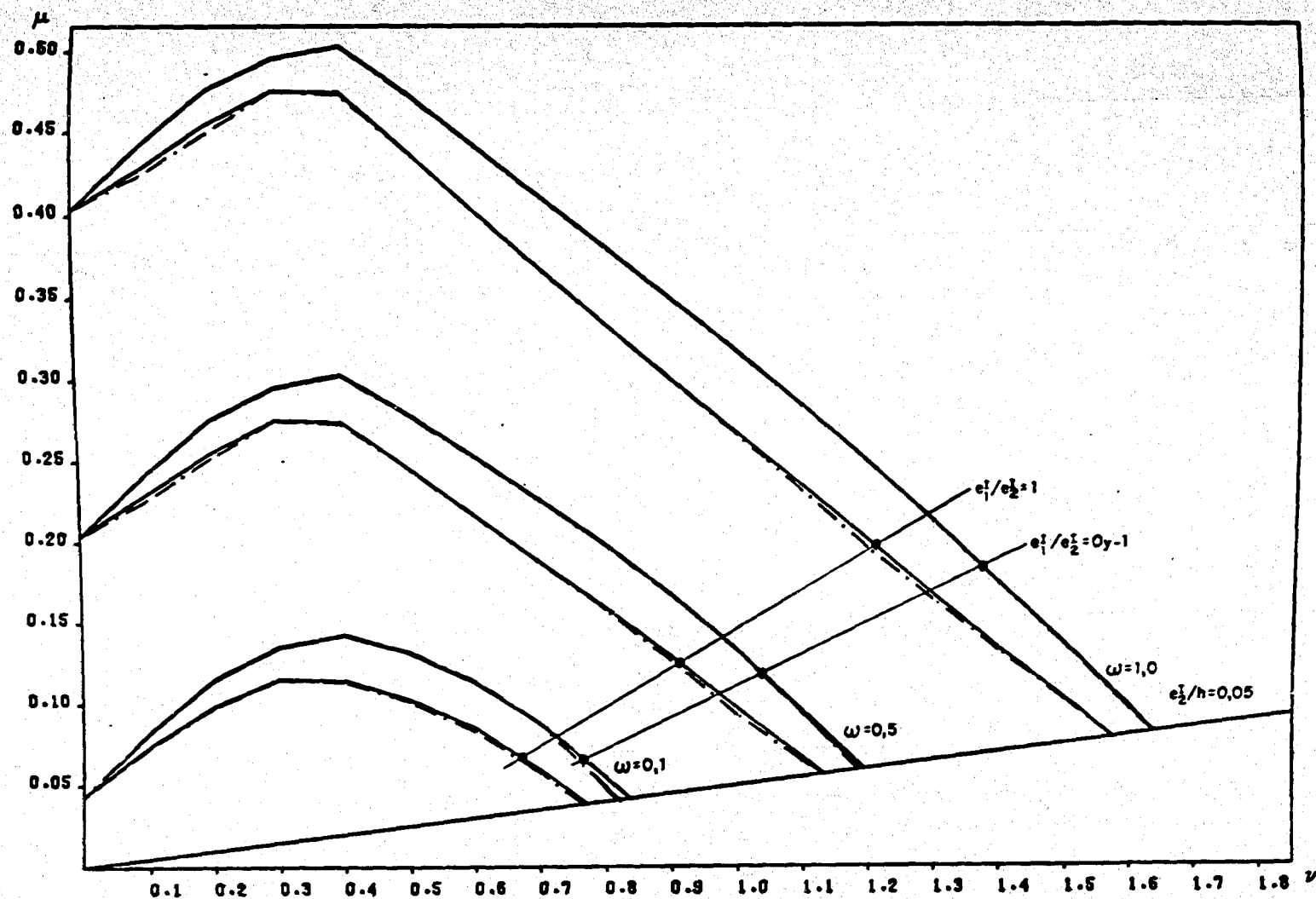


Fig.2.4.9 Comparación método deformada senoidal. Método curvaturas de referencia para $\lambda=10$. Sección tipo 1.

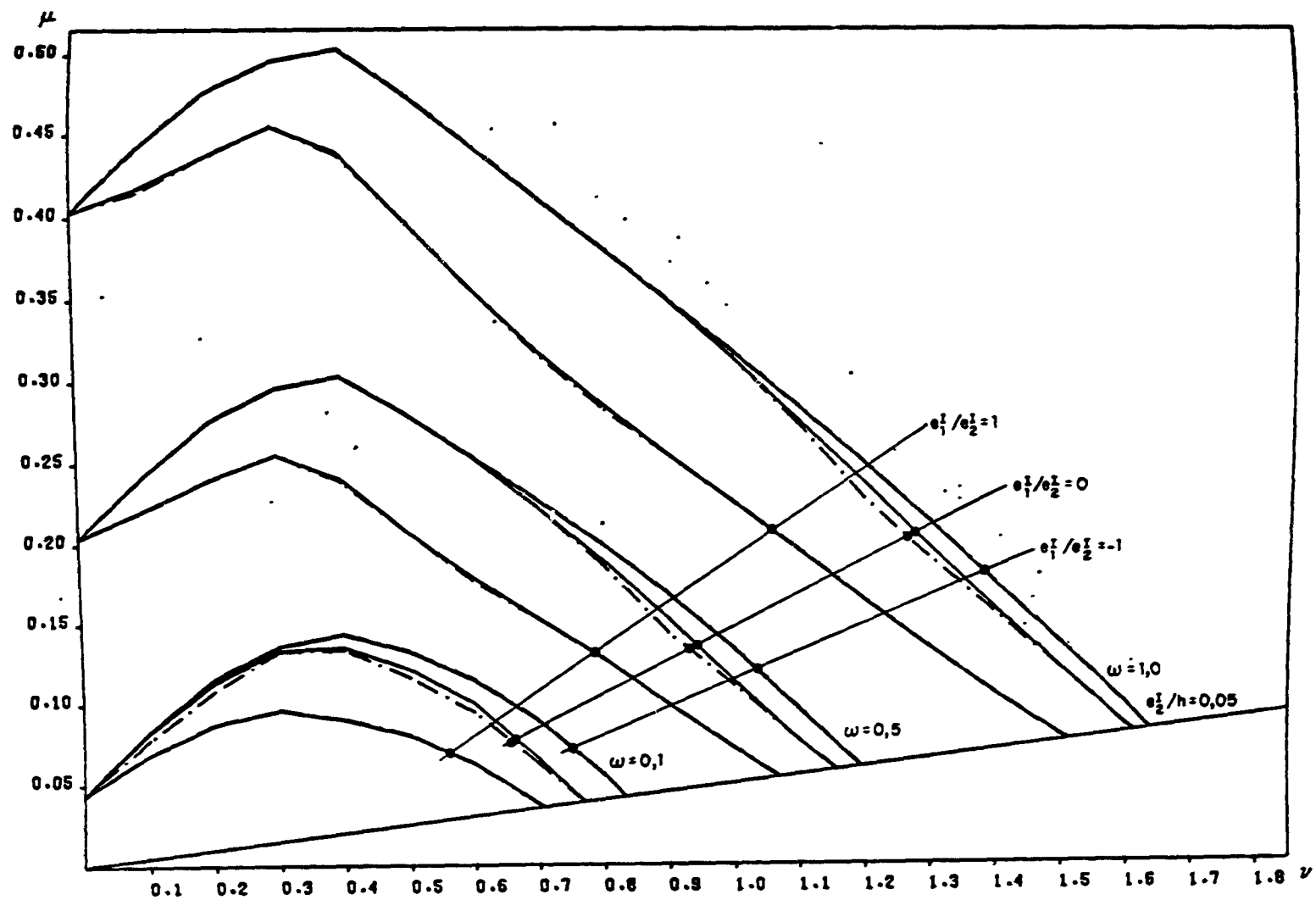


Fig. 2.4.10 Comparación método deformada senoidal. Método curvaturas de referencia para $\lambda=15$. Sección tipo 1.

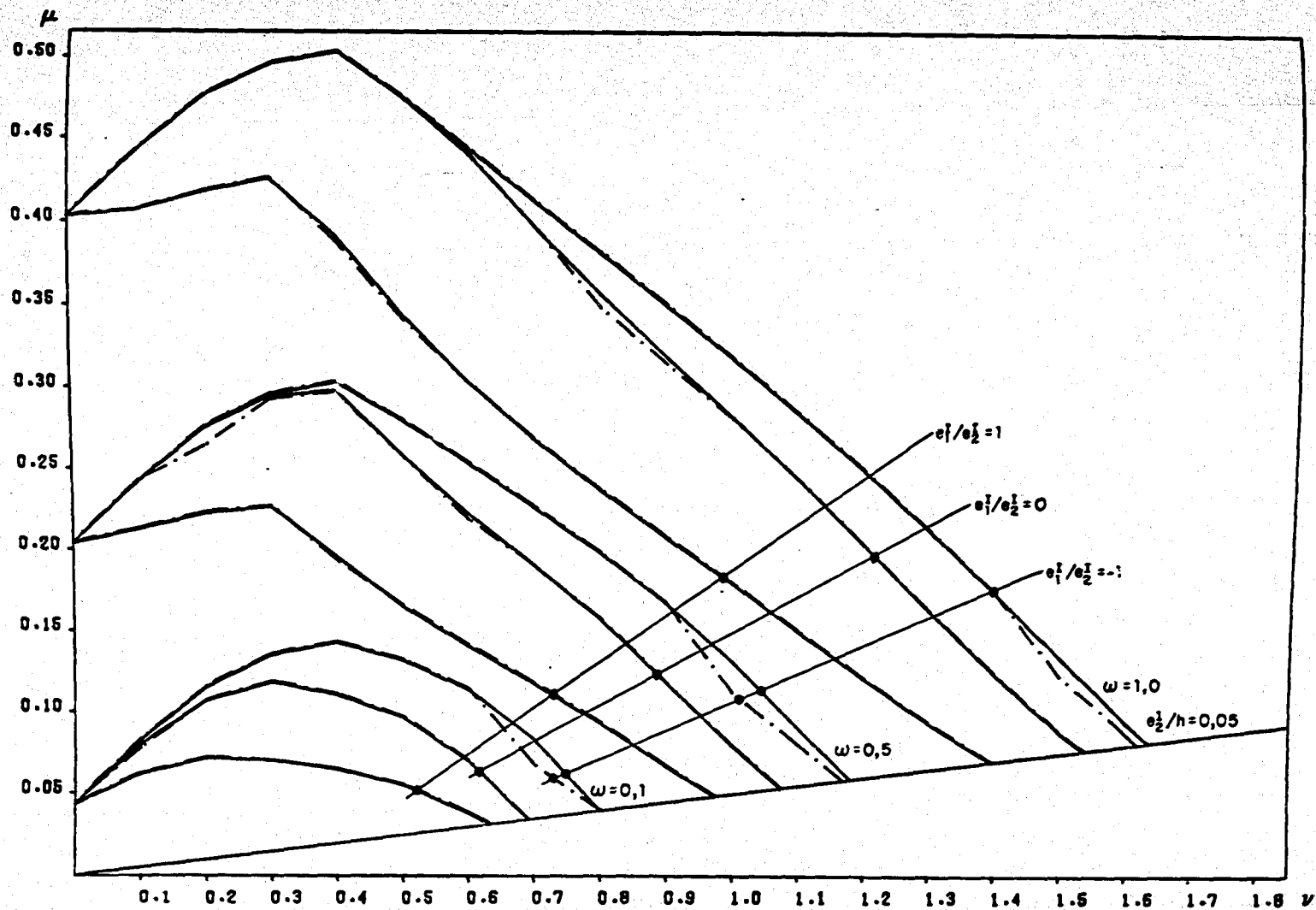


Fig. 2.4.11 Comparación método deformada senoidal. Método curvaturas de referencia para $\lambda=20$. Sección tipo 1.

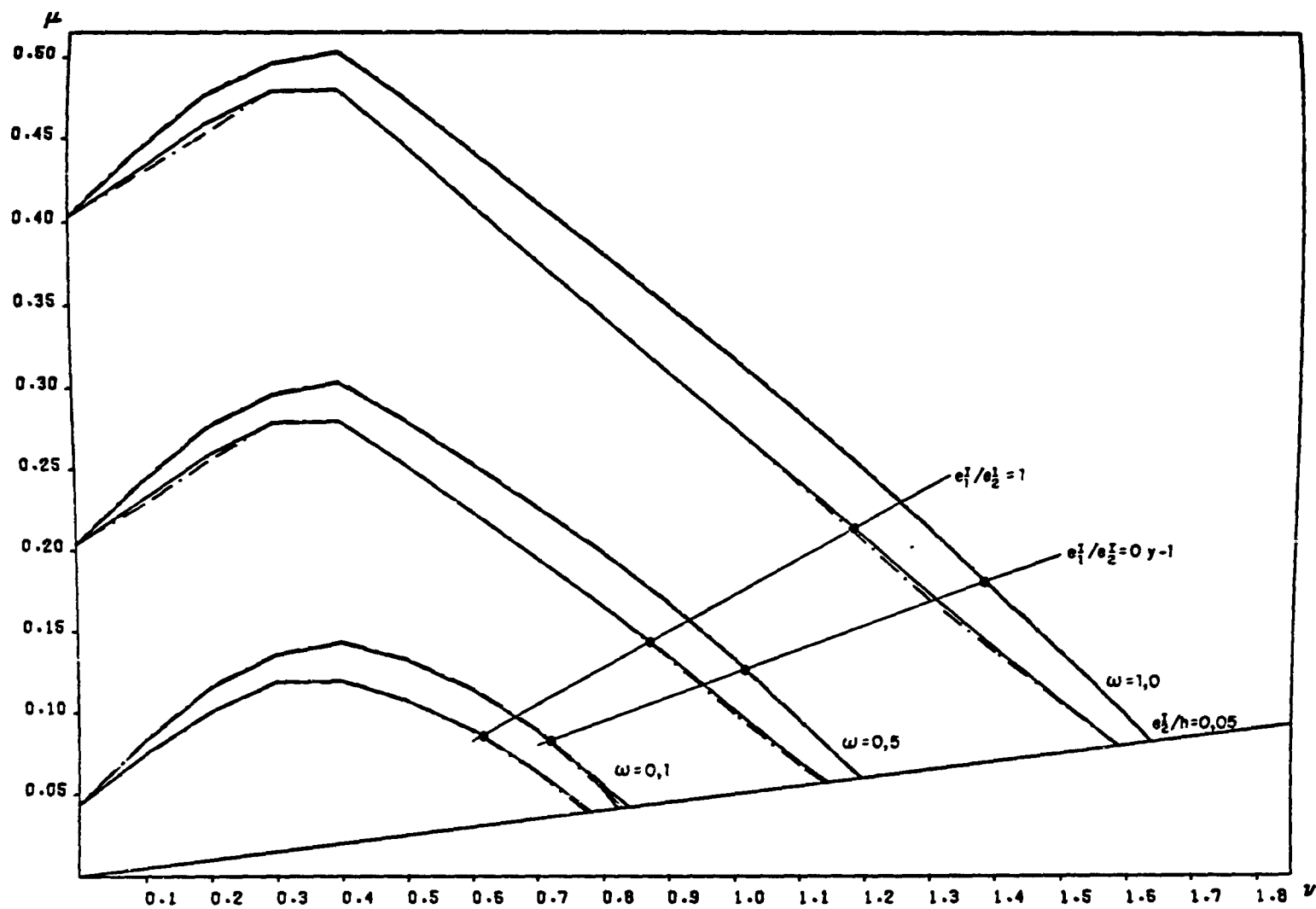


Fig. 2.4.12 Comparación método columna modelo. Método curvaturas de referencia para $\lambda=10$. Sección tipo 1.

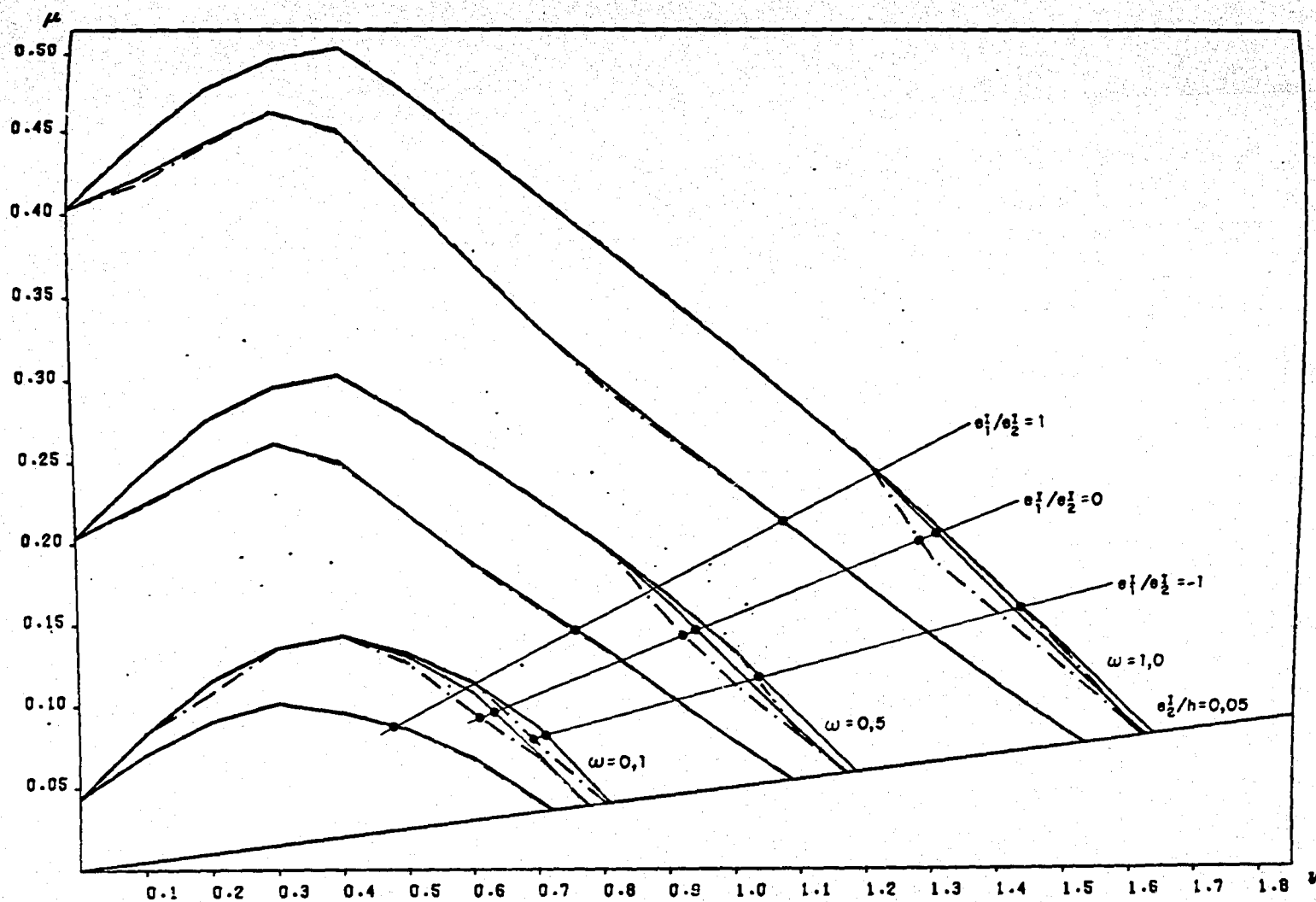


Fig. 2.4.13 Comparación método columna modelo. Método curvaturas de referencia para $\lambda=15$. Sección tipo 1.

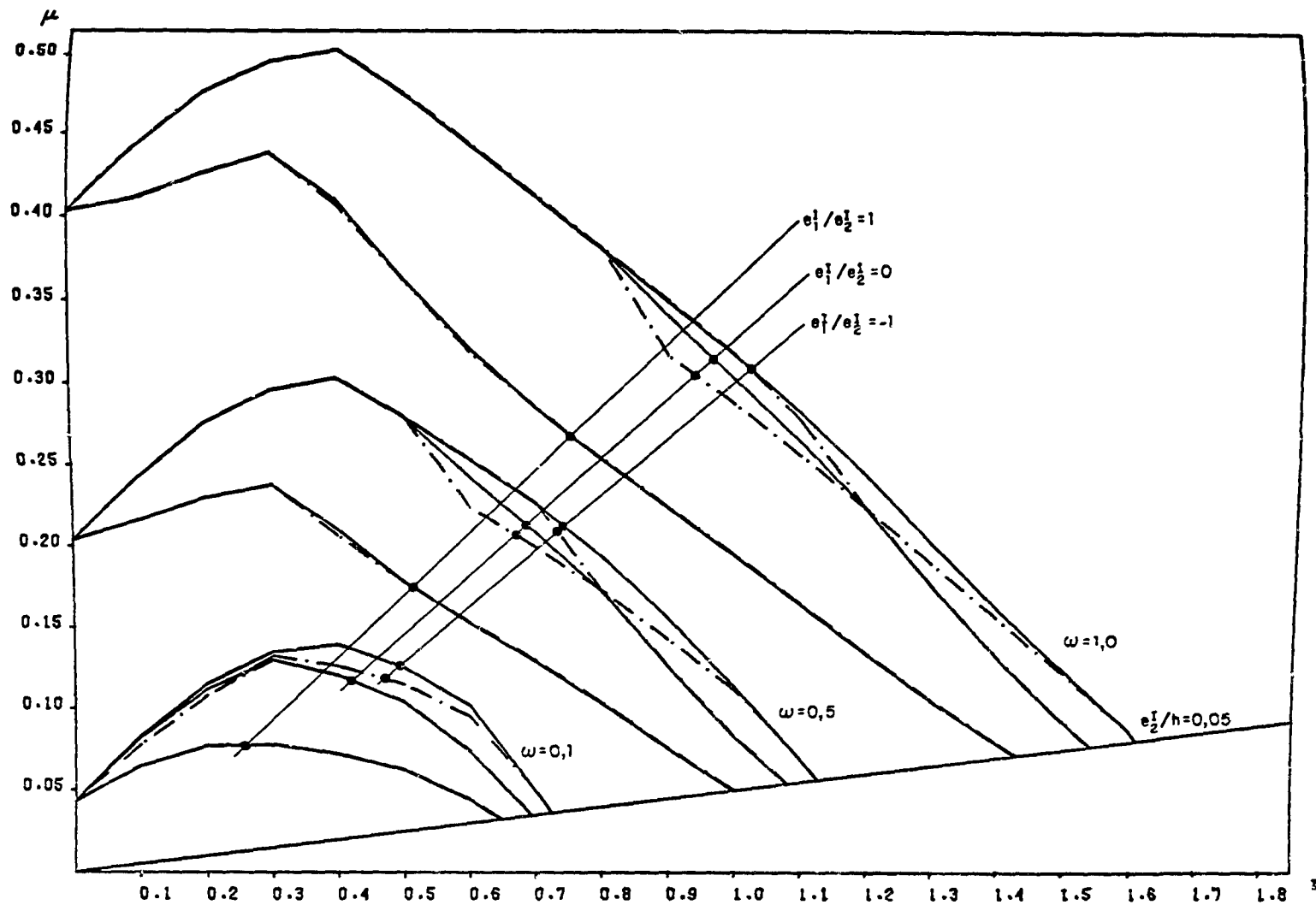


Fig.2.4.14 Comparación método columna modelo. Método curvaturas de referencia para $\lambda=20$. Sección tipo 1.

dos por el Método de las Curvaturas de Referencia con la directriz geométrica del Método de la Deformada Senoidal.

En las tres últimas, se muestra la misma comparación entre el Método de la Columna Modelo y el Método de las Curvaturas de Referencia con la directriz geométrica del Método de la Columna Modelo.

Se puede observar como en todos los casos los resultados del Método propuesto son prácticamente coincidentes con los de los Métodos utilizados para la comparación. En su mayoría los trazos de los diagramas se superponen. Tal como se ha expresado, los casos en que no coincide el Método propuesto son casos en que se produce la rotura por inestabilidad y la curvatura de la Curva de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad no corresponde a la de la sección crítica para el estado de equilibrio inestable.

Finalmente puede observarse que siempre los diagramas de interacción obtenidos por el Método propuesto son inferiores a los obtenidos por los métodos utilizados para la comparación, es decir, el Método proporciona resultados del lado de la seguridad.

En segundo lugar en las siguientes tablas se muestran los resultados de un extenso chequeo realizado con ayuda de un ordenador, de los resultados del Método propuesto y los del Método de la Deformada Senoidal (Tablas IV, V, VI) y la Columna Modelo (Tablas VII, VIII, IX) respectivamente.

En cada tabla se han estudiado, para los tres tipos de sección analizados, los diagramas de interacción para cuantías

de 0,1 a 1 con intervalo creciente de 0,1, para tres tipos de relación $e_1^I/e_2^I = 1, 0$ y -1 , y para sus cinco esbelteces $\lambda = 0, 10, 15, 20$ y 25 . Cada tabla contine la comparación de 150 diagramas de interacción.

El proceso utilizado consiste en determinar para un axil - dado un punto del diagrama de interacción mediante uno de los métodos bases usados. Con la excentricidad interna correspondiente al punto obtenido se determina el axil que con esta excentricidad da un punto del diagrama de interacción según el Método propuesto. Finalmente se evalúa el error utilizando la siguiente expresión

$$e \% = \frac{\nu_p - \nu_b}{\nu_b} \cdot 100 \quad \text{ec. (2.4.1)}$$

donde ν_p es el valor del axil según el Método propuesto y ν_b el valor del axil según el Método base usado.

En cada línea de la tabla, que se identifica por la esbeltez, cuantía y relación e_1^I/e_2^I , se consigna el valor máximo positivo del error para todos los puntos del diagrama - estudiado, el error máximo negativo, el error medio porcentual y la desviación típica.

Con los datos de estas tablas se pueden confirmar algunas apreciaciones hechas anteriormente.

En primer lugar, para $\lambda = 0$ el error es nulo, es decir, que el dimensionamiento de soportes cortos con el Método propuesto conducen a los mismos resultados que los diagramas - de interacción de secciones.

$\frac{1}{\lambda}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %
.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.1	.0	-1.9	-.7	.7	.0	-.3	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	-2.1	-.7	.8	.0	-.1	-.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	-2.2	-.7	.8	.0	-.0	-.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	-2.3	-.6	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	-2.3	-.5	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	-2.3	-.5	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	-2.2	-.4	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	-2.2	-.4	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	-2.0	-.3	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	-1.8	-.3	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
15.0	.1	.0	-.8	-.3	.3	.0	-1.3	-2.8	4.4	.0	-1.7	-.4	.7
	.2	.0	-2.3	-.6	.7	.0	-3.3	-.6	1.1	.0	-1.9	-.4	.7
	.3	.0	-1.6	-.5	.5	.0	-3.2	-.5	1.0	.0	-2.3	-.4	.8
	.4	.0	-1.2	-.4	.4	.0	-3.4	-.5	1.0	.0	-2.2	-.2	.7
	.5	.0	-1.0	-.4	.3	.0	-2.9	-.5	.9	.0	-2.2	-.2	.6
	.6	.0	-.9	-.4	.4	.0	-2.3	-.4	.8	.0	-2.1	-.2	.6
	.7	.0	-1.0	-.3	.3	.0	-2.4	-.4	.8	.0	-2.1	-.2	.6
	.8	.0	-1.0	-.3	.3	.0	-3.0	-.4	.9	.0	-1.8	-.1	.5
	.9	.0	-1.1	-.3	.3	.0	-2.3	-.4	.7	.0	-1.5	-.1	.4
	1.0	.0	-1.1	-.3	.3	.0	-2.0	-.3	.7	.0	-1.4	-.1	.3
20.0	.1	.0	-.1	-.0	.0	.0	-9.6	-2.9	4.1	.0	-12.	-6.0	3.9
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	-8.9	-3.1	3.1	.0	-9.8	-2.4	3.4
	.3	.0	-.0	-.1	.1	.0	-7.9	-2.5	2.6	.0	-5.0	-.8	1.6
	.4	.0	-1.4	-.2	.4	.0	-3.9	-.7	1.2	.0	-4.2	-.7	1.3
	.5	.0	-2.1	-.3	.6	.0	-2.9	-.6	1.1	.0	-3.8	-.7	1.3
	.6	.0	-2.2	-.3	.7	.0	-3.6	-.6	1.2	.0	-3.7	-.6	1.2
	.7	.0	-1.8	-.3	.5	.0	-3.7	-.6	1.1	.0	-4.0	-.6	1.2
	.8	.0	-1.6	-.2	.4	.0	-2.8	-.5	1.0	.0	-3.2	-.5	.9
	.9	.0	-1.4	-.2	.4	.0	-3.8	-.6	1.1	.0	-2.8	-.5	.9
	1.0	.0	-1.2	-.2	.3	.0	-2.9	-.5	.9	.0	-3.4	-.5	1.0
25.0	.1	.0	-9.4	-3.9	3.7	.0	-9.4	-5.1	3.2	.0	-9.4	-4.5	3.1
	.2	.0	-.6	-.1	.2	.0	-6.4	-1.8	2.4	.0	-8.5	-3.0	3.5
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	-6.3	-1.7	2.7	.0	-8.5	-2.8	3.3
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	-6.1	-1.2	2.1	.0	-6.9	-1.8	2.6
	.5	.0	-.0	-.0	.0	.0	-5.9	-1.3	2.2	.0	-5.2	-.8	1.7
	.6	.0	-.2	-.0	.1	.0	-5.4	-1.3	2.0	.0	-4.1	-.8	1.3
	.7	.0	-.4	-.0	.1	.0	-3.2	-.6	1.2	.0	-4.8	-.8	1.5
	.8	.0	-.6	-.1	.2	.0	-2.5	-.3	.7	.0	-4.3	-.6	1.2
	.9	.0	-.8	-.1	.2	.0	-3.5	-.3	.9	.0	-3.3	-.7	1.2
	1.0	.0	-.9	-.1	.3	.0	-2.6	-.3	.8	.0	-4.0	-.5	1.2
Total		.0	-9.4	-.3	.7	.0	-13.	-.5	1.5	.0	-12.	-.5	1.5

Tabla IV: Comparación Método Deformada Senoidal-Método Curvaturas de Referencia.
Sección tipo-1.

$\frac{l}{e_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %
.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.1	.0	-9.4	-2.4	3.2	.0	-.3	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	-4.3	-1.0	1.4	.0	-.3	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	-2.9	-.5	.9	.0	-.2	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	-1.4	-.3	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	-1.2	-.1	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	-1.2	-.1	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	-1.1	-.1	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	-1.0	-.1	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	-1.0	-.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	-.9	-.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
15.0	.1	.0	-4.3	-.7	1.1	.0	-1.1	-3.8	3.5	.0	-2.4	-.3	.8
	.2	.0	-10.	-2.0	3.3	.0	-4.3	-.8	1.5	.0	-2.6	-.3	.9
	.3	.0	-8.0	-2.2	2.5	.0	-3.6	-.7	1.2	.0	-3.1	-.3	1.0
	.4	.0	-4.1	-1.6	1.6	.0	-2.8	-.5	1.0	.0	-3.6	-.4	1.1
	.5	.0	-3.7	-1.0	1.3	.0	-2.3	-.5	.8	.0	-3.7	-.4	1.1
	.6	.0	-3.6	-.8	1.1	.0	-2.4	-.4	.8	.0	-3.3	-.4	.9
	.7	.0	-3.3	-.7	1.0	.0	-2.5	-.4	.8	.0	-3.0	-.3	.8
	.8	.0	-3.0	-.6	.9	.0	-2.7	-.4	.8	.0	-2.7	-.3	.8
	.9	.0	-2.8	-.5	.8	.0	-2.8	-.4	.8	.0	-2.8	-.3	.8
	1.0	.0	-2.7	-.5	.7	.0	-2.4	-.4	.7	.0	-2.4	-.3	.7
20.0	.1	.0	-1.2	-.4	.5	.0	-2.2	-5.7	8.2	.0	-1.9	-6.9	5.8
	.2	.0	-1.2	-.2	.4	.0	-1.4	-3.5	5.1	.0	-6.3	-1.6	2.4
	.3	.0	-5.9	-.8	2.1	.0	-6.0	-1.6	2.0	.0	-5.8	-1.3	2.3
	.4	.0	-7.0	-.9	2.3	.0	-6.8	-1.6	2.3	.0	-6.5	-1.2	2.2
	.5	.0	-2.0	-.5	.7	.0	-3.3	-.5	1.1	.0	-4.5	-1.0	1.8
	.6	.0	-2.3	-.6	.8	.0	-3.2	-.5	1.1	.0	-4.8	-.9	1.6
	.7	.0	-2.7	-.6	1.0	.0	-4.1	-.6	1.2	.0	-4.7	-.8	1.6
	.8	.0	-2.9	-.6	1.1	.0	-2.8	-.5	1.0	.0	-5.7	-.8	1.6
	.9	.0	-3.1	-.6	1.1	.0	-3.7	-.5	1.1	.0	-5.0	-.8	1.5
	1.0	.0	-3.2	-.6	1.1	.0	-3.5	-.5	1.0	.0	-4.1	-.7	1.4
25.0	.1	.0	-1.6	-6.7	6.4	.0	-16.	-8.9	5.6	.0	-2.2	-8.9	6.7
	.2	.0	-3.2	-1.2	1.3	.0	-20.	-4.9	6.6	.0	-1.5	-5.5	6.2
	.3	.0	-.5	-.2	.2	.0	-17.	-3.7	6.1	.0	-9.0	-2.3	3.2
	.4	.0	-1.7	-.2	.6	.0	-11.	-1.4	3.6	.0	-9.0	-1.9	3.0
	.5	.0	-4.6	-.6	1.5	.0	-6.4	-.9	2.1	.0	-6.2	-1.3	2.1
	.6	.0	-3.5	-.4	1.1	.0	-2.3	-.4	.8	.0	-4.6	-.8	1.5
	.7	.0	-2.9	-.3	.9	.0	-6.2	-.8	1.9	.0	-5.4	-.8	1.8
	.8	.0	-2.6	-.3	.8	.0	-7.3	-.9	2.1	.0	-5.0	-.8	1.5
	.9	.0	-2.3	-.4	.7	.0	-3.7	-.6	1.2	.0	-4.7	-.8	1.6
	1.0	.0	-2.0	-.4	.7	.0	-1.4	-.2	.5	.0	-5.3	-.7	1.5
Total		.0	-16.	-.5	1.5	.0	-22.	-.7	2.3	.0	-2.2	-.6	2.1

Tabla V: Comparación Método Deformada Senoidal Método Curvaturas de Referencia.
Sección tipo 2.

$\frac{d}{2}$		1					0					-1				
λ	ω	Error máx. +	Error mín. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error mín. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error mín. -	Error medio %	Error máx. +	Error mín. -	Error medio %	Desv. tip %
.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.1	.0	-7.6	-2.6	3.2	.0	-5.5	-1.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	-3.7	-1.3	1.4	.0	-2.6	.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	-1.4	.5	.5	.0	.6	.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.5	.2	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.5	.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.2	.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.3	.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.4	.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.4	.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.5	.1	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
15.0	.1	.0	-6.6	-1.4	2.2	.0	-16.5	-4.9	4.8	.0	-2.8	-4.1	.0	-2.8	-4.1	1.0
	.2	.0	-10.3	-2.8	3.3	.0	-4.9	-1.1	1.7	.0	-3.3	-4.4	.0	-3.3	-4.4	1.1
	.3	.0	-6.3	-2.6	2.1	.0	-4.1	.8	1.5	.0	-4.0	-4.7	.0	-4.0	-4.7	1.3
	.4	.0	-4.7	-1.9	1.3	.0	-3.1	.7	1.2	.0	-4.7	-5.5	.0	-4.7	-5.5	1.4
	.5	.0	-2.9	-1.4	.8	.0	-3.3	.6	1.1	.0	-4.4	-5.1	.0	-4.4	-5.1	1.3
	.6	.0	-2.0	-1.1	.7	.0	-3.4	.6	1.1	.0	-3.9	-5.1	.0	-3.9	-5.1	1.2
	.7	.0	-2.0	.9	.7	.0	-3.5	.6	1.1	.0	-3.6	-5.1	.0	-3.6	-5.1	1.2
	.8	.0	-2.1	.8	.7	.0	-3.7	.6	1.2	.0	-3.4	-5.1	.0	-3.4	-5.1	1.2
	.9	.0	-2.1	.7	.7	.0	-3.1	.6	1.1	.0	-3.7	-5.1	.0	-3.7	-5.1	1.1
	1.0	.0	-2.1	.6	.7	.0	-3.2	.6	1.1	.0	-4.0	-5.4	.0	-4.0	-5.4	1.0
20.0	.1	.0	-1.0	.9	.9	.0	-23.3	-6.3	8.4	.0	-20.3	-7.7	.0	-20.3	-7.7	6.4
	.2	.0	-5.3	.8	1.8	.0	-17.5	-4.4	6.3	.0	-18.2	-2.5	.0	-18.2	-2.5	3.1
	.3	.0	-7.9	-1.4	2.7	.0	-6.7	-2.3	3.0	.0	-7.8	-1.6	.0	-7.8	-1.6	2.7
	.4	.0	-7.7	-1.6	2.6	.0	-7.0	-1.5	2.4	.0	-7.1	-1.4	.0	-7.1	-1.4	2.4
	.5	.0	-4.9	-1.5	2.0	.0	-2.5	.7	1.1	.0	-6.0	-1.2	.0	-6.0	-1.2	2.0
	.6	.0	-5.6	-1.6	1.9	.0	-3.9	.6	1.2	.0	-5.3	-1.0	.0	-5.3	-1.0	2.0
	.7	.0	-4.4	-1.3	1.6	.0	-3.9	.6	1.2	.0	-6.6	-1.1	.0	-6.6	-1.1	2.1
	.8	.0	-4.0	-1.1	1.3	.0	-3.4	.6	1.1	.0	-6.6	-1.0	.0	-6.6	-1.0	2.0
	.9	.0	-3.4	.9	1.0	.0	-4.5	.6	1.2	.0	-5.2	-1.1	.0	-5.2	-1.1	1.9
	1.0	.0	-2.9	.9	.8	.0	-3.1	.5	1.1	.0	-6.1	-1.0	.0	-6.1	-1.0	1.9
25.0	.1	.0	-20.3	-8.1	7.6	.0	-20.3	-11.5	6.6	.0	-22.3	-12.5	.0	-22.3	-12.5	5.9
	.2	.0	-5.3	-2.5	1.9	.0	-20.3	-5.6	6.5	.0	-18.2	-7.1	.0	-18.2	-7.1	7.3
	.3	.0	-4.0	-1.1	1.4	.0	-16.5	-4.1	5.9	.0	-16.5	-3.8	.0	-16.5	-3.8	5.4
	.4	.0	-5.9	.9	2.0	.0	-14.5	-2.1	4.9	.0	-8.4	-2.4	.0	-8.4	-2.4	3.5
	.5	.0	-7.5	-1.3	2.6	.0	-8.8	-1.5	2.9	.0	-6.7	-1.6	.0	-6.7	-1.6	2.7
	.6	.0	-6.7	-1.2	2.2	.0	-5.7	.8	1.8	.0	-4.5	.9	.0	-4.5	.9	1.7
	.7	.0	-5.0	-1.1	1.8	.0	-5.8	-1.2	2.2	.0	-6.9	-1.0	.0	-6.9	-1.0	2.1
	.8	.0	-4.1	-1.1	1.6	.0	-7.9	-1.0	2.4	.0	-4.7	.8	.0	-4.7	.8	1.7
	.9	.0	-4.5	-1.0	1.5	.0	-4.8	.7	1.6	.0	-6.9	-1.0	.0	-6.9	-1.0	2.1
	1.0	.0	-4.7	-1.0	1.5	.0	-3.6	.5	1.1	.0	-5.3	.9	.0	-5.3	.9	1.8
30.0	.1	.0	-20.3	-8.1	1.8	.0	-23.3	-8.8	2.6	.0	-22.3	-8.8	.0	-22.3	-8.8	2.5

Tabla VI: Comparación Método Deformada Senoidal -Método Curvaturas de Referencia.

Sección tipo 3.

$\frac{1}{q/2}$		1				0				-1			
λ	w	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv. tip. %	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv. tip. %	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv. tip. %
.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.1	.0	-1.7	-.6	.6	.0	-.4	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	-1.9	-.6	.7	.0	-.2	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	-2.0	-.6	.7	.0	-.2	-.0	.1	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	-2.1	-.6	.8	.0	-.0	-.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	-2.0	-.5	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	-2.0	-.4	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	-2.0	-.4	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	-1.9	-.4	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	-1.8	-.3	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	-1.6	-.3	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
15.0	.1	.0	-.7	-.2	.3	.0	-1.3	-.2	.8	.0	-1.8	-.4	.7
	.2	.0	-1.7	-.5	.5	.0	-3.5	-.6	1.1	.0	-2.1	-.4	.7
	.3	.0	-1.1	-.4	.3	.0	-3.5	-.5	1.1	.0	-2.7	-.4	.9
	.4	.0	-.9	-.4	.3	.0	-3.3	-.5	1.0	.0	-2.7	-.3	.8
	.5	.0	-.6	-.3	.2	.0	-2.4	-.4	.8	.0	-2.7	-.2	.8
	.6	.0	-.8	-.3	.3	.0	-2.2	-.4	.8	.0	-2.4	-.2	.7
	.7	.0	-.8	-.3	.3	.0	-2.8	-.4	.8	.0	-2.1	-.2	.5
	.8	.0	-.9	-.2	.3	.0	-2.6	-.4	.7	.0	-1.8	-.1	.5
	.9	.0	-.9	-.2	.3	.0	-2.2	-.4	.7	.0	-1.5	-.1	.4
	1.0	.0	-1.0	-.2	.3	.0	-2.2	-.3	.7	.0	-1.3	-.1	.3
20.0	.1	.0	-.5	-.1	.2	.0	-9.2	-2.8	3.9	.0	-12.0	-6.1	4.1
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	-8.2	-3.0	3.3	.0	-9.7	-2.3	3.3
	.3	.0	-.2	-.0	.1	.0	-7.8	-2.3	2.6	.0	-8.6	-.9	1.5
	.4	.0	-1.0	-.1	.3	.0	-3.0	-.8	1.1	.0	-3.9	-.7	1.3
	.5	.0	-1.6	-.2	.5	.0	-3.2	-.6	1.1	.0	-3.3	-.6	1.2
	.6	.0	-1.5	-.2	.5	.0	-4.0	-.6	1.2	.0	-4.4	-.6	1.3
	.7	.0	-1.2	-.2	.4	.0	-3.0	-.5	1.0	.0	-3.7	-.5	1.1
	.8	.0	-1.0	-.2	.3	.0	-3.3	-.5	1.0	.0	-3.0	-.5	1.0
	.9	.0	-.9	-.1	.3	.0	-3.2	-.5	.9	.0	-3.4	-.5	1.0
	1.0	.0	-.8	-.1	.2	.0	-2.7	-.4	.9	.0	-3.2	-.4	.9
25.0	.1	.0	-12.0	-4.9	4.7	.0	-12.0	-6.0	3.9	.0	-9.0	-5.2	2.8
	.2	.0	-1.2	-.4	.4	.0	-6.1	-1.8	2.1	.0	-7.9	-2.8	3.2
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	-6.0	-1.5	2.4	.0	-7.7	-2.7	3.1
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	-5.6	-1.4	2.3	.0	-6.9	-1.8	2.7
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	-5.9	-1.1	2.0	.0	-4.2	-.7	1.3
	.6	.0	-.1	-.0	.0	.0	-5.4	-1.2	2.0	.0	-3.3	-.8	1.3
	.7	.0	-.2	-.0	.1	.0	-5.0	-.8	1.7	.0	-4.6	-.7	1.4
	.8	.0	-.4	-.0	.1	.0	-1.8	-.3	.6	.0	-3.5	-.6	1.1
	.9	.0	-.5	-.0	.2	.0	-3.2	-.3	.9	.0	-4.5	-.6	1.4
	1.0	.0	-.7	-.1	.2	.0	-2.4	-.3	.7	.0	-3.7	-.6	1.1
total		.0	-12.0	-.2	.4	.0	-13.0	-.5	1.5	.0	-12.0	-.5	1.5

TABLA VII: Comparación Método Columna Modelo-Método Curvaturas de Referencia
Sección tipo 1

$\frac{q}{\omega}$	1					0					-1				
λ	error max +	error max -	error medio %	desv tip %	desv tip %	error max +	error max -	error medio %	desv tip %	desv tip %	error max +	error max -	error medio %	desv tip %	desv tip %
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.0	-9.9	-2.4	3.4	1.0	.0	-3.3	-4.1	3.9	1.6	.0	-2.6	-4.1	.9	.9
.1	.0	-9.6	-1.8	3.2	1.5	.0	-4.6	-4.1	1.6	1.6	.0	-2.8	-4.1	.9	.9
.2	.0	-7.8	-1.9	2.4		.0	-3.4	-4.1	1.6	1.6	.0	-3.4	-4.1	1.1	1.1
.3	.0	-3.6	-1.4	1.5		.0	-2.6	-4.1	1.0	1.0	.0	-3.9	-4.1	1.2	1.2
.4	.0	-3.5	-1.2	1.2		.0	-2.8	-4.1	.9	.9	.0	-3.5	-4.1	1.0	1.0
.5	.0	-3.3	-1.0	1.0		.0	-2.7	-4.1	.8	.8	.0	-3.2	-4.1	.9	.9
.6	.0	-3.0	-1.0	.9		.0	-2.8	-4.1	.9	.9	.0	-2.8	-4.1	.9	.9
.7	.0	-2.8	-1.0	.8		.0	-2.7	-4.1	.8	.8	.0	-2.5	-4.1	.8	.8
.8	.0	-2.7	-1.0	.8		.0	-2.7	-4.1	.7	.7	.0	-2.3	-4.1	.7	.7
.9	.0	-2.7	-1.0	.7		.0	-2.3	-4.1	.7	.7	.0	-2.4	-4.1	.8	.8
1.0	.0	-2.0	-1.0	.7		.0	-2.2	-4.1	.7	.7	.0	-2.4	-4.1	.8	.8
20.0	.0	-2.0	-1.0	.3		.0	-1.4	-3.6	5.4	5.4	.0	-7.0	-1.9	2.6	2.6
.1	.0	-5.2	-1.9	1.9		.0	-4.6	-1.4	1.8	1.8	.0	-6.4	-1.3	2.3	2.3
.2	.0	-6.9	-1.9	2.3		.0	-7.6	-1.5	2.5	2.5	.0	-5.6	-1.1	1.8	1.8
.3	.0	-1.8	-1.4	.6		.0	-2.4	-1.5	.9	.9	.0	-5.1	-1.0	1.7	1.7
.4	.0	-1.8	-1.5	.7		.0	-3.9	-1.6	1.2	1.2	.0	-4.3	-1.9	1.6	1.6
.5	.0	-2.3	-1.6	.9		.0	-3.1	-1.5	1.0	1.0	.0	-5.5	-1.8	1.7	1.7
.6	.0	-2.6	-1.6	1.0		.0	-3.2	-1.5	1.0	1.0	.0	-4.8	-1.8	1.5	1.5
.7	.0	-2.9	-1.6	1.0		.0	-3.6	-1.5	1.0	1.0	.0	-4.1	-1.7	1.4	1.4
.8	.0	-3.0	-1.5	1.0		.0	-2.9	-1.5	.9	.9	.0	-5.1	-1.7	1.5	1.5
.9	.0	-2.0	-1.8	1.9		.0	-2.0	-1.0	6.5	6.5	.0	-2.2	-1.0	6.7	6.7
1.0	.0	-4.7	-1.8	1.9		.0	-1.9	-1.1	6.2	6.2	.0	-1.7	-1.0	6.4	6.4
25.0	.0	-1.1	-1.3	.4		.0	-1.8	-1.5	6.3	6.3	.0	-1.0	-2.3	3.3	3.3
.1	.0	-1.2	-1.2	.4		.0	-1.0	-1.5	3.7	3.7	.0	-7.8	-1.6	2.6	2.6
.2	.0	-4.0	-1.3	1.3		.0	-7.1	-1.0	2.3	2.3	.0	-5.2	-1.4	2.2	2.2
.3	.0	-3.2	-1.1	1.1		.0	-1.6	-1.3	.5	.5	.0	-3.2	-1.7	1.3	1.3
.4	.0	-3.2	-1.4	.9		.0	-4.6	-1.7	1.4	1.4	.0	-5.6	-1.8	1.7	1.7
.5	.0	-2.4	-1.3	.7		.0	-7.0	-1.9	2.1	2.1	.0	-3.8	-1.7	1.3	1.3
.6	.0	-2.2	-1.3	.7		.0	-4.6	-1.7	1.5	1.5	.0	-5.6	-1.7	1.6	1.6
.7	.0	-2.2	-1.4	.6		.0	-1.9	-1.9	.5	.5	.0	-4.1	-1.7	1.4	1.4
.8	.0	-2.0	-1.4	.6		.0	-2.2	-1.9	.5	.5	.0	-5.6	-1.7	1.6	1.6
.9	.0	-2.0	-1.4	.6		.0	-1.9	-1.9	.5	.5	.0	-4.1	-1.7	1.4	1.4
1.0	.0	-2.0	-1.5	1.5		.0	-2.2	-1.7	2.4	2.4	.0	-2.2	-1.7	2.2	2.2

TABLA VIII: Comparación Método Columna Modelo Método Curvaturas de Referencia
Sección tipo 2.

e_1/e_2		1				0				-1			
λ	ω	Error max +	Error max -	Error radio %	Dosy tip %	Error max +	Error max -	Error radio %	Dosy tip %	Error max +	Error max -	Error radio %	Dosy tip %
.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
10.0	.1	.0	-8.1	-2.6	3.2	.0	-5.5	-1.1	.2	.0	.0	.0	.0
	.2	.0	-3.6	-1.2	1.3	.0	-2.7	-.1	.2	.0	.0	.0	.0
	.3	.0	-1.3	-.5	.5	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.4	.0	-.5	-.2	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.5	.0	-.6	-.1	.2	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.6	.0	-.3	-.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.7	.0	-.4	-.0	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.8	.0	-.4	-.1	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	.9	.0	-.5	-.1	.1	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
	1.0	.0	-.5	-.1	.1	.0	-.0	-.0	.0	.0	.0	.0	.0
15.0	.1	.0	-6.3	-1.3	2.1	.0	-16.5	-5.1	4.9	.0	-3.0	-.4	1.0
	.2	.0	-10.5	-2.5	3.3	.0	-4.7	-1.1	1.7	.0	-3.5	-.4	1.2
	.3	.0	-5.9	-2.4	2.0	.0	-3.6	-.8	1.4	.0	-4.1	-.5	1.3
	.4	.0	-4.6	-1.7	1.3	.0	-3.3	-.7	1.1	.0	-4.5	-.5	1.4
	.5	.0	-2.8	-1.3	.7	.0	-3.6	-.6	1.1	.0	-3.7	-.5	1.1
	.6	.0	-1.7	-1.1	.6	.0	-3.6	-.6	1.1	.0	-3.4	-.5	1.1
	.7	.0	-1.8	-.9	.6	.0	-3.7	-.6	1.2	.0	-3.2	-.5	1.1
	.8	.0	-1.8	-.8	.6	.0	-3.0	-.6	1.1	.0	-3.8	-.5	1.2
	.9	.0	-2.0	-.7	.7	.0	-3.2	-.6	1.1	.0	-4.1	-.6	1.2
	1.0	.0	-2.0	-.6	.7	.0	-3.4	-.6	1.0	.0	-4.4	-.4	1.2
20.0	.1	.0	-2.7	-1.2	1.1	.0	-22.5	-6.5	8.1	.0	-20.5	-7.6	6.7
	.2	.0	-5.0	-.9	1.9	.0	-16.5	-4.4	6.4	.0	-7.1	-2.3	2.8
	.3	.0	-7.5	-1.3	2.6	.0	-7.0	-2.1	2.9	.0	-6.8	-1.6	2.4
	.4	.0	-7.4	-1.4	2.4	.0	-7.4	-1.5	2.4	.0	-6.1	-1.3	2.1
	.5	.0	-4.5	-1.3	1.8	.0	-2.8	-.7	1.1	.0	-5.6	-1.2	2.0
	.6	.0	-5.3	-1.4	1.8	.0	-4.1	-.5	1.2	.0	-6.2	-1.1	2.1
	.7	.0	-4.4	-1.2	1.5	.0	-2.5	-.5	1.0	.0	-6.3	-1.1	2.0
	.8	.0	-3.8	-1.0	1.3	.0	-3.8	-.5	1.1	.0	-5.6	-1.0	1.9
	.9	.0	-3.4	-.8	1.0	.0	-3.3	-.5	1.0	.0	-5.9	-1.0	1.9
	1.0	.0	-2.9	-.8	.8	.0	-3.5	-.5	1.0	.0	-6.6	-1.0	2.0
25.0	.1	.0	-24.5	-9.7	8.9	.0	-24.5	-12.5	7.5	.0	-22.5	-14.5	5.9
	.2	.0	-7.0	-3.2	2.7	.0	-19.5	-6.0	6.4	.0	-20.5	-7.9	7.3
	.3	.0	-3.7	-1.4	1.3	.0	-16.5	-4.3	5.6	.0	-17.5	-3.9	5.6
	.4	.0	-5.5	-1.0	1.8	.0	-14.5	-2.1	4.7	.0	-7.8	-2.0	3.1
	.5	.0	-7.0	-1.2	2.4	.0	-9.4	-1.4	3.1	.0	-8.0	-1.5	2.8
	.6	.0	-6.3	-1.1	2.1	.0	-5.0	-.8	1.6	.0	-5.3	-.8	1.7
	.7	.0	-4.8	-1.0	1.7	.0	-6.6	-1.0	2.1	.0	-5.4	-.7	1.6
	.8	.0	-3.9	-1.0	1.5	.0	-7.2	-.9	2.2	.0	-5.0	-.8	1.7
	.9	.0	-4.3	-.9	1.4	.0	-5.5	-.6	1.6	.0	-5.7	-.8	1.7
	1.0	.0	-4.5	-1.0	1.5	.0	-3.4	-.5	1.2	.0	-5.2	-.7	1.7
Total		.0	-24.5	-.8	1.9	.0	-24.5	-.8	2.7	.0	-22.5	-.8	2.6

TABLA IX: Comparación Método Columna Modelo-Método Curvaturas de Referencia
Sección tipo 3

Como en esta tesis los axiles de compresión se han considerado negativos, errores negativos significan resultados del lado de la seguridad y positivos del lado de la inseguridad respecto a los resultados obtenidos por los Métodos base utilizados.

En todas las tablas mostradas sólo aparecen errores negativos, ya que como se ha expresado el Método conduce siempre a resultados del lado de la seguridad.

Por otra parte se puede observar que los errores, salvo casos puntuales, son muy pequeños, y los valores medios - así como las desviaciones típicas confirman la exactitud comentada.

CAPITULO 3 FORMULAS SIMPLIFICADAS DE DINENSIONAMIENTO -
DIRECTO

3.1.- IDEAS FUNDAMENTALES. SIMPLIFICACION DE LAS CURVAS - DE CURVATURAS DE REFERENCIA

Para el desarrollo de las fórmulas simplificadas de dimensionamiento, deducidas del Método de las Curvaturas de Referencia, que se presentan en este Capítulo se han tenido en cuenta los siguientes criterios:

- 1) Que constituyesen un medio de dimensionamiento directo, es decir, que permitiesen la obtención de la cuantía de armadura tal como sucede en el Método de las Curvaturas de Referencia.

Se intenta evitar el problema de las fórmulas de dimensionamiento vigentes en los Códigos que obligan al usuario a dimensionar la sección a flexión-compresión con diagramas de interacción de secciones, gráficamente, o por medio de fórmulas simplificadas existentes a tal fin.

- 2) Que representasen adecuadamente el fenómeno que representan.

En este sentido se pretende, que por el uso de una fórmula simplificada, el usuario no pierda de vista el problema que está resolviendo.

- 3) Que condujeran a resultados suficientemente aproximados, comparables con los que se obtienen con el Método de las Curvaturas de Referencia o los Métodos de Comprobación disponibles.

4) Que fuesen de fácil empleo.

Teniendo en cuenta los criterios anteriores y dado que el Método de las Curvaturas de Referencia utilizando las hipótesis del Método de la Columna Modelo conduce a resultados muy buenos, con una directriz geométrica bilineal, se ha tomado éste como punto de partida para la deducción de las fórmulas propuestas.

Como el problema consiste en encontrar los puntos de intersección de la directriz geométrica (1.3.4) con las Curvas de las Curvaturas de Referencia de Inestabilidad y Agotamiento, y estas últimas están definidas por puntos, a los efectos de obtener las fórmulas simplificadas se han ajustado a funciones de primer y segundo grado.

Tal como puede observarse en las curvas de las figuras 2.3.3 a 2.3.8, para los tres tipos de secciones analizadas, las curvas de curvaturas de Referencia pueden ajustarse a parábolas o incluso rectas y las curvas $e/h - \omega$ son sensiblemente rectas.

En las tablas X, XI y XII para los tres tipos de secciones estudiadas, se dan los coeficientes de las curvas de curvaturas de Referencia ajustadas por rectas de la forma

$$h/r = \beta_1 + \beta_2 e/h \quad \text{ec. (3.1.1)}$$

y las curvas $e/h - \omega$ también ajustadas por rectas de la forma

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 e/h \quad \text{ec. (3.1.2)}$$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.10	.26	3.11	.22	-0.11	.25	13.89	.19
-0.2	-0.18	.51	3.73	.25	-0.19	.50	12.04	.00
-0.3	-0.23	.75	4.54	.00	-0.24	.75	8.03	.00
-0.4	-0.23	1.08	3.14	1.03	-0.26	1.00	6.02	.00
-0.5	-0.22	1.43	2.27	2.01	-0.24	1.32	4.84	.93
-0.6	-0.17	1.77	1.76	2.81	-0.21	1.65	4.01	1.09
-0.7	-0.10	2.08	1.42	3.53	-0.14	1.96	3.43	3.01
-0.8	-0.02	2.37	1.06	4.58	-0.05	2.22	2.72	4.90
-0.9	.08	2.63	.88	5.28	.04	2.46	2.33	6.34
-1.0	.17	2.90	.72	6.11	.15	2.68	1.96	8.14

TABLA X Sección tipo 1 $h'/h = 0,1$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.14	.33	3.08	.28	-0.15	.29	15.77	-1.83
-0.2	-0.20	.68	3.70	.32	-0.26	.63	11.65	-1.94
-0.3	-0.31	1.00	4.54	.00	-0.32	.99	8.08	-0.58
-0.4	-0.32	1.40	3.06	1.37	-0.35	1.34	5.91	.67
-0.5	-0.30	1.90	2.15	2.67	-0.31	1.65	4.80	1.50
-0.6	-0.24	2.30	1.64	3.67	-0.27	2.04	3.93	2.90
-0.7	-0.14	2.63	1.33	4.48	-0.19	2.37	3.35	4.19
-0.8	-0.04	2.93	1.00	5.69	-0.08	2.61	2.67	6.36
-0.9	.06	3.22	.85	6.48	.02	2.85	2.35	7.84
-1.0	.16	3.52	.70	7.45	.12	3.06	2.05	9.56

TABLA XI. Sección tipo 2 $h'/h = 0,1$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.15	.37	3.06	.32	-0.16	.31	15.54	-1.81
-0.2	-0.27	.76	3.69	.36	-0.26	.66	11.81	-2.15
-0.3	-0.35	1.13	4.54	.00	-0.33	1.03	8.08	-0.65
-0.4	-0.37	1.63	3.01	1.55	-0.36	1.42	5.93	.78
-0.5	-0.35	2.13	2.09	3.00	-0.33	1.75	4.75	1.85
-0.6	-0.28	2.56	1.59	4.09	-0.28	2.15	3.89	3.31
-0.7	-0.17	2.89	1.30	4.93	-0.20	2.48	3.31	4.69
-0.8	-0.05	3.17	.98	6.19	-0.09	2.72	2.64	6.93
-0.9	.06	3.48	.83	7.02	.02	2.96	2.33	8.40
-1.0	.16	3.80	.69	8.05	.12	3.17	2.05	10.16

TABLA XII. Sección tipo 3 $h'/h = 0,1$

En las tablas XIII, XIV y XV, también correspondientes a los tres tipos de secciones estudiadas, se dan los coeficientes de las Curvas de Curvaturas de Referencia ajustadas por parábolas del tipo

$$h/r = \beta_1 + \beta_2 e/h + \beta_3 (e/h)^2 \quad \text{ec. (3.1.3)}$$

y los coeficientes de las curvas $e/h - \omega$ ajustadas por rectas como en las tablas anteriores, ecuación (3.1.2).

Para la obtención de estas tablas se ha utilizado como valor de recubrimiento relativo $h'/h = 0,1$ y acero dureza natural con $f_{yd} = 4.200/1,15 \text{ Kp/cm}^2$. Estos dos valores se han escogido por ser de uso más corriente.

Para recubrimientos relativos $h'/h = 0,05$ y $h'/h = 0,15$ se presentan tablas de idéntico significado de las aquí analizadas en el Apéndice 10.

Estos coeficientes se obtuvieron ajustando con un método de mínimos cuadrados las curvas reales de Curvaturas de Referencia de inestabilidad y agotamiento definidas, para cada axil, por puntos correspondientes a cuantías de 1 a 0 con un intervalo constante de 0,05 (Apartado 2.3).

En las tablas mostradas para cada axil de -0,1 a -1 se dan los coeficientes primero para las curvas de Inestabilidad y luego para las de Agotamiento.

Con la misma nomenclatura, estos son los coeficientes que se utilizan en las fórmulas del apartado siguiente.

ν	Inestabilidad					Apogamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.10	.26	2.91	.46	-0.05	-0.11	.25	13.54	.57	-0.08
-0.2	-0.18	.51	3.57	.56	-0.12	-0.19	.50	12.04	.00	-0.00
-0.3	-0.23	.75	4.54	.00	-0.00	-0.24	.75	8.03	.00	-0.00
-0.4	-0.23	1.08	2.55	3.08	-1.49	-0.26	1.00	6.02	.00	-0.00
-0.5	-0.22	1.43	1.63	5.04	-2.96	-0.24	1.32	4.40	2.78	-1.62
-0.6	-0.17	1.77	1.35	5.42	-3.45	-0.21	1.65	3.44	5.18	-3.66
-0.7	-0.10	2.08	1.15	5.95	-4.15	-0.14	1.96	2.96	6.62	-5.43
-0.8	-0.02	2.37	.77	8.51	-8.91	-0.05	2.22	2.09	12.07	-14.4
-0.9	-0.08	2.63	.58	10.21	-13.6	-0.04	2.46	1.63	16.07	-23.8
-1.0	.17	2.90	.41	12.11	-20.0	.15	2.68	1.22	20.61	-37.0

TABLA XIII: Sección tipo 1 $h'/h = 0,1$

ν	Inestabilidad					Apogamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.14	.33	2.85	.60	-0.08	-0.15	.29	14.88	-1.96	.03
-0.2	-0.24	.68	3.50	.77	-0.20	-0.26	.63	13.69	-6.07	1.75
-0.3	-0.31	1.00	4.54	.01	-0.00	-0.32	.99	8.42	-1.54	.58
-0.4	-0.32	1.44	2.29	4.45	-2.66	-0.35	1.34	5.70	1.45	-6.62
-0.5	-0.30	1.90	1.33	7.05	-5.08	-0.31	1.65	4.09	4.83	-3.36
-0.6	-0.24	2.30	1.18	7.07	-5.25	-0.27	2.04	3.12	7.96	-6.64
-0.7	-0.14	2.63	1.08	7.20	-5.57	-0.19	2.37	2.75	9.27	-8.69
-0.8	-0.04	2.93	.72	10.17	-12.2	-0.08	2.61	1.99	14.90	-19.4
-0.9	-0.06	3.22	.55	12.20	-18.9	-0.02	2.85	1.64	18.44	-29.7
-1.0	.16	3.52	.40	14.50	-28.4	.12	3.06	1.30	23.28	-45.2

TABLA XIV: Sección tipo 2 $h'/H = 0,1$

ν	Inestabilidad					Apogamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.15	.37	2.83	.66	-0.10	-0.16	.31	15.93	-2.30	.12
-0.2	-0.27	.76	3.47	.88	-0.25	-0.26	.66	13.87	-6.42	1.86
-0.3	-0.35	1.13	4.54	.01	-0.00	-0.33	1.03	8.50	-1.84	.74
-0.4	-0.37	1.63	2.15	5.20	-3.38	-0.36	1.42	5.59	2.04	-1.03
-0.5	-0.35	2.13	1.18	8.12	-6.34	-0.33	1.75	3.97	5.63	-3.95
-0.6	-0.28	2.56	1.11	7.81	-6.14	-0.28	2.15	2.98	9.11	-7.86
-0.7	-0.17	2.89	1.05	7.71	-6.10	-0.20	2.48	2.68	10.20	-9.75
-0.8	-0.05	3.17	.71	10.86	-13.7	-0.09	2.72	1.96	15.73	-20.7
-0.9	-0.06	3.48	.54	13.04	-21.4	-0.02	2.96	1.63	19.43	-31.4
-1.0	.16	3.80	.40	15.52	-32.3	.12	3.17	1.32	24.09	-47.7

TABLA XV: Sección tipo 3 $h'/h = 0,1$

3.2.- FORMULAS SIMPLIFICADAS DE DIMENSIONAMIENTO DIRECTO

De acuerdo con lo expresado en el apartado anterior, para la obtención de las fórmulas simplificadas se consideran de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{e^{II}}{h} = \frac{e_c}{h} + \frac{h}{r} \frac{\lambda^2}{10} \nless \frac{e_2^I}{h} \quad \text{ec. (3.2.1.)}$$

$$\frac{e_c}{h} = (0,6 + 0,4 \frac{e_1^I}{e_2^I}) \frac{e_2^I}{h} \nless 0,4 \frac{e_2^I}{h} \quad \text{ec. (3.2.2.)}$$

que corresponden a la definición de la directriz geométrica según las hipótesis de la Columna Modelo.

Además, las Curvas de Curvaturas de Referencia de Agotamiento e Inestabilidad pueden expresarse como:

$$h/r = f(e^{II}/h) \quad \text{ec. (3.2.3)}$$

$$\omega = g(e^{II}/h) \quad \text{ec. (3.2.4)}$$

Las fórmulas simplificadas se obtienen reemplazando en la ecuación (3.2.1) la curvatura h/r , por la dada por la ecuación (3.2.3) y explicitando e^{II}/h . Finalmente se reemplaza esta expresión de e^{II}/h en la ecuación (3.2.4) y ω se obtiene como una función del tipo

$$\omega = f(e_e/h) \quad \text{ec. (3.2.5)}$$

Si se usa el ajuste por parábola de las curvas $e/h - h/r$ y el ajuste por rectas para las curvas $e/h - \omega$ (tablas XIII, XIV, XV)

$$h/r = \beta_1 + \beta_2 e^{II}/h + \beta_3 (e^{II}/h)^2 \quad \text{ec. (3.2.6)}$$

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 e^{II}/h \quad \text{ec. (3.2.7)}$$

se obtiene ω como una función del tipo

$$\omega = F(e_e/h, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3) \quad \text{ec. (3.2.8)}$$

mientras que si ambas curvas se ajustan por rectas, resulta para ω una función del tipo (tablas X, XI, XII)

$$\omega = F(e_e/h, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) \quad \text{ec. (3.2.9)}$$

El valor e_e/h está dado por la ecuación (3.2.2) y los coeficientes se obtienen de las tablas del apartado anterior en función del axil ν y del tipo de sección.

Siguiendo las indicaciones anteriores y operando adecuadamente, se obtiene

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 \frac{e^{II}}{h} \quad \text{ec. (3.2.10)}$$

e^{II}/h para el caso de ajuste por recta de las curvas $e/h - h/r$ tiene la siguiente expresión

$$\frac{e^{II}}{h} = \frac{e_e/h + \beta_1 \beta}{1 - \beta_2 \beta} \quad \text{ec. (3.2.11)}$$

siendo $\beta = \lambda^2 \cdot 10^{-4}$, e_e/h el valor resultante de la ecuación (3.2.2) y $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ y β_2 coeficientes dados en las tablas X, XI y XII.

Si se utiliza el ajuste con parábolas de las curvas $e/h - h/r$, e^{II}/h puede obtenerse por la siguiente expresión

$$\frac{e^I}{h} = b + \sqrt{b^2 - c} \quad \text{ec. (3.2.12)}$$

donde

$$b = \frac{1 - \beta_2 \beta}{2 \beta_3 \beta}$$

$$c = \frac{e_e/h + \beta_1 \beta}{\beta_3 \beta}$$

teniendo β y e_e/h el mismo significado que para la expresión anterior y $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ y β_3 son los coeficientes dados en las tablas XIII, XIV y XV.

Para dimensionar, el proyectista debe calcular, por cualquiera de las dos fórmulas anteriores, un valor de ω para el estado límite último de inestabilidad con los coeficientes de la tabla correspondiente de inestabilidad y otro valor de ω para el estado límite último de agotamiento de la sección crítica con los coeficientes de agotamiento.

Finalmente se tomará el menor valor de ω de los obtenidos como cuantía de diseño.

Para soportes con excentricidades diferentes en las arti-

culaciones debe comprobarse que se cumpla la condición - que $e^{II}/h \nless e^I_2/h$, de la ecuación (3.2.1). Esta condición indica que el valor de la excentricidad total a considerar en el dimensionamiento no debe ser menor que el de la articulación con mayor excentricidad.

Para cumplir la condición anterior el valor de e^{II}/h debe ser mayor o igual que e^I_2/h . En caso de que el valor calculado sea menor que e^I_2/h debe sustituirse por e^I_2/h .

Las fórmulas planteadas pueden también ser usadas como un medio de dimensionamiento de la cuantía de secciones de soportes cortos. Para ello se debe utilizar como valor de e^{II}/h el correspondiente a la excentricidad relativa externa e^I_2/h , de la pieza estudiada.

A los efectos de aclarar más el uso de las fórmulas propuestas se presenta a continuación el mismo ejemplo utilizado - para explicar el Método de las Curvaturas de Referencia con las hipótesis de la Columna Modelo.

Se trata de un soporte de sección rectangular tipo 1, constante en toda su longitud, con $\lambda = 20$, $e^I_1/e^I_2 = 0$, $e^I_2/h = 0,3$ y $\nu = -0,6$.

Se utiliza en primer lugar la fórmula de la ecuación (3.2.11) que considera un ajuste por rectas de las curvas $e/h - h/r$

$$\beta = 20^2 \cdot 10^{-4} = 0,04$$

$$e_e/h = (0,6 + 0,4 \cdot 0) 0,3 = 0,18$$

En primer término se calcula la cuantía para el estado límite último de inestabilidad.

siendo $\beta = \lambda^2 \cdot 10^{-4}$, e_e/h el valor resultante de la ecuación (3.2.2) y $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ y β_2 coeficientes dados en las tablas X, XI y XII.

Si se utiliza el ajuste con parábolas de las curvas $e/h - h/r$, e^{II}/h puede obtenerse por la siguiente expresión

$$\frac{e^I}{h} = b + \sqrt{b^2 - c} \quad \text{ec. (3.2.12)}$$

donde

$$b = \frac{1 - \beta_2 \beta}{2 \beta_3 \beta}$$

$$c = \frac{e_e/h + \beta_1 \beta}{\beta_3 \beta}$$

teniendo β y e_e/h el mismo significado que para la expresión anterior y $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ y β_3 son los coeficientes dados en las tablas XIII, XIV y XV.

Para dimensionar, el proyectista debe calcular, por cualquiera de las dos fórmulas anteriores, un valor de ω para el estado límite último de inestabilidad con los coeficientes de la tabla correspondiente de inestabilidad y otro valor de ω para el estado límite último de agotamiento de la sección crítica con los coeficientes de agotamiento.

Finalmente se tomará el menor valor de ω de los obtenidos como cuantía de diseño.

Para soportes con excentricidades diferentes en las arti-

culaciones debe comprobarse que se cumpla la condición - que $e^{II}/h \nless e^I_2/h$, de la ecuación (3.2.1). Esta condición indica que el valor de la excentricidad total a considerar en el dimensionamiento no debe ser menor que el de la articulación con mayor excentricidad.

Para cumplir la condición anterior el valor de e^{II}/h debe ser mayor o igual que e^I_2/h . En caso de que el valor calculado sea menor que e^I_2/h debe sustituirse por e^I_2/h .

Las fórmulas planteadas pueden también ser usadas como un medio de dimensionamiento de la cuantía de secciones de soportes cortos. Para ello se debe utilizar como valor de e^{II}/h el correspondiente a la excentricidad relativa externa e^I_2/h , de la pieza estudiada.

A los efectos de aclarar más el uso de las fórmulas propuestas se presenta a continuación el mismo ejemplo utilizado - para explicar el Método de las Curvaturas de Referencia con las hipótesis de la Columna Modelo.

Se trata de un soporte de sección rectangular tipo 1, constante en toda su longitud, con $\lambda = 20$, $e^I_1/e^I_2 = 0$, $e^I_2/h = 0,3$ y $\nu = -0,6$.

Se utiliza en primer lugar la fórmula de la ecuación (3.2.11) que considera un ajuste por rectas de las curvas $e/h - h/r$

$$\beta = 20^2 \cdot 10^{-4} = 0,04$$

$$e_e/h = (0,6 + 0,4 \cdot 0) 0,3 = 0,18$$

En primer término se calcula la cuantía para el estado límite último de inestabilidad.

De la tabla X, para $\nu = -0,6$ se obtiene

$$\alpha_1 = -0,17$$

$$\alpha_2 = 1,77$$

$$\beta_1 = 1,76$$

$$\beta_2 = 2,81$$

con estos valores de la ecuación (3.2.11)

$$\frac{e^{II}}{h} = \frac{0,18 + 1,76 \cdot 0,04}{1 - 2,81 \cdot 0,04} = 0,28 < \frac{e_2^I}{h} = 0,3$$

como en este caso e^{II}/h es menor que e_2^I/h , se toma este último valor para emplearlo en la ecuación (3.2.10). Conceptualmente esto quiere decir que la directriz geométrica bilineal, en este caso, se intersecta con la Curva de Curvaturas de Referencia de Inestabilidad en su tramo horizontal.

De la ecuación (3.2.7) finalmente se obtiene

$$\omega = -0,17 + 1,77 \cdot 0,3 = 0,36$$

La cuantía correspondiente al estado límite último de agotamiento se obtiene de la misma forma pero con los coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ y β_2 de agotamiento. De la misma tabla X

$$\alpha_1 = -0,21$$

$$\alpha_2 = 1,65$$

$$\beta_1 = 4,01$$

$$\beta_2 = 1,99$$

$$\frac{e^{II}}{h} = \frac{0,18 + 4,01 \cdot 0,04}{1 - 1,99 \cdot 0,04} = 0,37 > \frac{e_2^I}{h} = 0,3$$

$$\omega = -0,21 + 1,65 \cdot 0,370 = 0,40$$

De esta forma la cuantía de dimensionamiento es $\omega = 0,36$

Utilizando la ecuación (3.2.12) para la obtención de e^{II}/h , es decir, el ajuste de las curvas $e/h - h/r$ por parábolas, de la tabla XIII se obtiene para el estado límite último de inestabilidad:

$$\alpha_1 = -0,17$$

$$\alpha_2 = 1,77$$

$$\beta_1 = 1,35$$

$$\beta_2 = 5,47$$

$$\beta_3 = -3,45$$

$$b = \frac{1 - 5,47 \cdot 0,04}{2(-3,45) \cdot 0,04} = -2,83$$

$$c = \frac{0,18 + 1,35 \cdot 0,04}{(-3,45) \cdot 0,04} = -1,69$$

$$\frac{e^{II}}{h} = -2,83 + \sqrt{(-2,83)^2 + 1,69} = 0,29 < \frac{e_2^I}{h} = 0,3$$

$$\omega = -0,17 + 1,77 \cdot 0,3 = 0,36$$

Para el estado límite último de agotamiento de la sección crítica, de la tabla XIII se obtiene

$$\alpha_1 = -0,21$$

$$\alpha_2 = 1,65$$

$$\beta_1 = 3,44$$

$$\beta_2 = 5,18$$

$$\beta_3 = -3,66$$

$$b = \frac{1 - 5,18 \cdot 0,04}{2(-3,66) \cdot 0,04} = -2,71$$

$$c = \frac{0,18 + 3,44 \cdot 0,04}{(-3,66) \cdot 0,04} = -2,17$$

$$\frac{e^{II}}{h} = -2,71 + \sqrt{(-2,71)^2 + 2,17} = 0,38 > \frac{e_2^I}{h} = 0,3$$

$$\omega = -0,21 + 1,65 \cdot 0,38 = 0,41$$

Como puede verse en este caso, resulta una cuantía de diseño igual a la obtenida utilizando la ecuación (3.2.11). En general, las dos fórmulas conducen a resultados diferentes tal como se muestra en el chequeo que se presenta en el apartado siguiente. En este caso particular donde la rotura se produce por inestabilidad y la excentricidad máxima es la de la articulación con mayor excentricidad los resultados son iguales, según las dos fórmulas para el caso de rotura por inestabilidad, debido a que el valor e^{II}/h siempre es menor que e^I/h ; y debe tomarse este último en la ecuación (3.2.7).

Las fórmulas propuestas no tienen en cuenta el fenómeno de fluencia; sin embargo son perfectamente compatibles con el procedimiento propuesto en el apartado 14.4.2 del Model Co de para el Método de la Columna Modelo.

Según este procedimiento la fluencia se considera como una excentricidad adicional de primer orden y se define con la siguiente expresión:

$$e_f = e_g^I \left[\exp. \left(\frac{\phi(t_o, t_\infty) F_g}{F_E - F_g} \right) - 1 \right] \quad \text{ec. (3.2.13)}$$

donde e_f = deformación de primer orden debida a fluencia;

e_g^I = excentricidad de primer orden debida a F_g ;

F_g = axil de larga duración que produce la fluencia;

$F_E = 10 E_{cm} I_c / l^2$

E_{cm} = Módulo de deformación longitudinal para el hormigón;

I_c = Momento de Inercia de la sección no fisurada del hormigón (sin considerar la armadura);

$\phi(t_o, t_\infty)$ = Coeficiente de fluencia;

Las mismas recomendaciones indican que en general para soportes no es necesario que se consideren los efectos de la fluencia si se cumple alguna de las tres condiciones si - guientes:

$$e^I/h \geq 2$$

es decir, que la excentricidad relativa de primer orden es mayor que 2;

$$F_{gk} \leq 0,2 F_{g+q,k}$$

es decir, que las cargas permanentes características sean menores que el 20% que las totales; o

$$\lambda_m \leq 50$$

es decir, que la esbeltez mecánica sea menor o igual que 50. Para soportes de sección rectangular, esta condición es equivalente a una esbeltez geométrica $\lambda \leq 15$.

Por ejemplo para el mismo soporte anterior, si se supone que $\nu = -0,6$ corresponde el 50% a carga permanente y el otro 50% a carga variable, y que la excentricidad relativa de ambos axiles es la misma para el dimensionamiento del soporte teniendo en cuenta los efectos de la fluencia debe procederse:

$$\frac{e_g^I}{h} = 0,3$$

$$\nu_g = -0,3$$

suponiendo un hormigón de $f_{cd} = 200 \text{ Kp/cm}^2$ de la tabla 2.3 del Model Code se obtiene:

$$E_{cm} = 290.000 \text{ Kp/cm}^2$$

y considerando un espesor ficticio grande, humedad relativa del 55% y carga entre los 7 y 60 días, de la tabla 2.4 del mismo Model Code se obtiene:

$$\phi(t_o, t_\infty) = 2,5$$

la ecuación (3.2.13) en términos adimensionales para una sección rectangular puede expresarse:

$$\frac{e_f}{h} = \frac{e^I}{h} \left[\exp\left(\frac{\phi(t_o, t_\infty) \nu_g}{\frac{0,83}{\lambda^2} \frac{E_{cm}}{f_{cd}} - \nu_g}\right) - 1 \right]$$

tomando el valor absoluto de ν_g

$$\frac{e_f}{h} = 0,3 \left[\exp \frac{2,5 \cdot 0,3}{\frac{0,83 \cdot 290.000}{20^2 \cdot 133 \cdot 3} - 0,3} - 1 \right] = 0,05$$

$$\frac{e_2^I}{h} = 0,3 + 0,05 = 0,35$$

$$\frac{e_c}{h} = 0,6 \cdot 0,35 = 0,21$$

Utilizando la tabla X, la cuantía de inestabilidad será:

$$\omega = 0,45$$

y la cuantía de agotamiento

$$\omega = 0,46$$

A pesar que en este caso las diferencias son pequeñas sigue siendo determinante la cuantía de inestabilidad.

Utilizando la tabla XIII, la cuantía de inestabilidad sería:

$$\omega = 0,46$$

y la cuantía de agotamiento:

$$\omega = 0,47$$

Tal como sucede utilizando la tabla X, la cuantía de disño es la cuantía de inestabilidad aunque en este caso las diferencias entre ambas son mayores.

Por otra parte, no debe olvidarse que según la Instrucción Española de Hormigón EH-80, la excentricidad mínima de primer orden no debe tomarse menor que la excentricidad accidental ($h/20$ ó 2 cm). Esta condición tiende a evitar el caso de compresión centrada que constituye una situación teórica.

Por último, si se desea utilizar las fórmulas propuestas para dimensionar, por ejemplo, el mismo soporte anterior como si fuese un soporte corto con $\nu = -0,6$ y $e/h = 0,3$, debe procederse como se explica a continuación.

Se utilizan los datos de α_1 y α_2 de agotamiento de la tabla X a XIII indistintamente, ya que en ambas tablas estos valores son idénticos porque las curvas $e/h - \omega$ siempre se ajustan por rectas. Entonces

$$\omega = -0,21 + 1,65 \cdot 0,3 = 0,285$$

Si se dimensiona con los diagramas de interacción de secciones el resultado es prácticamente el mismo, teniendo en cuenta los errores de interpolación gráfica que se cometan.

3.3.- COMPARACION DE LAS FORMULAS SIMPLIFICADAS PROPUESTAS CON LAS FORMULAS EXISTENTES

En este apartado se presenta un estudio comparativo entre las fórmulas simplificadas propuestas y las fórmulas existentes recogidas por distintos códigos; Inglés, Alemán, Americano y Español.

En primer lugar resulta importante destacar que las fórmulas simplificadas propuestas constituyen un medio de dimensionamiento directo, es decir, permiten la obtención directa de una cuantía estricta. Se recuerda, tal como se expresa detalladamente en el apartado 1.4.2. que las fórmulas existentes sólo permiten obtener, partiendo de los esfuerzos de primer orden, otros esfuerzos transformados con los que se debe dimensionar la sección del soporte - como si fuese un soporte corto. Es decir, luego de aplicar cualquiera de las fórmulas existentes, es necesario recurrir a diagramas de interacción de secciones para el dimensionamiento o a otras fórmulas simplificadas que permitan prescindir de los diagramas de interacción.

Por esta razón, y las características de las fórmulas - propuestas, la eficacia y la facilidad de uso de las mismas resulta evidente.

Respecto a la representación del fenómeno que tienen en cuenta, las fórmulas simplificadas propuestas permiten en todo momento tener la idea de los dos estados límites ú

timos que pueden ocurrir. También permiten ver en cada momento el efecto producido por la esbeltez y la forma de variación del fenómeno con los distintos parámetros que intervienen.

El usuario debe cada vez, investigar las condiciones del soporte para el estado límite último de inestabilidad y de agotamiento de la sección crítica ya que a priori no se puede predecir cual de los dos se presentará en cada caso.

Para cada estado límite debe obtenerse la excentricidad de la sección crítica partiendo de una excentricidad equivalente.

En este cálculo intervienen la relación de excentricidades en las articulaciones, la esbeltez, y la mayor excentricidad de las articulaciones.

El uso de las distintas tablas permite observar la influencia de los parámetros correspondientes a la sección transversal; recubrimiento, distribuciones de armadura, etc..

Respecto a la precisión de los resultados de las fórmulas propuestas y la diferencia con las existentes, en las siguientes tablas se presenta un estudio comparativo de las fórmulas propuestas y las existentes respecto al método de la Columna Modelo.

Para la obtención de estas tablas se ha usado el mismo criterio que para las tablas del apartado 2.4.

Cada fórmula se ha estudiado con los tres tipos de secciones utilizadas, lo que ha dado origen a tres tablas por

fórmula correspondientes a secciones tipo 1, 2 y 3 respectivamente.

Las tablas XXVIII, XXIX y XXX, correspondientes a las fórmulas simplificadas propuestas ajustando la curva $e/h-h/r$ por rectas y las tablas XXXI, XXXII y XXXIII correspondientes a las fórmulas propuestas ajustando la curva $e/h - h/r$ por parábolas, se han estudiado para $\lambda = 0, 10, 15, 20$ y 25 , ya que estas fórmulas permiten el dimensionamiento también de soportes cortos ($\lambda = 0$).

El resto de las fórmulas, correspondientes a la CP 110 -72 DIN 1045 -72, ACI 318-78 y ELL-80, sólo se han estudiado para $\lambda = 10, 15, 20$ y 25 ya que no consideran el caso de $\lambda = 0$ explícitamente.

De la observación de las tablas se puede deducir la excelente aproximación de los resultados obtenidos por las fórmulas simplificadas propuestas tanto para el caso de soportes cortos ($\lambda = 0$) como para el caso de soportes esbeltos ($\lambda > 0$).

Los errores medios totales así como las desviaciones, para cualquier relación de excentricidad en las articulaciones y en cualquiera de los tres tipos de secciones, son muy pequeños (error medio $\leq 3,1 \%$ y desviación típica $\leq 2,6 \%$).

Los errores máximos positivos, del lado de la inseguridad son asimismo pequeños ($\leq 3,6 \%$). Respecto a los errores negativos máximos, del lado de la seguridad son más importantes ($\leq 24 \%$) pero corresponden a casos puntuales según se puede deducir de la observación de las tablas.

Respecto a las fórmulas simplificadas existentes, los - errores medios y desviaciones típicas son muy superiores a los obtenidos en las fórmulas propuestas.

Los errores máximos positivos y negativos son asimismo - mucho mayores y sistemáticos según se puede ver en las - tablas correspondientes a las distintas fórmulas.

$\frac{1}{e/h}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %
.0	.1	2.7	-.7	.3	1.1	2.7	-.7	.3	1.1	2.7	-.7	.3	1.1
	.2	.6	-1.3	.1	.7	.6	-1.3	.1	.7	.6	-1.3	.1	.7
	.3	.9	-1.5	.1	.7	.9	-1.5	.1	.7	.9	-1.5	.1	.7
	.4	.9	-1.1	.1	.6	.9	-1.1	.1	.6	.9	-1.1	.1	.6
	.5	.7	-.8	.2	.5	.7	-.8	.2	.5	.7	-.8	.2	.5
	.6	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3
	.7	.8	-.3	.2	.3	.8	-.3	.2	.3	.8	-.3	.2	.3
	.8	1.0	-.1	.2	.3	1.0	-.1	.2	.3	1.0	-.1	.2	.3
	.9	1.2	-.3	.1	.5	1.2	-.3	.1	.5	1.2	-.3	.1	.5
	1.0	1.4	-.6	.1	.6	1.4	-.6	.1	.6	1.4	-.6	.1	.6
10.0	.1	.4	-3.4	-1.1	1.2	.6	-21.	-3.9	7.2	.6	-21.	-4.0	7.2
	.2	.5	-6.0	-1.1	2.4	.6	-17.	-3.2	6.0	.6	-17.	-3.2	6.0
	.3	.9	-7.4	-1.2	2.6	.9	-15.	-2.7	5.4	.9	-15.	-2.7	5.4
	.4	.9	-7.4	-1.1	2.7	.9	-14.	-2.3	4.8	.9	-14.	-2.3	4.8
	.5	.7	-7.4	-1.0	2.7	.7	-12.	-2.0	4.3	.7	-12.	-2.0	4.3
	.6	.5	-7.2	-1.0	2.5	.6	-11.	-1.8	3.9	.6	-11.	-1.8	3.9
	.7	.3	-6.9	-1.1	2.4	.4	-10.	-1.7	3.6	.4	-10.	-1.7	3.6
	.8	.1	-6.7	-1.1	2.3	.3	-9.6	-1.7	3.3	.3	-9.6	-1.7	3.3
	.9	.2	-6.5	-1.2	2.2	.3	-8.9	-1.6	3.1	.3	-8.9	-1.6	3.1
	1.0	.4	-6.3	-1.2	2.1	.2	-8.5	-1.6	2.9	.2	-8.5	-1.6	2.9
15.0	.1	1.0	-3.4	-1.1	1.5	.0	-20.	-6.6	6.5	.6	-21.	-5.2	7.4
	.2	.1	-1.6	-.6	.7	.6	-17.	-3.9	6.0	.6	-17.	-3.5	6.0
	.3	.1	-2.1	-1.0	.8	.0	-15.	-3.3	5.3	.9	-15.	-2.7	5.4
	.4	.0	-3.4	-1.3	1.5	.9	-14.	-2.7	4.8	.9	-14.	-2.3	4.8
	.5	.7	-4.3	-1.4	1.8	.7	-12.	-2.1	4.3	.7	-12.	-2.0	4.3
	.6	.5	-4.7	-1.3	1.8	.6	-11.	-1.8	3.9	.6	-11.	-1.8	3.9
	.7	.2	-4.7	-1.2	1.8	.4	-10.	-1.7	3.6	.4	-10.	-1.7	3.6
	.8	.1	-4.7	-1.2	1.7	.3	-9.6	-1.7	3.3	.3	-9.6	-1.7	3.3
	.9	.1	-4.8	-1.2	1.7	.3	-8.9	-1.6	3.1	.3	-8.9	-1.6	3.1
	1.0	.7	-4.7	-1.1	1.7	.2	-8.5	-1.6	2.9	.2	-8.5	-1.6	2.9
20.0	.1	1.0	-6.0	-2.4	2.6	.0	-7.8	-4.2	2.7	.4	-17.	-6.5	5.6
	.2	1.0	-1.0	.0	.6	.4	-14.	-2.7	5.1	.0	-17.	-6.2	5.6
	.3	1.5	-1.2	.2	.8	.8	-14.	-3.0	4.9	.9	-15.	-4.0	5.3
	.4	1.0	-1.1	.2	.7	.3	-14.	-4.1	4.6	.9	-14.	-3.6	4.7
	.5	.9	-1.1	-.1	.7	.1	-12.	-3.0	3.9	.7	-12.	-3.1	4.3
	.6	.6	-1.7	-.6	.8	.4	-11.	-2.8	3.6	.6	-11.	-2.4	4.1
	.7	.5	-2.5	-.9	1.1	.4	-10.	-2.5	3.4	.4	-10.	-1.9	3.5
	.8	.1	-3.1	-1.0	1.3	.3	-9.6	-2.5	3.1	.3	-9.6	-1.7	3.3
	.9	.3	-3.5	-1.1	1.5	.3	-8.9	-2.4	2.9	.3	-8.9	-1.6	3.1
	1.0	.8	-3.6	-1.1	1.6	.1	-8.5	-2.0	2.7	.2	-8.5	-1.6	2.9
25.0	.1	.1	-22.	-12.	8.0	.1	-22.	-12.	8.0	.0	-20.	-10.	6.0
	.2	.5	-5.6	-2.7	2.5	.0	-5.6	-3.0	2.2	.1	-13.	-4.1	4.6
	.3	1.7	-1.0	.2	.9	1.7	-6.5	-1.2	2.6	.9	-14.	-3.3	4.9
	.4	1.2	-1.3	.3	.9	1.2	-10.	-1.5	4.1	.5	-14.	-3.8	4.6
	.5	.9	-1.6	.0	.9	.9	-11.	-1.6	3.9	.0	-12.	-4.1	3.8
	.6	.7	-1.6	-.1	.7	.7	-11.	-1.9	3.8	.4	-11.	-3.2	3.5
	.7	.5	-1.1	-.2	.5	.5	-10.	-2.5	3.5	.4	-10.	-2.9	3.5
	.8	.2	-.7	-.3	.3	.2	-9.6	-2.8	3.6	.3	-9.6	-2.8	3.1
	.9	.4	-1.2	-.4	.6	.4	-8.9	-2.8	3.1	.3	-8.9	-2.7	3.1
	1.0	1.4	-1.5	-.5	.9	1.4	-8.5	-1.9	3.0	.1	-8.5	-2.6	2.8
Total		2.7	-22.	-.8	2.2	2.7	-22.	-2.1	4.2	2.7	-21.	-2.3	4.4

Tabla XXV: Comparación Método Columna Modelo-Fórmula Simplificada con ajuste e/h - h/r por parábola. Sección tipo 1.

$\frac{l}{c/h}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %
0.0	.1	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4
	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
10.0	.1	1.0	-2.0	-1.0	1.0	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	1.0	-1.0	-.2	.7	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.0	-.7	.2	.5	1.0	-.6	.1	.4	1.0	-.6	.1	.4
	.4	1.0	-.5	.1	.5	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	.9	-.5	.0	.4	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.7	-.5	.0	.4	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	.3	-.6	-.2	.3	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	.0	-.8	-.3	.3	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.0	-1.0	-.5	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.1	-1.0	-.5	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
15.0	.1	2.7	-3.3	-1.4	2.1	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	2.7	-1.2	.1	1.3	.2	-.4	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	2.3	-.7	.3	1.0	1.0	-3.6	-.4	1.1	1.0	-.6	.1	.4
	.4	1.9	-.5	.2	.7	1.0	-1.6	-.0	.7	1.0	-.4	.2	.4
	.5	1.9	-.3	.2	.7	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	1.4	-.5	.0	.6	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	1.0	-.7	-.1	.5	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	.8	-.7	-.2	.5	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.5	-.7	-.3	.4	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.3	-.8	-.4	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
20.0	.1	2.7	-5.6	-1.8	2.8	.0	-5.6	-.2	1.7	.2	-1.6	-.5	.7
	.2	2.7	-.7	.5	1.1	.5	-6.1	-2.0	2.4	2.1	-5.7	-1.7	2.5
	.3	2.3	-.5	.8	.9	1.7	-5.6	-2.0	2.6	2.2	-4.6	-.7	1.6
	.4	2.3	-.5	.8	.9	.8	-2.0	-.6	1.0	1.0	-3.6	-.5	1.5
	.5	1.9	-1.4	.5	1.0	.2	-2.5	-.5	1.1	.9	-3.8	-.3	1.4
	.6	1.4	-1.6	-.2	.9	.1	-3.5	-.7	1.3	.7	-2.0	.2	.4
	.7	1.4	-1.2	.1	.7	.5	-2.7	-.6	1.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	1.2	-1.1	.2	.7	.1	-3.7	-.6	1.3	.1	-.4	-.1	.2
	.9	1.0	-1.0	-.3	.6	.1	-1.6	-.4	.6	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.8	-1.4	-.4	.7	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
25.0	.1	1.9	-1.1	.0	1.2	1.9	-1.8	-.9	1.2	.0	-1.5	-.7	1.2
	.2	2.7	-1.3	.3	1.3	.2	-1.3	-.3	.6	.9	-5.2	-1.5	2.1
	.3	2.3	-.5	1.0	1.0	2.3	-2.5	.2	1.5	.5	-7.1	-2.5	2.9
	.4	2.3	-.2	1.1	.8	2.3	-3.4	.1	1.7	.8	-4.7	-1.3	2.1
	.5	1.9	-.3	.7	.8	1.7	-1.3	-.8	2.1	.1	-3.2	-.7	1.2
	.6	1.4	-.5	.4	.7	.9	-1.4	-1.5	2.5	.1	-3.1	-.9	1.3
	.7	1.4	-.7	.2	.7	.5	-3.2	-.8	1.5	.5	-4.2	-.8	1.6
	.8	1.2	-1.2	-.1	.6	.1	-2.7	-.6	1.0	.1	-3.3	-.8	1.4
	.9	1.0	-1.4	-.3	.7	.2	-3.8	-.6	1.3	.1	-4.3	-.8	1.5
	1.0	.9	-1.6	-.5	.8	.5	-2.8	-.7	1.2	.1	-.8	-.3	.4
Total		2.7	-1.8	-.1	1.6	2.5	-1.8	-.5	1.8	2.1	-1.5	-.5	1.8

Tabla XXVI: Comparación Método Columna Modelo-Fórmula Simplificada con ajuste de c/h -- h/r por parábola. Sección tipo 2.

$\frac{l}{a/2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip. %
9	.1	.1	-1.3	-.3	.8	.8	-1.3	-.3	.8	.8	-1.3	-.3	.8
	.2	.5	-1.2	-.5	.5	.5	-1.2	-.5	.5	.5	-1.2	-.5	.5
	.3	.9	-1.7	-.4	.8	.9	-1.7	-.4	.8	.9	-1.7	-.4	.8
	.4	.9	-1.7	-.3	.8	.9	-1.7	-.3	.8	.9	-1.7	-.3	.8
	.5	.7	-1.2	-.2	.6	.7	-1.2	-.2	.6	.7	-1.2	-.2	.6
	.6	.5	-1.0	-.1	.5	.5	-1.0	-.1	.5	.5	-1.0	-.1	.5
	.7	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3
	.8	.3	-.5	-.1	.3	.3	-.5	-.1	.3	.3	-.5	-.1	.3
	.9	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4
	1.0	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5
10.0	.1	.1	-6.9	-2.4	2.2	.6	-24.	-5.1	8.1	.8	-24.	-5.1	8.2
	.2	.7	-10.	-2.1	3.5	.5	-21.	-4.7	7.4	.5	-21.	-4.7	7.4
	.3	1.0	-11.	-2.3	3.9	.9	-19.	-4.3	6.9	.9	-19.	-4.3	6.9
	.4	.9	-12.	-2.3	4.1	.9	-18.	-3.9	6.6	.9	-18.	-3.9	6.6
	.5	.7	-12.	-2.4	4.3	.7	-17.	-3.8	6.3	.7	-17.	-3.8	6.3
	.6	.4	-12.	-2.5	4.3	.5	-16.	-3.7	6.1	.5	-16.	-3.7	6.1
	.7	.2	-12.	-2.6	4.3	.2	-16.	-3.6	5.8	.2	-16.	-3.6	5.8
	.8	.2	-12.	-2.7	4.3	.3	-15.	-3.5	5.6	.3	-15.	-3.5	5.6
	.9	.4	-12.	-2.8	4.4	.4	-15.	-3.5	5.4	.4	-15.	-3.5	5.4
	1.0	.7	-12.	-2.7	4.3	.5	-14.	-3.5	5.3	.5	-14.	-3.5	5.3
15.0	.1	.4	-1.6	-.6	.8	.4	-23.	-8.5	7.0	.0	-24.	-6.7	8.1
	.2	.2	-3.4	-.9	1.3	.9	-21.	-5.6	7.2	.5	-21.	-5.1	7.3
	.3	.0	-6.1	-1.8	1.9	.9	-19.	-5.2	6.6	.9	-19.	-4.3	6.9
	.4	.9	-7.3	-2.3	2.6	.9	-18.	-4.5	6.3	.9	-18.	-3.9	6.6
	.5	.7	-8.3	-2.3	2.7	.7	-17.	-4.0	6.2	.7	-17.	-3.8	6.3
	.6	.3	-8.7	-2.2	2.8	.5	-16.	-3.7	6.1	.5	-16.	-3.7	6.1
	.7	.0	-9.9	-2.1	2.9	.2	-16.	-3.6	5.8	.2	-16.	-3.6	5.8
	.8	.0	-9.1	-2.1	3.0	.3	-15.	-3.5	5.6	.3	-15.	-3.5	5.6
	.9	.3	-9.2	-2.0	3.1	.4	-15.	-3.5	5.4	.4	-15.	-3.5	5.4
	1.0	1.0	-9.4	-1.9	3.3	.5	-14.	-3.5	5.3	.5	-14.	-3.5	5.3
20.0	.1	1.0	-6.4	-2.1	2.6	.0	-11.	-4.6	4.0	1.7	-21.	-6.8	7.1
	.2	1.5	-.4	.4	.6	1.5	-17.	-2.8	6.6	.4	-21.	-8.7	6.5
	.3	1.7	-1.2	-.2	1.1	1.6	-18.	-3.7	6.5	.4	-19.	-5.7	6.5
	.4	1.7	-3.0	-.2	1.4	.6	-18.	-5.3	6.2	.9	-18.	-5.6	5.9
	.5	1.0	-4.5	-.8	1.8	.0	-17.	-5.0	5.7	.7	-17.	-5.2	5.9
	.6	.7	-5.6	-1.4	2.1	.0	-16.	-4.6	5.6	.5	-16.	-4.7	5.9
	.7	.2	-6.1	-1.7	2.2	.0	-16.	-4.4	5.4	.2	-16.	-4.0	5.7
	.8	.2	-6.3	-1.8	2.3	.0	-15.	-4.5	5.2	.3	-15.	-3.5	5.6
	.9	.4	-6.6	-1.9	2.4	.0	-15.	-4.3	5.0	.4	-15.	-3.5	5.4
	1.0	.9	-6.7	-1.8	2.3	.0	-14.	-4.0	5.0	.5	-14.	-3.5	5.3
25.0	.1	.1	-24.	-13.	8.8	.1	-24.	-13.	8.8	.0	-22.	-14.	5.3
	.2	.5	-8.2	-3.9	3.4	.5	-8.2	-3.6	3.1	.0	-17.	-5.6	5.7
	.3	1.5	-1.6	.1	1.0	1.5	-9.6	-1.8	3.6	.5	-18.	-4.3	6.4
	.4	1.7	-1.2	.4	1.1	1.7	-14.	-2.0	5.6	.9	-18.	-4.7	6.2
	.5	1.6	-1.2	.3	1.0	1.6	-15.	-2.3	5.5	1.0	-17.	-5.8	6.0
	.6	1.0	-2.3	-.2	1.2	1.0	-16.	-2.9	5.7	.0	-16.	-5.2	5.6
	.7	.9	-3.4	-.5	1.4	.9	-16.	-3.5	5.6	.0	-16.	-4.8	5.3
	.8	.6	-4.1	-.8	1.5	.6	-15.	-4.3	5.6	.0	-15.	-4.7	5.2
	.9	.8	-4.5	-.9	1.8	.8	-15.	-4.2	5.5	.0	-15.	-4.6	5.0
	1.0	2.1	-4.7	-.9	2.1	2.1	-14.	-3.8	5.4	.0	-14.	-4.7	4.8
Total		2.1	-24.	-1.4	3.1	2.1	-24.	-3.3	5.7	1.7	-24.	-3.7	5.9

Tabla XXVII: Comparación Método Columna Modelo-Fórmula Simplificada con ajuste $e/h = h/r$ por parábola. Sección tipo 3.

$\frac{1}{c/h}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx. +	Error máx. -	Error medio %	Desv. tip %
.0	.1	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4
	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	.5	.2	.1	.2	.5	.2	.1	.2	.5	.2	.1	.2
	.8	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
10.0	.1	1.0	-2.0	-1.0	1.0	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	1.0	-1.0	-.2	.7	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.0	-.7	.2	.5	1.0	-.6	.1	.4	1.0	-.6	.1	.4
	.4	1.0	-.5	.1	.5	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	.9	-.5	.0	.4	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.7	-.5	.0	.4	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	.3	-.6	-.2	.3	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	.0	-.8	-.3	.3	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.0	-1.0	-.5	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.1	-1.0	-.5	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
15.0	.1	2.7	-3.8	-1.4	2.1	.4	-1.6	-.5	.7	.4	-1.6	-.5	.7
	.2	2.7	-1.2	.1	1.3	.2	-4.1	-.5	1.5	.5	-1.8	-.3	.7
	.3	2.3	-.7	.3	1.0	1.0	-3.6	-.4	1.4	1.0	-.6	.1	.4
	.4	1.9	-.5	.2	.7	1.0	-1.6	.0	.7	1.0	-.4	.2	.4
	.5	1.9	-.3	.2	.7	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	1.4	-.5	.0	.6	.7	-.0	.2	.2	.7	-.0	.2	.2
	.7	1.0	-.7	-.1	.5	.5	-.2	.1	.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	.8	-.7	-.2	.5	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.5	-.7	-.3	.4	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.3	-.4	-.4	.4	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
20.0	.1	2.7	-5.6	-1.8	2.8	.0	-5.6	-3.2	1.7	.2	-11.5	-6.5	3.9
	.2	2.7	-.7	.5	1.1	.5	-6.1	-2.0	2.4	2.1	-5.7	-1.7	2.5
	.3	2.3	-.5	1.0	.9	1.7	-5.6	-2.0	2.6	.2	-4.6	-.7	1.6
	.4	2.3	-.5	.8	.9	.8	-2.0	-.6	1.0	1.0	-3.6	-.5	1.5
	.5	1.9	-1.4	.5	1.0	.2	-2.5	-.5	1.1	.9	-3.8	-.3	1.4
	.6	1.4	-1.6	.2	.9	.1	-3.5	-.7	1.3	.7	-.0	.2	.2
	.7	1.4	-1.2	.1	.7	.5	-2.7	-.6	1.2	.5	-.2	.1	.2
	.8	1.2	-1.1	-.2	.7	.1	-3.7	-.6	1.3	.1	-.4	-.1	.2
	.9	1.0	-1.0	-.3	.6	.1	-1.6	-.4	.6	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.8	-1.4	-.4	.7	.1	-.8	-.3	.4	.1	-.8	-.3	.4
25.0	.1	1.9	-1.8	-.9	2.2	1.9	-1.8	-.9	2.2	.0	-15.5	-7.7	4.9
	.2	2.7	-1.3	.3	1.3	.2	-1.3	-.3	.6	.9	-5.2	-1.5	2.1
	.3	2.3	-.5	1.0	1.0	2.3	-2.5	.2	1.5	.5	-7.1	-2.5	2.9
	.4	2.3	-.2	1.1	.8	2.3	-3.4	.1	1.7	.8	-4.7	-1.3	2.1
	.5	1.9	-.3	.7	.8	1.7	-4.3	-.8	2.1	.1	-3.2	-.7	1.1
	.6	1.4	-.5	.4	.7	.9	-6.4	-1.5	2.5	.1	-3.1	-.9	1.3
	.7	1.4	-.7	.2	.7	.5	-3.2	-.8	1.5	.5	-4.2	-.8	1.6
	.8	1.2	-1.2	-.1	.6	.1	-2.7	-.6	1.0	.1	-3.3	-.8	1.4
	.9	1.0	-1.4	-.3	.7	.2	-3.8	-.6	1.3	.1	-4.3	-.8	1.5
	1.0	.9	-1.6	-.5	.8	.5	-2.8	-.7	1.2	.1	-.8	-.3	.4
Total		2.7	-1.8	-.1	1.6	2.3	-1.8	-.5	1.8	2.1	-1.5	-.5	1.8

Tabla XXVI: Comparación Método Columna Modelo-Fórmula Simplificada con ajuste de c/h -- h/r -- por parábola -- Sección tipo-2.

En-greso Caudero Torroja de la construcción y del cemento

226.-

$\frac{1}{\omega}$	1				0				-1			
	λ	traz. rdx. +	traz. rdx. -	traz. modio %	traz. rdx. +	traz. rdx. -	traz. modio %	traz. rdx. +	traz. rdx. -	traz. modio %	traz. rdx. +	traz. rdx. -
0	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1
	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2
	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3
	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4
	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6
	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7
	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8
	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
15.0	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1
	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2
	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3
	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4
	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6
	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7
	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8
	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
20.0	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1
	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2
	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3
	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4
	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6
	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7
	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8
	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
25.0	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.1
	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2
	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3
	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4	.4
	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6	.6
	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7	.7
	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8
	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Total		2.1	2.1	1.1	2.1	2.1	1.1	2.1	2.1	1.1	2.1	2.1

Tabla XXVII Comparación Método Columna Modelo-Fórmula Simplificada con ajuste e/h -h/r- por parábola Sección tipo 3.

a/h		1				0				-1			
λ	ω	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv tip %	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv tip %	Error max +	Error max -	Error medio %	Desv tip %
.0	.1	.3	-1.7	-.5	.8	.3	-1.7	-.5	.8	.3	-1.7	-.5	.8
	.2	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4	1.0	-.6	-.1	.4
	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.7	-.1	.2	.2	.7	-.1	.2	.2	.7	-.1	.2	.2
	.7	.4	-.2	.1	.2	.4	-.2	.1	.2	.4	-.2	.1	.2
	.8	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.1	-.9	-.4	.4	.1	-.9	-.4	.4	.1	-.9	-.4	.4
10.0	.1	1.4	-2.7	-.9	1.3	.3	-1.7	-.6	.8	.3	-1.7	-.5	.8
	.2	1.2	-.0	-.1	.7	.5	-.7	-.1	.4	.5	-.7	-.1	.4
	.3	1.2	-.4	.2	.5	1.0	-.6	.1	.4	1.0	-.6	.1	.4
	.4	1.3	-.2	.3	.5	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	1.1	-.2	.3	.4	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	.8	-.3	.1	.4	.7	-.1	.2	.2	.7	-.1	.2	.2
	.7	.5	-.6	-.0	.3	.4	-.2	.1	.2	.4	-.2	.1	.2
	.8	.1	-.8	-.3	.3	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.0	-.9	-.5	.3	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.0	-1.1	-.7	.4	.1	-.9	-.4	.4	.1	-.9	-.4	.4
15.0	.1	2.4	-4.2	-1.8	2.3	.3	-1.1	-3.9	4.3	.3	-4.1	-1.0	1.5
	.2	2.6	-1.6	.0	1.3	.3	-4.1	-.5	1.5	.5	-1.8	-.2	.7
	.3	2.5	-.8	.5	1.0	1.0	-3.0	-.2	1.2	1.0	-.6	.1	.4
	.4	2.1	-.5	.5	.8	1.0	-.4	.2	.4	1.0	-.4	.2	.4
	.5	1.8	-.3	.5	.7	.9	-.2	.2	.3	.9	-.2	.2	.3
	.6	1.4	-.3	.3	.6	.7	-.1	.2	.2	.7	-.1	.2	.2
	.7	1.1	-.4	.1	.5	.4	-.2	.1	.2	.4	-.2	.1	.2
	.8	.8	-.6	-.2	.4	.1	-.4	-.1	.2	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.5	-1.1	-.5	.5	.1	-.6	-.2	.3	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.3	-1.0	-.8	.7	.1	-.9	-.4	.4	.1	-.9	-.4	.4
20.0	.1	2.1	-6.4	-2.9	3.2	.0	-6.3	-4.2	2.0	.0	-11.1	-6.6	3.4
	.2	2.6	-.8	.5	1.1	.6	-5.9	-1.9	2.3	1.9	-5.7	-1.6	2.5
	.3	2.5	-.2	1.4	1.0	2.5	-5.6	-1.8	2.8	.8	-4.7	-.6	1.7
	.4	2.8	-.2	1.5	1.0	2.1	-2.1	-.3	1.3	1.0	-3.5	-.4	1.4
	.5	2.2	-.7	1.1	1.0	.4	-2.0	-.4	.9	.9	-1.8	-.0	.8
	.6	1.7	-1.5	.7	1.0	.5	-3.5	-.6	1.3	.7	-1.1	-.2	.2
	.7	1.4	-1.2	.3	.8	.4	-2.6	-.6	1.1	.4	-.2	.1	.2
	.8	1.1	-1.0	-.2	.7	.1	-3.9	-.6	1.3	.1	-.4	-.1	.2
	.9	.9	-1.3	-.3	.7	.1	-2.9	-.6	1.0	.1	-.6	-.2	.3
	1.0	.7	-2.4	-1.0	1.0	.1	-2.1	-.6	.7	.1	-.9	-.4	.4
25.0	.1	1.7	-18.1	-9.9	7.5	1.7	-18.1	-9.9	7.5	.0	-15.1	-8.9	5.2
	.2	2.5	-1.4	.2	1.3	.2	-1.4	-.3	.6	.7	-5.6	-1.6	2.1
	.3	3.2	-.2	1.7	1.1	3.2	-2.4	.8	1.8	1.2	-7.2	-2.2	3.2
	.4	3.6	-.2	1.9	1.1	3.6	-3.6	1.2	2.4	3.4	-4.9	-.7	2.8
	.5	3.1	-.2	1.8	1.0	3.1	-4.1	.2	2.7	2.4	-3.2	-.1	1.6
	.6	2.2	-.1	1.3	.7	1.9	-6.3	-.8	2.9	.1	-2.5	-.7	1.0
	.7	1.4	-.2	.7	.6	1.0	-3.2	-.5	1.7	.4	-4.3	-.8	1.6
	.8	1.1	-1.1	-.0	.6	.1	-2.6	-.6	1.0	.1	-3.3	-.8	1.3
	.9	.8	-1.9	-.8	.8	.1	-3.8	-.9	1.3	.1	-4.6	-.8	1.6
	1.0	.6	-2.6	-1.6	1.2	.1	-4.2	-1.3	1.5	.1	-4.6	-.9	1.5
Total		3.6	-18.1	-.0	1.8	3.6	-18.1	-.5	2.0	3.4	-15.1	-.5	1.9

TABLAXXVIII: Comparación Método Columna Modelo-Fórmula simplificada con ajuste de e/h - h/r por recta. Sección tipo 1

$\frac{1}{\omega^2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio -	Dosv. tip. -	Error máx +	Error máx -	Error medio -	Dosv. tip. -	Error máx +	Error máx -	Error medio -	Dosv. tip. -
.0	.1	2.7	-.6	.4	1.1	2.7	-.6	.4	1.1	2.7	-.6	.4	1.1
	.2	.6	-1.3	.0	.7	.6	-1.3	.0	.7	.6	-1.3	.0	.7
	.3	.8	-1.5	-.1	.7	.8	-1.5	-.1	.7	.8	-1.5	-.1	.7
	.4	.8	-1.2	.2	.6	.8	-1.2	.2	.6	.8	-1.2	.2	.6
	.5	.7	-.8	.2	.5	.7	-.8	.2	.5	.7	-.8	.2	.5
	.6	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3
	.7	.8	-.2	.2	.3	.8	-.2	.2	.3	.8	-.2	.2	.3
	.8	1.0	-.0	.2	.3	1.0	-.0	.2	.3	1.0	-.0	.2	.3
	.9	1.2	-.3	-.1	.5	1.2	-.3	-.1	.5	1.2	-.3	-.1	.5
	1.0	1.4	-.6	-.1	.7	1.4	-.6	-.1	.7	1.4	-.6	-.1	.7
10.0	.1	.3	-2.2	-1.1	.9	2.7	-.6	.3	1.1	2.7	-.6	.4	1.1
	.2	.6	-2.1	-.4	.9	.6	-1.3	.0	.7	.6	-1.3	.0	.7
	.3	1.0	-1.4	-.1	.9	.8	-1.5	.1	.7	.8	-1.5	.1	.7
	.4	1.1	-.7	.1	.7	.8	-1.2	.2	.6	.8	-1.2	.2	.6
	.5	1.0	-.6	-.2	.6	.7	-.8	.2	.5	.7	-.8	.2	.5
	.6	.7	-.7	.2	.5	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3
	.7	.7	-.7	.1	.4	.8	-.2	.2	.3	.8	-.2	.2	.3
	.8	1.0	-.7	.0	.5	1.0	-.0	.2	.3	1.0	-.0	.2	.3
	.9	1.4	-.7	-.1	.6	1.2	-.3	.1	.5	1.2	-.3	.1	.5
	1.0	1.7	-.8	-.2	.8	1.4	-.6	.1	.7	1.4	-.6	.1	.7
15.0	.1	.5	-4.3	-1.7	1.8	-.1	-6.9	-3.2	2.5	2.7	-4.4	-.3	2.2
	.2	.3	-1.6	-.6	.7	.7	-5.2	-.7	2.1	.6	-3.2	-.2	1.3
	.3	.3	-1.7	-.6	.9	.8	-3.8	-.5	1.6	.8	-1.5	.1	.7
	.4	1.2	-3.4	-.9	1.6	.8	-2.6	.0	1.1	.8	-1.2	.2	.6
	.5	1.1	-4.2	-1.0	1.9	.7	-.6	.3	.4	.7	-.8	.2	.5
	.6	1.0	-3.0	-.7	1.5	.6	-.5	.3	.3	.6	-.5	.3	.3
	.7	.5	-2.8	-.6	1.1	.8	-.2	.2	.3	.8	-.2	.2	.3
	.8	.1	-2.6	-.6	.9	1.0	-.0	.2	.3	1.0	-.0	.2	.3
	.9	.2	-2.7	-.7	.9	1.2	-.3	.1	.5	1.2	-.3	.1	.5
	1.0	.8	-2.7	-.9	1.0	1.4	-.6	.1	.7	1.4	-.6	.1	.7
20.0	.1	.3	-7.2	-3.5	3.0	.0	-7.9	-5.1	2.7	.0	-18.	-6.7	5.6
	.2	.8	-1.1	-.1	.7	.4	-14.	-2.7	4.9	.5	-7.6	-2.1	3.2
	.3	1.8	-.6	-.6	.8	2.0	-9.5	-2.0	3.5	1.2	-5.1	-1.0	2.5
	.4	1.9	-.3	.9	.7	1.2	-8.2	-1.8	3.0	1.1	-5.7	-.9	2.4
	.5	1.7	-.2	.6	.7	.4	-1.9	-.2	.8	.7	-5.8	-.7	2.2
	.6	1.3	-1.4	-.1	.9	.5	-2.7	-.4	1.2	.6	-3.5	-.2	1.4
	.7	.8	-2.2	-.5	1.1	.8	-3.1	-.5	1.2	.8	-.5	.2	.4
	.8	.1	-3.1	-.9	1.3	1.0	-3.5	-.7	1.5	1.0	-.0	.2	.3
	.9	.1	-3.9	-1.4	1.3	1.2	-3.5	-.7	1.6	1.2	-.3	.1	.5
	1.0	.1	-4.4	-1.6	1.3	1.4	-4.9	-.9	1.9	1.4	-.6	.1	.7
25.0	.1	.0	-22.	-13.	8.2	.0	-22.	-13.	8.2	.0	-20.	-12.	5.6
	.2	-.6	-5.9	-2.8	2.5	.0	-5.9	-3.0	2.2	-.1	-13.	-4.3	4.7
	.3	2.5	.0	1.0	.8	2.5	-6.4	-.4	2.8	1.9	-14.	-2.7	5.2
	.4	2.9	.0	1.4	1.1	2.9	-10.	-.4	4.6	2.9	-7.4	-.9	3.2
	.5	2.5	.0	1.4	.9	2.5	-11.	-.4	4.4	1.5	-5.6	-1.1	2.6
	.6	1.9	.0	1.0	.6	1.9	-1.5	.4	1.3	.8	-2.9	-.6	1.5
	.7	1.2	-.1	.4	.4	1.2	-4.7	-.4	1.9	.8	-5.4	-.8	2.1
	.8	.2	-.6	-.2	.3	1.0	-7.4	-1.2	2.6	1.0	-3.8	-.9	1.7
	.9	.1	-1.7	-1.1	.6	1.2	-5.0	-1.5	2.0	1.2	-5.7	-1.1	2.1
	1.0	.1	-2.8	-1.9	.9	1.4	-4.5	-1.4	1.8	1.4	-5.5	-1.2	2.3
Total		2.9	-22.			2.1	2.9	-22.	2.6	2.9	-20.	-.5	2.6

TABLA XXIX: Compu-
ajuste

Método Columna Modelo - Fórmula Simplificada con
- h/r por recta. Sección tipo 2.

$\frac{1}{e_1/e_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
.0	.1	.8	-1.4	-.3	.1	.8	-1.4	-.3	.8	.8	-1.4	-.3	.8
	.2	.6	-1.2	-.5	.5	.6	-1.2	-.5	.5	.6	-1.2	-.5	.5
	.3	.9	-1.7	-.4	.8	.9	-1.7	-.4	.8	.9	-1.7	-.4	.8
	.4	.9	-1.5	-.3	.7	.9	-1.5	-.3	.7	.9	-1.5	-.3	.7
	.5	.7	-1.2	-.2	.6	.7	-1.2	-.2	.6	.7	-1.2	-.2	.6
	.6	.5	-.9	-.1	.4	.5	-.9	-.1	.4	.5	-.9	-.1	.4
	.7	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3
	.8	.3	-.6	-.1	.3	.3	-.6	-.1	.3	.3	-.6	-.1	.3
	.9	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4
	1.0	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5
10.0	.1	.1	-7.0	-2.6	2.2	.5	-1.4	-.4	.7	.8	-1.4	-.3	.8
	.2	.7	-6.2	-1.5	2.0	.6	-1.2	-.5	.5	.6	-1.2	-.5	.5
	.3	1.1	-4.0	-.9	1.5	.9	-1.7	-.4	.8	.9	-1.7	-.4	.8
	.4	1.1	-2.7	-.3	1.1	.9	-1.5	-.3	.7	.9	-1.5	-.3	.7
	.5	.9	-1.9	-.1	.9	.7	-1.2	-.2	.6	.7	-1.2	-.2	.6
	.6	.6	-1.2	-.1	.6	.5	-.9	-.1	.4	.5	-.9	-.1	.4
	.7	.2	-.7	-.1	.4	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3
	.8	.3	-.6	-.1	.3	.3	-.6	-.1	.3	.3	-.6	-.1	.3
	.9	.4	-.8	-.2	.4	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4
	1.0	.6	-1.2	-.3	.6	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5
15.0	.1	.3	-2.8	-1.0	1.2	.1	-1.2	-.6	3.7	.5	-5.2	-1.3	1.9
	.2	.2	-3.1	-.9	1.2	.7	-4.9	-1.4	2.0	.6	-3.6	-.9	1.2
	.3	.4	-5.9	-1.5	2.0	.9	-3.9	-1.2	1.7	.9	-1.7	-.4	.8
	.4	1.3	-7.5	-1.9	2.6	.9	-3.0	-.6	1.2	.9	-1.5	-.3	.7
	.5	1.1	-5.6	-1.5	2.1	.7	-1.2	-.3	.7	.7	-1.2	-.2	.6
	.6	.7	-3.5	-1.1	1.4	.5	-.9	-.1	.4	.5	-.9	-.1	.4
	.7	.2	-2.0	-.8	.8	.2	-.6	-.1	.3	.2	-.6	-.1	.3
	.8	.0	-1.4	-.6	.4	.3	-.6	-.1	.3	.3	-.6	-.1	.3
	.9	.1	-1.2	-.5	.4	.4	-.6	-.1	.4	.4	-.6	-.1	.4
	1.0	.7	-1.6	-.6	.8	.5	-.9	-.1	.5	.5	-.9	-.1	.5
20.0	.1	.6	-7.4	-3.2	2.8	.0	-12.	-5.6	3.8	.9	-21.	-7.0	7.0
	.2	1.4	-.6	.4	.6	1.4	-17.	-2.9	6.6	.4	-9.7	-4.5	3.4
	.3	2.3	-.9	.7	1.2	2.1	-14.	-2.7	5.4	1.7	-6.5	-1.6	2.7
	.4	2.6	-2.7	.5	1.6	1.4	-8.3	-2.2	3.4	.9	-6.2	-1.8	2.3
	.5	2.1	-4.3	-.0	1.9	.4	-3.3	-.9	1.2	.7	-6.2	-1.5	2.3
	.6	1.4	-5.3	-.7	2.2	.1	-3.3	-.7	1.1	.5	-5.2	-.8	1.9
	.7	.6	-6.0	-1.3	2.3	.2	-2.3	-.8	1.0	.2	-2.2	-.4	.8
	.8	.1	-4.5	-1.5	1.7	.2	-4.1	-1.0	1.4	.2	-.6	-.1	.3
	.9	.0	-4.4	-1.7	1.3	.3	-3.4	-1.1	1.4	.4	-.6	-.1	.4
	1.0	.0	-3.9	-1.8	1.1	.4	-4.7	-1.2	1.8	.5	-.9	-.1	.5
25.0	.1	.0	-24.	-14.	8.4	.0	-24.	-14.	8.4	.0	-22.	-14.	5.3
	.2	.6	-7.5	-3.7	3.3	.5	-7.5	-3.7	2.9	.0	-17.	-5.7	5.7
	.3	2.5	-.2	.8	1.0	2.5	-9.8	-1.1	4.0	1.6	-18.	-3.7	6.8
	.4	3.5	.0	1.4	1.4	3.5	-14.	-1.0	6.1	2.6	-7.9	-1.5	3.7
	.5	3.3	-.8	1.4	1.5	3.3	-15.	-1.0	6.1	1.6	-9.7	-1.5	3.7
	.6	2.4	-2.0	.8	1.4	2.4	-5.8	-.5	3.2	1.1	-6.2	-1.0	2.2
	.7	1.5	-3.2	.1	1.5	1.5	-6.9	-.9	2.8	.2	-4.7	-1.0	1.6
	.8	.5	-4.0	-.8	1.5	.5	-7.7	-1.4	2.7	.2	-5.9	-1.3	2.0
	.9	.0	-4.6	-1.7	1.6	.3	-7.0	-1.5	2.3	.3	-5.2	-1.4	2.0
	1.0	.0	-4.4	-2.4	1.3	.4	-5.0	-1.9	1.9	.4	-8.0	-1.8	2.8
Total		3.5	-24.	-.8	2.4	3.5	-24.	-1.1	3.1	2.6	-22.	-1.0	2.9

TABLA XXX: Comparación Método Columna Modelo - Fórmula Simplificada con ajuste de e/h - h/r recta. Sección tipo 3.

$\frac{h}{a_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	5.9	-0.5	3.8	.0	-3.0	-0.4	1.0	-3.1	-0.4	1.0	-3.1	-0.4
	.2	4.8	-0.7	3.2	.0	-3.9	-0.4	1.2	-4.0	-0.4	1.2	-4.0	-0.4
	.3	3.9	-5.2	2.9	.0	-4.6	-0.5	1.4	-4.7	-0.5	1.4	-4.7	-0.5
	.4	3.3	-5.8	2.8	.0	-5.2	-0.5	1.5	-5.3	-0.5	1.5	-5.3	-0.5
	.5	2.8	-6.4	2.7	.0	-6.0	-0.6	1.6	-6.1	-0.6	1.6	-6.1	-0.6
	.6	2.4	-6.9	2.7	.0	-6.5	-0.6	1.7	-6.6	-0.6	1.7	-6.6	-0.6
	.7	2.1	-7.4	2.7	.0	-7.0	-0.7	1.8	-7.1	-0.7	1.8	-7.1	-0.7
	.8	1.9	-7.8	2.8	.0	-7.4	-0.7	1.9	-7.5	-0.7	1.9	-7.5	-0.7
	.9	1.8	-8.2	2.8	.0	-7.8	-0.8	2.0	-7.9	-0.8	2.0	-7.9	-0.8
	1.0	1.6	-7.0	2.5	.0	-6.0	-0.8	2.1	-6.1	-0.8	2.1	-6.1	-0.8
15.0	.1	1.6	-12.0	4.4	5.1	-7.9	-1.1	2.8	-8.0	-1.1	2.8	-8.0	-1.1
	.2	3.1	-13.0	3.4	5.7	-9.1	-1.4	3.0	-9.2	-1.4	3.0	-9.2	-1.4
	.3	3.3	-14.0	3.5	5.8	-10.0	-1.6	3.4	-10.1	-1.6	3.4	-10.1	-1.6
	.4	3.3	-11.0	2.6	5.0	-5	-1.7	3.7	-11.1	-1.7	3.7	-11.1	-1.7
	.5	3.1	-12.0	2.9	5.1	-12.0	-1.9	3.9	-12.1	-1.9	3.9	-12.1	-1.9
	.6	2.9	-13.0	3.3	5.2	-13.0	-2.1	4.1	-13.1	-2.1	4.1	-13.1	-2.1
	.7	2.7	-14.0	3.6	5.3	-14.0	-2.2	4.4	-14.1	-2.2	4.4	-14.1	-2.2
	.8	2.6	-14.0	3.9	5.5	-15.0	-2.3	4.5	-15.1	-2.3	4.5	-15.1	-2.3
	.9	2.4	-15.0	4.2	5.6	-16.0	-2.4	4.7	-16.1	-2.4	4.7	-16.1	-2.4
	1.0	2.3	-16.0	4.4	5.7	-17.0	-2.5	4.8	-17.1	-2.5	4.8	-17.1	-2.5
20.0	.1	.0	-21.0	-1.1	5.8	-6.2	-2.4	8.5	-6.3	-2.4	8.5	-6.3	-2.4
	.2	.0	-20.0	-7.7	7.1	7.6	-1.6	7.4	-7.7	-1.6	7.4	-7.7	-1.6
	.3	1.4	-20.0	-6.9	7.9	5.6	-1.7	7.0	-6.9	-1.7	7.0	-6.9	-1.7
	.4	2.3	-21.0	-6.8	8.3	2.8	-1.8	7.0	-6.8	-1.8	7.0	-6.8	-1.8
	.5	2.4	-22.0	-7.0	8.6	2.7	-2.0	7.1	-7.0	-2.0	7.1	-7.0	-2.0
	.6	2.6	-20.0	-5.8	7.7	2.9	-2.1	7.5	-5.8	-2.1	7.5	-5.8	-2.1
	.7	2.6	-20.0	-6.2	8.0	1.4	-2.2	7.6	-6.2	-2.2	7.6	-6.2	-2.2
	.8	2.6	-21.0	-6.6	8.2	2.0	-2.3	7.9	-6.6	-2.3	7.9	-6.6	-2.3
	.9	2.5	-22.0	-7.0	8.4	.9	-2.3	8.1	-7.0	-2.3	8.1	-7.0	-2.3
	1.0	2.4	-23.0	-7.3	8.5	1.3	-2.4	8.3	-7.3	-2.4	8.3	-7.3	-2.4
25.0	.1	.0	-30.0	-2.0	6.5	18.2	-2.4	15.1	-2.4	-2.4	15.1	-2.4	-2.4
	.2	.0	-25.0	-12.0	7.2	15.9	-2.2	12.4	-12.0	-2.2	12.4	-12.0	-2.2
	.3	.0	-26.0	-10.0	8.6	9.7	-2.3	10.6	-10.0	-2.3	10.6	-10.0	-2.3
	.4	.0	-22.0	-7.3	7.6	12.7	-2.5	11.3	-7.3	-2.5	11.3	-7.3	-2.5
	.5	.0	-23.0	-7.6	8.6	6.3	-2.6	10.8	-7.6	-2.6	10.8	-7.6	-2.6
	.6	1.9	-25.0	-8.1	9.3	8.1	-2.7	11.0	-8.1	-2.7	11.0	-8.1	-2.7
	.7	2.2	-26.0	-8.6	9.8	4.7	-2.8	11.0	-8.6	-2.8	11.0	-8.6	-2.8
	.8	2.3	-27.0	-9.2	10.2	5.8	-2.9	11.3	-9.2	-2.9	11.3	-9.2	-2.9
	.9	2.3	-25.0	-8.0	9.3	3.9	-2.6	9.8	-8.0	-2.6	9.8	-8.0	-2.6
	1.0	2.3	-26.0	-8.6	9.7	5.0	-2.7	10.3	-8.6	-2.7	10.3	-8.6	-2.7
Total		5.9	-30.0	-5.0	7.4	18.2	-2.9	7.2	-5.0	-2.9	7.2	-5.0	-2.9

TABLA XXXIV: Comparación Método Columna Modelo - CP 110-72. Sección tipo.1

σ_1/σ_2		1					0					-1				
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %		Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %		Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	
10.0	.1	9.6	-4.6	1.5	5.1		0	-2.9	-4	1.0		0	-3.2	-4	1.1	
	.2	6.5	-4.6	.4	3.8		0	-3.8	-4.4	1.2		0	-4.1	-5	1.3	
	.3	4.2	-4.7	-3	3.1		0	-4.6	-5	1.4		0	-4.9	-5	1.5	
	.4	3.8	-5.0	-7	2.7		0	-5.0	-6	0		0	-5.5	-5	1.6	
	.5	3.1	-5.3	-1.0	2.6		0	-5.9	-1	2		0	-5.9	-1	2	
	.6	2.6	-5.8	-1.2	2.5		0	-1.7	-1	5		0	-1.7	-1	5	
	.7	2.2	-4.7	-1.0	2.1		0	-2.5	-2	7		0	-2.5	-2	7	
	.8	1.9	-4.9	-1.1	2.1		0	-3.1	-2	8		0	-3.1	-2	8	
	.9	1.7	-5.3	-1.3	2.1		0	-3.7	-2	9		0	-3.7	-2	9	
	1.0	1.5	-5.6	-1.4	2.1		0	-4.1	-3	1.0		0	-4.1	-3	1.0	
15.0	.1	14.5	-13.	-2.2	9.2		1.7	-8.3	-1.0	3.2		0	-11.	-2.0	3.8	
	.2	10.5	-11.	-5	7.3		1.8	-9.4	-1.4	3.4		0	-12.	-2.1	4.0	
	.3	7.6	-11.	-1.3	6.3		1.6	-11.	-1.6	3.6		0	-12.	-2.2	4.2	
	.4	5.8	-11.	-2.0	5.7		1.5	-12.	-1.8	3.8		0	-13.	-2.3	4.4	
	.5	5.6	-12.	-2.4	5.5		1.1	-13.	-2.0	4.0		0	-14.	-2.5	4.6	
	.6	4.4	-12.	-2.8	5.3		1.3	-13.	-2.1	4.3		0	-14.	-2.5	4.8	
	.7	3.7	-13.	-3.1	5.3		1	-9.7	-1.3	2.9		0	-15.	-2.7	4.9	
	.8	3.1	-11.	-2.5	4.5		0.9	-11.	-1.4	3.2		0	-15.	-2.8	5.0	
	.9	2.7	-12.	-2.8	4.6		1.0	-11.	-1.5	3.4		0	-16.	-2.8	5.1	
	1.0	2.3	-12.	-3.0	4.6		1.1	-12.	-1.7	3.4		0	-16.	-2.9	5.2	
20.0	.1	4.7	-23.	-8.7	10.9		12.8	-18.	-5	11.1		3.1	-26.	-8.4	11.1	
	.2	15.7	-22.	-5.6	11.9		11.7	-18.	-1.7	9.2		1	-21.	-5.9	8.1	
	.3	13.4	-18.	-3.3	10.0		7.1	-19.	-2.9	8.5		0	-22.	-5.8	8.3	
	.4	10.4	-19.	-4.0	9.5		7.6	-20.	-3.9	8.3		0	-22.	-6.1	8.3	
	.5	8.9	-20.	-4.6	9.3		5.1	-21.	-4.2	8.5		0	-23.	-6.2	8.4	
	.6	7.1	-21.	-5.4	9.0		5.7	-18.	-4.9	8.8		0	-24.	-6.5	8.4	
	.7	5.8	-18.	-4.4	7.8		4.9	-19.	-3.3	7.1		0	-25.	-6.6	9.0	
	.8	4.9	-19.	-4.9	7.9		4.9	-20.	-3.7	7.3		0	-25.	-6.8	9.2	
	.9	4.2	-20.	-5.4	8.0		4.5	-21.	-4.0	7.7		0	-26.	-7.0	9.4	
	1.0	3.7	-21.	-5.8	8.2		4.5	-22.	-4.4	7.9		0	-27.	-7.2	9.6	
25.0	.1	0	-34.	-18.	12.7		19.1	-29.	-3.6	19.6		7.5	-36.	-17.	17.3	
	.2	11.4	-28.	-10.	13.5		14.8	-26.	-2.3	14.6		4.6	-28.	-10.	12.2	
	.3	15.5	-22.	-5.0	12.0		17.4	-27.	-2.9	14.5		1.4	-28.	-9.5	11.3	
	.4	16.0	-24.	-5.6	12.3		12.1	-21.	-2.0	10.2		1.8	-29.	-9.5	11.6	
	.5	12.9	-26.	-6.7	11.9		16.2	-23.	-3.0	11.6		2	-26.	-7.7	9.8	
	.6	10.0	-22.	-5.3	10.1		11.0	-25.	-4.3	11.3		1.4	-27.	-8.1	10.5	
	.7	8.1	-24.	-6.3	10.3		11.4	-27.	-5.3	11.5		0	-28.	-8.8	10.7	
	.8	6.7	-25.	-7.1	10.5		11.0	-23.	-3.9	9.9		0	-29.	-9.2	11.1	
	.9	5.7	-23.	-6.0	9.4		8.1	-25.	-4.6	10.3		0	-30.	-9.6	11.4	
	1.0	4.9	-24.	-6.8	9.7		10.9	-26.	-5.1	10.9		0	-28.	-8.3	10.4	
Total		16.0	-34.	-3.6	8.0		19.1	-29.	-2.1	7.2		7.5	-36.	-4.4	8.2	

TABLA XXXV: Comparación Método Columna Modelo - CP 110-72. Sección tipo 2.

$\frac{1}{0_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error radio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error radio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error radio %	Desv. tip %
10.0	.1	11.5	-4.7	2.0	5.5	.0	-3.2	-4.4	1.0	.0	-3.4	-4.4	1.1
	.2	7.8	-4.7	.9	4.3	.0	-4.2	-5.5	1.3	.0	-4.5	-5.5	1.4
	.3	5.0	-5.0	-.2	3.5	.0	-.0	-.0	.0	.0	-5.4	-5.5	1.6
	.4	4.0	-5.4	-.3	3.2	.0	-.4	-.0	.1	.0	-.4	-.0	.1
	.5	3.3	-5.9	-.7	3.0	.0	-1.5	-.1	.8	.0	-1.5	-.1	.8
	.6	2.7	-4.7	-.5	2.5	.0	-2.5	-.2	.7	.0	-2.5	-.2	.7
	.7	2.3	-5.1	-.8	2.4	.0	-3.3	-.3	.9	.0	-3.3	-.3	.9
	.8	2.0	-5.4	-1.0	2.4	.0	-4.0	-.3	1.0	.0	-4.0	-.3	1.0
	.9	1.7	-5.8	-1.1	2.4	.0	-4.5	-.3	1.1	.0	-4.5	-.3	1.1
	1.0	1.5	-6.2	-1.3	2.4	.0	-5.0	-.4	1.2	.0	-5.1	-.4	1.2
15.0	.1	13.3	-13.3	-2.1	9.0	2.1	-8.6	-1.0	3.3	.0	-11.3	-2.1	3.9
	.2	11.4	-11.4	-.1	7.6	2.1	-9.8	-1.4	3.5	.0	-12.3	-2.2	4.2
	.3	9.0	-11.3	-.6	6.8	.9	-11.3	-1.7	3.8	.0	-13.3	-2.3	4.5
	.4	6.7	-12.3	-1.3	6.3	1.0	-12.3	-2.0	4.0	.0	-14.3	-2.6	4.7
	.5	5.4	-12.3	-1.8	6.1	1.5	-13.3	-2.1	4.3	.0	-15.3	-2.7	4.9
	.6	4.8	-13.3	-2.2	6.0	.5	-9.8	-1.3	2.9	.0	-15.3	-2.8	5.1
	.7	4.4	-11.3	-1.5	5.2	.8	-10.3	-1.5	3.2	.0	-16.3	-3.0	5.2
	.8	4.1	-12.3	-1.9	5.3	1.4	-11.3	-1.6	3.5	.0	-17.3	-3.1	5.4
	.9	3.7	-12.3	-2.2	5.3	.3	-12.3	-1.8	3.7	.0	-17.3	-3.2	5.6
	1.0	3.4	-13.3	-2.5	5.3	.8	-13.3	-1.9	4.0	.0	-18.3	-2.3	4.5
20.0	.1	9.6	-23.3	-8.6	11.2	16.7	-18.3	-1.1	12.0	2.2	-26.3	-8.7	11.2
	.2	12.5	-18.3	-2.6	10.2	12.4	-19.3	-1.3	9.8	.6	-22.3	-6.1	8.4
	.3	11.4	-18.3	-2.6	10.0	10.2	-20.3	-2.5	9.2	.5	-22.3	-6.0	8.5
	.4	9.8	-19.3	-3.1	9.8	10.3	-21.3	-3.4	9.1	.0	-23.3	-6.4	8.6
	.5	8.0	-20.3	-3.8	9.6	7.0	-17.3	-2.1	7.0	.0	-24.3	-6.5	8.8
	.6	6.5	-17.3	-2.6	8.2	8.5	-18.3	-2.5	7.5	.0	-24.3	-6.8	9.0
	.7	5.6	-19.3	-3.2	8.4	5.8	-19.3	-3.2	7.5	.0	-25.3	-7.0	9.3
	.8	5.4	-19.3	-3.7	8.6	7.4	-21.3	-4.5	7.9	.0	-27.3	-5.7	8.1
	.9	5.1	-20.3	-4.2	8.7	5.3	-22.3	-4.0	8.0	.0	-27.3	-5.9	8.4
	1.0	4.9	-18.3	-3.3	7.8	6.9	-18.3	-2.8	6.9	.0	-24.3	-6.2	8.6
25.0	.1	1.3	-34.3	-19.3	13.2	18.4	-30.3	-4.0	19.6	6.3	-34.3	-13.3	16.6
	.2	10.8	-23.3	-6.3	12.0	19.3	-26.3	-1.8	16.3	4.1	-29.3	-10.3	12.6
	.3	12.0	-23.3	-4.7	11.8	19.8	-27.3	-2.7	15.4	3.1	-29.3	-9.6	11.8
	.4	11.5	-24.3	-4.9	12.0	13.2	-22.3	-1.0	11.9	1.7	-30.3	-9.7	11.8
	.5	10.3	-20.3	-2.8	10.2	17.1	-24.3	-2.8	12.3	1.3	-26.3	-7.7	10.0
	.6	9.0	-22.3	-3.9	10.6	18.3	-26.3	-3.3	13.0	.8	-27.3	-8.2	10.5
	.7	7.6	-24.3	-4.9	10.9	12.3	-22.3	-2.0	10.6	1.7	-28.3	-8.8	10.9
	.8	6.7	-21.3	-3.6	9.6	15.7	-24.3	-3.1	11.1	.0	-26.3	-7.4	9.6
	.9	6.1	-23.3	-4.5	10.1	14.0	-25.3	-3.9	11.5	1.7	-27.3	-7.8	10.1
	1.0	5.7	-20.3	-3.3	9.1	12.0	-22.3	-2.6	10.1	.0	-28.3	-8.5	10.4
Total		13.3	-34.3	-2.5	7.9	19.8	-30.3	-1.7	7.5	6.3	-34.3	-8.2	7.9

TABLA XXXVI: Comparación Método Columna Modelo : CP 110-72. Sección tipo.3-

$\frac{l}{a_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	.0	-11.	-7.1	2.6	.0	-6.6	-1.4	2.4	.0	-.6	-.1	.2
	.2	.0	-7.6	-5.6	2.6	.0	-7.0	-1.4	2.4	.0	-1.6	-.2	.5
	.3	.0	-7.0	-5.1	2.5	.0	-7.3	-1.4	2.5	.0	-2.0	-.2	.7
	.4	.7	-7.0	-4.9	2.6	.0	-7.6	-1.4	2.5	.0	-3.0	-.3	.9
	.5	.8	-7.2	-4.8	2.6	.0	-5.6	-.9	1.8	.0	-.0	.0	.0
	.6	1.6	-7.6	-4.7	2.8	.0	-5.9	-.9	1.8	.0	-.0	.0	.0
	.7	2.0	-7.9	-4.7	3.0	.0	-6.2	-1.0	1.9	.0	-.0	.0	.0
	.8	3.7	-8.1	-4.6	3.2	.0	-6.5	-1.0	2.0	.0	-.5	-.0	.1
	.9	3.4	-7.7	-4.4	3.1	.0	-6.7	-1.1	2.1	.0	-1.1	-.1	.3
	1.0	3.1	-7.9	-4.5	3.0	.0	-6.9	-1.1	2.1	.0	-1.7	-.1	.4
15.0	.1	.0	-24.	-17.	3.6	.4	-17.	-11.	7.1	.0	-12.	-2.3	4.3
	.2	.0	-17.	-13.	3.2	.0	-16.	-9.1	6.6	.0	-13.	-2.3	4.4
	.3	.0	-14.	-11.	3.7	.0	-15.	-7.1	6.6	.0	-14.	-2.4	4.5
	.4	.0	-14.	-10.	4.1	.0	-16.	-6.9	6.5	.0	-9.1	-1.3	2.9
	.5	.0	-14.	-9.9	4.4	.0	-16.	-6.8	6.5	.0	-10.	-1.4	3.1
	.6	.7	-15.	-9.7	4.9	.0	-16.	-6.7	6.5	.0	-11.	-1.5	3.3
	.7	3.7	-15.	-9.4	5.6	.0	-17.	-6.7	6.6	.0	-11.	-1.6	3.5
	.8	6.1	-16.	-9.3	6.1	.0	-17.	-6.7	6.6	.0	-12.	-1.7	3.6
	.9	6.1	-16.	-9.4	6.1	.0	-17.	-6.7	6.6	.0	-13.	-1.8	3.8
	1.0	5.5	-16.	-9.5	6.1	.0	-17.	-6.7	6.7	.0	-13.	-1.9	3.9
20.0	.1	.0	-24.	-24.	3.6	.0	-33.	-22.	10.0	2.2	-15.	-3.8	6.4
	.2	.0	-22.	-17.	3.2	.4	-23.	-15.	8.2	.6	-16.	-4.1	6.0
	.3	.0	-18.	-15.	3.9	.2	-20.	-13.	8.1	.0	-17.	-4.2	6.2
	.4	.0	-18.	-14.	4.7	.0	-20.	-12.	8.4	.0	-18.	-4.4	6.4
	.5	.0	-19.	-13.	5.4	.0	-20.	-11.	8.6	.0	-19.	-4.5	6.6
	.6	.0	-19.	-12.	5.9	.0	-20.	-11.	8.9	.0	-19.	-4.6	6.8
	.7	4.1	-19.	-12.	7.1	.0	-21.	-11.	9.0	.0	-20.	-4.8	7.0
	.8	8.0	-20.	-12.	8.0	.0	-21.	-11.	9.1	.0	-21.	-4.8	7.2
	.9	8.0	-20.	-12.	8.3	.0	-22.	-11.	9.2	.0	-21.	-5.0	7.3
	1.0	8.5	-21.	-12.	8.2	.0	-22.	-11.	9.3	.0	-22.	-5.0	7.5
25.0	.1	.0	-32.	-25.	4.8	.0	-38.	-27.	6.8	6.9	-14.	-3.2	8.0
	.2	.0	-23.	-17.	3.4	2.1	-27.	-16.	8.9	4.1	-14.	-3.5	6.7
	.3	.0	-18.	-15.	3.1	.0	-23.	-15.	7.6	3.3	-13.	-2.8	5.6
	.4	.0	-17.	-13.	3.8	.4	-19.	-13.	7.7	3.0	-14.	-3.5	5.8
	.5	.0	-18.	-12.	4.7	.3	-20.	-13.	7.7	.6	-15.	-4.1	5.9
	.6	.0	-19.	-12.	5.4	.1	-20.	-13.	8.2	1.6	-16.	-4.4	6.4
	.7	3.7	-19.	-12.	7.1	.0	-21.	-13.	8.6	.0	-17.	-4.9	6.6
	.8	9.3	-20.	-11.	8.5	.0	-21.	-13.	8.9	.8	-18.	-5.2	7.0
	.9	12.3	-20.	-11.	9.3	.0	-21.	-12.	9.2	.0	-19.	-5.5	7.3
	1.0	11.2	-20.	-11.	9.1	.0	-22.	-13.	9.4	.4	-20.	-5.7	7.6
Total		12.3	-20.	-11.	8.9	2.1	-38.	-28.	8.8	6.9	-22.	-2.6	5.4

TABLA XXXVII: Comparación Método Columna Modelo - DIN 1045-72
Sección tipo. 1.

$\frac{l}{d} \sqrt{\frac{f_c}{f_y}}$		1					0					-1				
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Disv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Disv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Disv. tip %
10.0	1	0	-7.0	-6.1	5.4	0	-6.4	-1.5	2.4	0	-7	-1	0	-7	-1	2
	2	1.6	-4.3	-5.2	3.5	0	-6.7	-1.5	2.5	0	-1.7	-2	0	-1.7	-2	5
	3	1.0	-7.3	-5.0	3.0	0	-7.1	-1.5	2.5	0	-2.5	-3	0	-2.5	-3	8
	4	0	-7.2	-4.9	2.7	0	-7.2	-1.0	1.0	0	-3.2	-3	0	-3.2	-3	9
	5	7	-7.2	-4.8	2.6	0	-5.9	-1.0	1.9	0	-0	-0	0	-0	-0	0
	6	6	-7.2	-4.9	2.5	0	-6.3	-1.1	2.0	0	-0	-0	0	-0	-0	0
	7	1.4	-7.2	-4.7	2.7	0	-6.6	-1.1	2.1	0	-0	-0	0	-0	-0	0
	8	2.1	-7.2	-4.6	2.8	0	-6.0	-1.2	2.2	0	-6	-0	0	-6	-0	2
	9	2.7	-7.2	-4.6	2.9	0	-7.0	-1.2	2.2	0	-1.2	-1	0	-1.2	-1	3
	10	2.6	-7.2	-4.6	2.8	0	-7.2	-1.2	2.3	0	-1.7	-1	0	-1.7	-1	4
15.0	1	0	-2.3	-1.5	5.5	0	-18.	-12.	7.5	0	-7.2	-1.0	0	-7.2	-1.0	2.5
	2	1	-17.	-12.	6.3	0	-17.	-9.5	6.6	0	-7.9	-1.2	0	-7.9	-1.2	2.6
	3	1.2	-15.	-10.	5.6	0	-15.	-8.4	6.5	0	-8.7	-1.4	0	-8.7	-1.4	2.8
	4	0	-14.	-10.	5.0	0	-15.	-7.8	6.6	0	-9.5	-1.5	0	-9.5	-1.5	3.1
	5	1.8	-14.	-9.7	4.9	0	-15.	-7.7	6.5	0	-10.	-1.6	0	-10.	-1.6	3.3
	6	1.2	-14.	-9.6	4.6	0	-15.	-7.5	6.5	0	-11.	-1.7	0	-11.	-1.7	3.4
	7	2.5	-13.	-9.0	4.8	0	-15.	-6.9	6.4	0	-11.	-1.8	0	-11.	-1.8	3.6
	8	4.2	-13.	-9.0	5.1	0	-15.	-6.9	6.4	0	-12.	-1.8	0	-12.	-1.8	3.7
	9	5.6	-13.	-8.8	5.5	0	-15.	-6.9	6.4	0	-12.	-2.0	0	-12.	-2.0	3.8
	10	5.0	-13.	-8.8	5.3	0	-15.	-6.9	6.4	0	-13.	-2.0	0	-13.	-2.0	3.9
20.0	1	0	-25.	-21.	4.7	0	-30.	-22.	9.3	3.0	-15.	-3.6	7.3	-15.	-3.6	7.3
	2	3.1	-21.	-15.	7.0	8	-24.	-16.	8.9	1.0	-13.	-2.8	5.1	-13.	-2.8	5.1
	3	4.7	-18.	-13.	8.0	8	-22.	-14.	8.6	0	-14.	-3.2	5.0	-14.	-3.2	5.0
	4	4.4	-18.	-12.	7.3	0	-20.	-13.	7.9	7	-14.	-3.3	5.2	-14.	-3.3	5.2
	5	4.0	-18.	-12.	7.0	0	-20.	-13.	7.9	0	-15.	-3.5	5.4	-15.	-3.5	5.4
	6	3.0	-17.	-12.	6.4	0	-19.	-11.	8.1	0	-16.	-3.7	5.6	-16.	-3.7	5.6
	7	3.2	-17.	-11.	6.4	0	-19.	-11.	8.1	0	-17.	-4.1	6.1	-17.	-4.1	6.1
	8	6.0	-17.	-11.	6.0	0	-19.	-11.	8.3	0	-17.	-4.1	6.1	-17.	-4.1	6.1
	9	8.3	-18.	-11.	7.3	0	-19.	-11.	8.3	0	-18.	-4.2	6.3	-18.	-4.2	6.3
	10	10.1	-18.	-11.	7.6	0	-19.	-11.	8.4	0	-19.	-4.4	6.4	-19.	-4.4	6.4
25.0	1	0	-29.	-25.	5.3	0	-31.	-26.	6.1	12.2	-15.	-3.7	9.9	-15.	-3.7	9.9
	2	1	-17.	-13.	6.1	4.5	-22.	-15.	9.0	4.6	-12.	-1.9	6.2	-12.	-1.9	6.2
	3	7.0	-18.	-10.	8.2	6	-21.	-14.	6.0	6.6	-13.	-2.3	6.2	-13.	-2.3	6.2
	4	9.3	-16.	-9.7	9.4	0	-19.	-13.	7.3	1.8	-13.	-3.0	5.5	-13.	-3.0	5.5
	5	7.9	-16.	-10.	7.7	1.2	-18.	-12.	7.4	4.5	-12.	-3.5	5.1	-12.	-3.5	5.1
	6	5.0	-16.	-9.6	6.9	2	-18.	-12.	6.9	2.6	-13.	-3.0	5.2	-13.	-3.0	5.2
	7	4.5	-16.	-10.	6.5	0	-18.	-12.	6.9	2.9	-13.	-3.5	5.5	-13.	-3.5	5.5
	8	7.1	-16.	-9.9	7.1	0	-18.	-11.	7.3	2.5	-10.	-3.8	5.7	-10.	-3.8	5.7
	9	10.5	-17.	-9.2	7.0	0	-18.	-11.	7.4	1.9	-15.	-4.2	5.9	-15.	-4.2	5.9
	10	13.5	-17.	-9.2	8.5	0	-18.	-11.	7.4	2.4	-14.	-3.5	5.5	-14.	-3.5	5.5
Total		15.5	-27.	-9.2	9.7	4.5	-31.	-8.2	8.3	12.2	-19.	-2.1	4.7	-19.	-2.1	4.7

TABLA XXXVIII: Comparación Método Columna Modelo - DIN 1045-72
Sección tipo 2.

λ/ω		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	2.4	-7.5	-5.1	4.8	.0	-6.6	-1.6	2.4	.0	-7.9	-.1	.3
	.2	3.2	-7.5	-4.8	3.6	.0	-7.0	-1.6	2.6	.0	-7.1	-.2	.7
	.3	1.9	-7.2	-4.7	3.1	.0	-5.6	-1.0	1.9	.0	-3.0	-.3	.9
	.4	1.5	-7.2	-4.6	2.9	.0	-6.0	-1.1	2.0	.0	-7.0	.0	.0
	.5	1.0	-7.1	-4.7	2.7	.0	-6.3	-1.1	2.1	.0	-7.0	.0	.0
	.6	.6	-7.1	-4.5	2.7	.0	-6.7	-1.2	2.2	.0	-7.0	.0	.0
	.7	1.0	-7.1	-4.5	2.7	.0	-7.0	-1.3	2.3	.0	-7.7	-.1	.2
	.8	1.0	-7.1	-4.5	2.8	.0	-7.3	-1.3	2.3	.0	-7.4	-.1	.4
	.9	2.3	-7.1	-4.5	2.8	.0	-7.6	-1.3	2.4	.0	-7.1	-.1	.5
	1.0	2.7	-7.1	-4.5	2.9	.0	-7.8	-1.4	2.5	.0	-7.7	-.2	.6
15.0	.1	.0	-22.	-14.	5.2	.1	-19.	-12.	7.2	.0	-7.5	-1.1	2.6
	.2	1.6	-15.	-11.	5.9	.0	-17.	-9.7	6.6	.0	-8.9	-1.3	2.8
	.3	2.0	-15.	-10.	5.5	.0	-16.	-8.6	6.6	.0	-9.3	-1.5	3.1
	.4	1.6	-14.	-9.6	5.1	.0	-16.	-8.1	6.6	.0	-10.	-1.6	3.4
	.5	1.4	-14.	-9.3	4.9	.0	-15.	-7.9	6.6	.0	-11.	-1.8	3.5
	.6	.8	-14.	-9.2	4.8	.0	-15.	-7.2	6.5	.0	-12.	-1.9	3.7
	.7	1.2	-13.	-8.7	4.9	.0	-15.	-7.2	6.5	.0	-12.	-2.0	3.9
	.8	3.3	-13.	-8.6	5.3	.0	-15.	-7.2	6.5	.0	-13.	-2.1	4.1
	.9	4.9	-13.	-8.5	5.5	.0	-15.	-7.2	6.5	.0	-14.	-2.2	4.3
	1.0	6.2	-13.	-8.5	5.7	.0	-15.	-7.2	6.5	.0	-11.	-1.5	3.3
20.0	.1	.0	-21.	-21.	4.2	.0	-30.	-22.	9.5	4.5	-15.	-3.6	7.4
	.2	.3	-20.	-19.	7.0	1.2	-22.	-16.	8.2	.7	-13.	-2.9	5.1
	.3	2.7	-18.	-12.	6.9	.0	-20.	-14.	7.9	.9	-13.	-3.2	5.1
	.4	3.2	-17.	-11.	6.6	.0	-19.	-13.	7.5	1.0	-14.	-3.3	5.4
	.5	2.7	-17.	-11.	6.2	.0	-19.	-12.	7.6	.0	-15.	-3.7	5.4
	.6	2.0	-16.	-9.0	6.0	.0	-18.	-11.	7.7	.6	-16.	-3.8	5.7
	.7	1.7	-15.	-9.8	5.9	.0	-18.	-11.	7.6	.0	-17.	-4.1	5.9
	.8	3.3	-14.	-9.7	6.4	.0	-18.	-11.	7.6	.0	-18.	-3.2	5.1
	.9	6.9	-17.	-9.5	6.9	.0	-18.	-11.	7.8	.0	-15.	-3.4	5.3
	1.0	9.2	-15.	-8.2	7.3	.0	-18.	-10.	7.7	.0	-16.	-3.6	5.6
25.0	.1	.0	-25.	-22.	3.4	.0	-31.	-26.	5.8	12.2	-14.	-.7	9.8
	.2	.0	-16.	-12.	5.8	3.4	-10.	-15.	8.2	6.7	-12.	-1.1	6.8
	.3	3.7	-15.	-9.0	5.4	1.8	-19.	-13.	6.4	6.5	-12.	-1.9	6.1
	.4	5.1	-15.	-8.2	6.3	.0	-16.	-11.	5.9	6.0	-12.	-2.4	5.9
	.5	5.1	-14.	-7.5	6.2	.1	-16.	-11.	6.3	4.8	-11.	-2.0	4.8
	.6	0.2	-13.	-7.6	5.9	.0	-16.	-10.	6.0	5.5	-12.	-2.3	5.1
	.7	3.7	-14.	-7.9	5.7	.0	-16.	-10.	6.1	3.0	-12.	-2.9	5.1
	.8	4.6	-14.	-7.3	5.8	.0	-16.	-10.	6.1	4.8	-11.	-2.2	4.7
	.9	8.6	-13.	-7.2	6.7	.0	-16.	-9.9	6.3	2.3	-12.	-2.6	4.7
	1.0	12.1	-13.	-6.4	7.5	.0	-16.	-9.5	6.3	3.7	-13.	-3.0	5.0
Total		12.1	-25.	-8.3	6.3	3.4	-31.	-7.9	7.9	12.2	-17.	-1.8	4.4

TABLA XXXIX: Comparación Método Columna Modelo - DIN 1045-72
Sección tipo 3.

e/c		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	15.6	.0	8.4	4.6	.0	-.0	.0	.1	.0	-.0	-.0	.0
	.2	8.8	.0	4.4	2.3	.3	-.0	.0	.1	.0	-.0	-.0	.0
	.3	5.5	.0	2.3	1.6	.1	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.4	3.6	-.2	.9	1.4	.1	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.5	2.6	-1.3	-.1	1.3	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.6	2.0	-2.2	-1.0	1.3	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.7	1.5	-2.9	-1.8	1.3	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.8	1.1	-3.6	-2.5	1.4	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.9	.8	-4.4	-3.2	1.5	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	1.0	.5	-5.1	-3.8	1.6	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
15.0	.1	21.8	.0	12.8	6.2	6.6	-.0	1.5	2.2	3.4	-.0	.5	1.1
	.2	11.2	.0	6.1	3.1	4.3	-.0	.9	1.5	2.3	-.0	.4	.8
	.3	6.7	-.2	2.4	2.4	1.7	-.0	.4	.7	1.4	-.0	.2	.5
	.4	4.4	-2.6	-.3	2.4	.2	-.7	-.1	.3	.7	-.0	.1	.2
	.5	3.0	-5.0	-2.6	2.5	.0	-2.8	-.7	1.1	.5	-.0	.0	.1
	.6	2.0	-7.1	-4.5	2.7	.0	-4.5	-1.4	1.9	.0	-.1	-.0	.0
	.7	1.2	-8.1	-6.3	3.0	.0	-6.5	-2.2	2.8	.0	-1.9	-.2	.5
	.8	.6	-11.	-7.8	3.4	.0	-8.3	-3.0	3.6	.0	-3.7	-.5	1.1
	.9	.1	-13.	-9.3	3.7	.0	-10.	-3.9	4.4	.0	-5.5	-.9	1.8
	1.0	.0	-15.	-11.	4.1	.0	-12.	-4.9	5.2	.0	-7.4	-1.5	2.6
20.0	.1	28.0	.0	16.9	9.5	13.0	-.0	6.4	3.2	8.7	.0	3.1	2.8
	.2	12.2	-1.4	5.6	5.2	7.6	-1.4	1.6	2.7	2.6	-.0	.8	1.0
	.3	6.6	-6.7	-.6	4.8	1.8	-6.7	-1.9	3.0	.5	-4.2	-1.0	1.7
	.4	3.8	-11.	-5.1	5.0	.0	-11.	-4.5	4.7	.0	-9.5	-2.7	3.8
	.5	2.0	-15.	-8.8	5.6	.0	-15.	-6.9	6.5	.0	-15.	-4.6	5.8
	.6	.8	-19.	-11.	6.2	.0	-19.	-9.1	8.1	.0	-20.	-6.5	7.7
	.7	21.7	-21.	-6.2	13.8	8.6	-22.	-6.0	10.2	3.3	-17.	-2.6	6.2
	.8	20.2	-25.	-9.1	14.1	7.8	-26.	-8.0	11.4	2.6	-22.	-4.2	7.8
	.9	18.9	-28.	-12.	14.4	7.1	-29.	-10.	12.5	2.0	-26.	-5.8	9.4
	1.0	15.4	-32.	-18.	12.5	6.5	-32.	-12.	13.6	1.8	-26.	-5.6	9.5
25.0	.1	35.8	.0	20.3	13.9	28.4	.0	13.3	10.2	11.0	.6	5.4	4.2
	.2	48.9	-3.9	14.5	16.5	35.3	-3.9	9.2	12.4	30.7	-8.7	4.2	11.7
	.3	42.5	-14.	3.9	16.9	30.8	-14.	1.4	13.1	18.2	-14.	.5	8.9
	.4	2.4	-21.	-9.3	7.7	28.4	-21.	-3.8	14.3	17.7	-21.	-3.2	11.0
	.5	.1	-28.	-14.	8.7	.3	-30.	-14.	11.2	.0	-30.	-12.	12.0
	.6	.0	-33.	-19.	9.7	.1	-35.	-18.	13.0	.0	-35.	-15.	14.0
	.7	44.5	-20.	13.2	27.0	23.1	-24.	3.2	16.2	15.7	-24.	-1.4	11.0
	.8	42.0	-22.	13.8	26.7	21.6	-30.	.0	18.0	14.9	-25.	-1.3	10.6
	.9	40.3	-27.	6.9	27.9	20.2	-31.	-1.4	17.3	14.1	-31.	-3.6	13.0
	1.0	38.6	-29.	8.2	27.9	19.3	-36.	-4.2	19.1	13.3	-31.	-3.3	12.6
Total		48.9	-33.	-2.0	14.4	35.3	-36.	-2.6	10.1	30.7	-35.	-1.7	7.3

TABLA XXXX: Comparación Método Columna Modelo - Aci 318- 78

Sección-tipo-1.

$\frac{1}{\phi/2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	18.8	.0	10.1	5.4	.9	-.0	.1	.3	.0	-.0	-.0	.0
	.2	10.7	.0	6.0	2.4	.9	-.0	.1	.3	.0	-.0	-.0	.0
	.3	7.0	.0	3.8	1.4	.9	-.0	.1	.3	.0	-.0	-.0	.0
	.4	4.7	.0	2.3	1.1	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.5	3.1	.0	1.2	1.1	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.6	2.1	-1.0	.3	1.1	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.7	1.2	-1.8	-.6	1.1	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.8	.7	-2.5	-1.3	1.2	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.9	.4	-3.3	-2.0	1.3	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	1.0	.1	-4.0	-2.6	1.4	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
15.0	.1	37.9	.0	17.2	10.6	8.4	.0	2.2	2.8	1.3	-.0	.2	.5
	.2	18.7	.0	10.6	5.3	7.0	-.0	1.6	2.4	2.4	-.0	.3	.8
	.3	11.8	.0	6.1	3.3	5.1	-.0	1.3	1.9	2.6	-.0	.3	.8
	.4	7.2	.0	2.9	2.4	3.2	-.0	.8	1.2	2.8	-.0	.3	.8
	.5	5.8	-1.8	.6	2.3	1.3	-.4	.2	.5	2.7	-.0	.3	.8
	.6	3.9	-3.6	-1.4	2.3	.0	-2.0	-.5	.7	1.7	-.0	.3	.6
	.7	2.6	-5.6	-3.2	2.4	.0	-4.1	-1.2	1.7	.7	-.0	.0	.2
	.8	1.6	-7.5	-4.8	2.6	.0	-6.1	-2.0	2.5	.0	-1.8	-.3	.5
	.9	.9	-9.2	-6.4	2.9	.0	-7.9	-2.9	3.4	.0	-3.6	-.7	1.3
	1.0	.3	-11.	-7.9	3.2	.0	-9.8	-3.9	4.3	.0	-5.8	-1.3	2.2
20.0	.1	48.5	.0	23.1	15.0	14.7	.0	9.5	3.9	11.7	-.0	4.6	3.5
	.2	31.1	.0	12.3	9.9	11.3	.0	4.0	3.3	4.4	-.0	1.6	1.8
	.3	19.9	-3.2	6.2	7.7	7.1	-3.2	.7	3.0	2.8	-1.1	.3	1.0
	.4	12.8	-7.0	.8	6.7	.7	-7.0	-2.5	3.2	.7	-5.6	-1.2	2.2
	.5	9.0	-11.	-3.4	6.6	.0	-11.	-4.9	4.8	.0	-10.	-2.8	4.0
	.6	5.9	-15.	-7.0	6.7	.0	-15.	-6.5	6.2	.0	-15.	-4.6	6.0
	.7	29.3	-18.	-4.5	12.8	16.6	-18.	-2.3	10.6	10.1	-16.	-1.8	7.3
	.8	27.8	-21.	-7.6	13.0	16.1	-21.	-4.4	11.8	9.6	-20.	-3.6	8.8
	.9	26.3	-24.	-10.	13.2	15.5	-24.	-6.5	12.8	9.2	-22.	-3.1	9.2
	1.0	24.9	-28.	-13.	13.5	15.2	-28.	-8.6	13.9	8.8	-26.	-4.8	10.7
25.0	.1	56.5	.0	27.0	20.3	43.4	.0	19.5	13.9	16.1	.0	8.3	5.3
	.2	54.1	-1.3	22.7	17.9	42.4	-1.3	14.5	13.9	29.1	-1.1	7.8	10.1
	.3	25.4	-10.	5.8	11.5	40.6	-10.	6.5	15.1	30.8	-10.	3.9	12.1
	.4	19.4	-18.	-2.0	11.5	2.9	-18.	-5.4	7.0	32.0	-18.	-.2	13.8
	.5	12.7	-24.	-8.4	11.4	1.2	-24.	-9.6	9.0	.2	-24.	-8.2	9.5
	.6	7.8	-27.	-12.	10.7	.2	-30.	-14.	10.9	.0	-30.	-11.	11.8
	.7	61.1	-13.	28.7	31.3	35.6	-20.	8.0	21.1	27.0	-16.	4.0	12.2
	.8	58.8	-18.	21.8	32.3	33.9	-22.	6.4	20.6	28.1	-24.	2.0	14.8
	.9	57.2	-20.	20.9	33.2	33.8	-28.	3.1	22.4	28.1	-24.	2.7	14.9
	1.0	55.7	-22.	22.3	33.1	33.2	-29.	4.5	22.7	24.4	-31.	-1.9	15.9
Total		61.1	-28.	2.3	16.7	43.4	-30.	-.5	10.6	32.0	-31.	-.5	7.5

TABLA XXXXI: Comparación Método Columna Modelo --Aci 318-78

Sección tipo 2.

$\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	21.1	.0	11.0	6.1	.8	-.0	.1	.3	.0	-.0	-.0	.0
	.2	11.5	.0	6.8	2.9	.8	-.0	.1	.3	.0	-.0	.0	.0
	.3	7.2	.0	4.5	1.6	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	.0	.0
	.4	4.9	.0	3.0	1.2	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	.0	.0
	.5	3.4	.0	1.8	1.0	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.6	2.3	-.3	.8	1.0	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.7	1.5	-1.2	-.1	1.0	.0	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.8	1.0	-2.0	-.8	1.1	.0	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	.9	.6	-2.8	-1.5	1.2	.1	-.0	-.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
	1.0	.3	-3.6	-2.1	1.3	.1	-.0	.0	.0	.0	-.0	-.0	.0
15.0	.1	36.2	.0	18.1	10.5	8.5	.0	2.3	2.8	1.3	-.0	.2	.4
	.2	20.3	.0	12.0	5.6	7.2	-.0	1.7	2.5	2.1	-.0	.3	.7
	.3	13.2	.0	7.5	3.5	5.5	-.0	1.4	2.0	2.5	-.0	.3	.9
	.4	8.8	.0	4.4	2.6	3.7	-.0	1.0	1.3	2.4	-.0	.3	.7
	.5	5.9	-1.0	1.9	2.3	2.0	-.2	.3	.7	2.6	-.0	.3	.8
	.6	4.2	-2.9	-.1	2.3	.0	-1.8	-.4	.7	1.6	-.0	.2	.5
	.7	3.0	-4.8	-1.9	2.6	.0	-3.9	-1.1	1.5	.6	-.1	.0	.2
	.8	2.1	-6.7	-3.7	2.8	.0	-5.9	-1.9	2.4	.0	-2.0	-.3	.6
	.9	1.3	-8.5	-5.2	3.1	.0	-7.8	-2.8	3.2	.0	-4.0	-.7	1.4
	1.0	.6	-10.0	-6.7	3.4	.0	-9.5	-3.7	4.1	.0	-5.5	-1.0	1.9
20.0	.1	49.7	.0	24.7	15.6	16.7	.0	10.8	4.0	12.6	-.0	5.0	3.7
	.2	28.3	.0	15.7	9.2	13.5	.0	5.4	3.7	5.2	.0	2.0	2.2
	.3	18.9	-1.5	8.4	7.3	10.1	-1.5	2.1	3.4	3.6	-.0	.7	1.1
	.4	13.2	-5.3	3.1	6.6	3.0	-5.3	-1.1	2.9	1.8	-4.5	-.7	1.9
	.5	9.0	-9.2	-1.2	6.3	.7	-9.2	-3.2	4.0	.0	-8.7	-2.5	3.5
	.6	5.9	-13.0	-3.9	6.3	.0	-13.0	-5.5	5.5	.0	-13.0	-4.3	5.5
	.7	34.3	-14.0	2.6	15.7	18.7	-16.0	-1.4	10.8	12.7	-16.0	-1.4	7.8
	.8	32.4	-18.0	-.8	16.0	18.2	-19.0	-3.5	11.8	10.3	-20.0	-4.4	8.4
	.9	27.8	-23.0	-8.4	13.1	17.9	-23.0	-5.6	12.9	10.4	-21.0	-3.7	9.2
	1.0	.4	-26.0	-14.0	8.3	17.6	-26.0	-9.6	12.5	10.4	-26.0	-5.4	10.8
25.0	.1	60.6	.0	29.0	21.8	47.0	.0	20.5	15.0	20.0	.0	10.0	5.8
	.2	35.1	-.1	18.9	12.8	44.2	-.1	16.8	14.3	32.0	.0	9.4	10.8
	.3	23.5	-8.5	8.3	11.1	43.3	-8.5	8.9	15.5	34.6	-8.5	5.3	12.9
	.4	16.4	-16.0	.4	10.8	4.6	-16.0	-3.0	7.3	36.8	-16.0	1.7	14.8
	.5	11.5	-19.0	-3.4	9.9	1.6	-22.0	-7.7	8.8	1.3	-22.0	-7.3	8.9
	.6	7.6	-25.0	-8.9	10.6	.4	-28.0	-12.0	10.5	.0	-28.0	-11.0	11.1
	.7	69.1	-9.3	33.1	32.8	38.9	-13.0	13.5	20.8	33.4	-16.0	6.6	14.7
	.8	67.1	-12.0	32.1	33.8	38.5	-19.0	9.7	22.6	28.2	-23.0	1.4	15.1
	.9	65.3	-17.0	25.1	34.8	38.5	-21.0	11.1	22.9	29.9	-24.0	2.7	15.7
	1.0	63.8	-10.0	24.6	35.7	37.2	-27.0	5.0	24.0	31.1	-30.0	.4	18.3
Total		69.1	-26.0	11.2	17.3	47.0	-28.0	.4	11.0	36.8	-30.0	-.3	7.9

TABLA XXXXII: Comparación Método Columna Modelo - Aci 318-78
Sección tipo 3.

$\frac{l}{a_1 a_2}$		1				0				-1			
λ	ω	Error máx	Error mín	Error medio	Desv. tip %	Error máx +	Error mín -	Error medio	Desv. tip %	Error máx +	Error mín -	Error medio	Desv. tip %
10.0	.1	1.5	-5.6	-3.1	2.5	.0	-5.3	-.9	1.8	.0	-1.0	-.2	.6
	.2	1.3	-5.7	-3.2	2.5	.0	-5.8	-.9	1.9	.0	-2.6	-.3	.8
	.3	1.4	-5.2	-3.1	2.4	.0	-6.2	-.9	2.0	.0	-3.2	-.3	1.0
	.4	1.4	-5.3	-3.2	2.4	.0	-6.4	-.9	2.0	.0	-3.7	-.3	1.1
	.5	1.1	-5.7	-3.3	2.4	.0	-6.1	-.5	1.2	.0	-.0	.0	.0
	.6	1.3	-5.1	-3.3	2.3	.0	-6.6	-.5	1.3	.0	-.6	-.0	.2
	.7	1.2	-7.5	-5.0	2.5	.0	-5.0	-.6	1.4	.0	-1.2	-.1	.3
	.8	1.1	-7.7	-3.7	2.5	.0	-5.2	-.6	1.5	.0	-1.8	-.1	.5
	.9	1.0	-7.2	-3.3	2.4	.0	-5.5	-.7	1.6	.0	-2.2	-.1	.6
	1.0	1.2	-7.5	-3.3	2.4	.0	-5.8	-.7	1.6	.0	-2.7	-.2	.6
15.0	.1	.1	-1.0	-1.2	2.0	.0	-1.5	-5.5	5.8	.0	-1.5	-3.5	5.0
	.2	.1	-1.3	-0.5	3.5	.0	-1.3	-4.9	5.6	.0	-1.4	-3.3	5.0
	.3	.0	-1.1	-5.6	4.1	.0	-1.0	-4.6	5.6	.0	-1.0	-3.2	5.1
	.4	.0	-1.3	-7.6	4.2	.0	-1.0	-4.6	5.7	.0	-1.1	-2.1	3.8
	.5	.2	-1.1	-7.5	4.4	.0	-1.5	-4.6	5.7	.0	-1.2	-2.2	4.0
	.6	.4	-1.1	-7.5	4.6	.0	-1.5	-4.7	5.8	.0	-1.2	-2.2	4.1
	.7	.6	-1.5	-7.6	4.8	.0	-1.6	-4.7	5.9	.0	-1.3	-2.3	4.2
	.8	.7	-1.5	-7.7	5.0	.0	-1.6	-4.7	6.0	.0	-1.4	-2.4	4.3
	.9	.7	-1.6	-7.7	5.1	.0	-1.6	-4.7	6.1	.0	-1.4	-2.4	4.5
	1.0	.7	-1.6	-7.0	5.2	.0	-1.6	-4.8	6.1	.0	-1.4	-2.6	4.5
20.0	.1	.2	-2.2	-1.1	3.0	2.6	-2.3	-1.1	10.3	1.0	-2.5	-1.0	10.1
	.2	.0	-2.2	-1.6	3.7	1.5	-2.3	-1.2	9.1	.0	-2.2	-1.7	9.4
	.3	.0	-2.2	-1.5	5.0	.2	-2.2	-1.1	9.0	.0	-2.2	-1.4	9.2
	.4	.0	-2.2	-1.4	5.5	.0	-2.2	-1.0	9.1	.0	-2.3	-1.3	9.3
	.5	.0	-2.3	-1.0	5.5	.0	-2.3	-1.0	9.0	.0	-2.4	-1.2	9.4
	.6	.0	-2.2	-1.3	6.6	.0	-2.3	-1.0	9.5	.0	-2.4	-1.3	9.5
	.7	.1	-2.3	-1.3	6.9	.0	-2.4	-1.1	9.7	.0	-2.5	-1.3	9.6
	.8	.1	-2.3	-1.7	7.2	.0	-2.4	-1.1	9.8	.0	-2.5	-1.3	9.6
	.9	.1	-2.4	-1.3	7.5	.0	-2.5	-1.1	9.9	.0	-2.6	-1.4	9.7
	1.0	.1	-2.4	-1.3	7.7	.0	-2.5	-1.1	10.1	.0	-2.6	-1.4	9.8
25.0	.1	.0	-1.0	-5.1	2.8	.0	-4.0	-3.5	7.5	2.0	-4.8	-2.6	14.5
	.2	.0	-2.2	-2.1	3.2	2.1	-2.2	-2.2	11.0	1.8	-2.9	-1.7	12.3
	.3	.0	-2.2	-2.2	4.6	.8	-2.8	-1.9	9.2	.3	-2.8	-1.5	11.5
	.4	.0	-2.7	-1.9	5.3	.2	-2.4	-1.1	10.4	.1	-2.8	-1.2	11.5
	.5	.1	-2.2	-1.0	6.4	.5	-2.8	-1.6	10.6	.0	-2.8	-1.2	11.9
	.6	.1	-2.2	-1.5	7.2	.1	-2.9	-1.6	11.0	.0	-2.9	-1.2	12.0
	.7	.0	-2.9	-1.9	7.8	.0	-2.9	-1.6	11.4	.0	-2.9	-1.3	12.2
	.8	.0	-2.9	-1.1	8.3	.0	-2.9	-1.6	11.7	.0	-2.9	-1.3	12.3
	.9	.0	-2.9	-1.7	8.7	.0	-3.0	-1.5	11.7	.0	-3.0	-1.3	12.4
	1.0	.0	-2.2	-1.7	8.7	.0	-3.0	-1.5	11.9	.0	-3.0	-1.3	12.7
Total		1.3	-.1	-1.1	3.4	2.6	-4.0	-7.0	10.1	2.9	-3.8	-5.9	9.1

TABLA XXXXIII: Comparación Metodo Columna Modelo - EH-80
Sección tipo 1.

a/c_2		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip %
10.0	.1	0.0	-5.1	-2.6	3.9	.0	-5.1	-.9	1.7	.0	-2.0	-.3	.7
	.2	3.1	-5.7	-2.6	3.3	.0	-5.5	-.9	1.0	.0	-2.0	-.3	.9
	.3	2.0	-5.4	-2.9	2.7	.0	-5.9	-.9	2.0	.0	-3.4	-.3	1.0
	.4	1.3	-5.6	-3.1	2.4	.0	-3.9	-.5	1.2	.0	-3.9	-.4	1.1
	.5	1.3	-5.5	-3.1	2.3	.0	-4.4	-.6	1.3	.0	-2.0	-.0	.0
	.6	.9	-5.7	-3.2	2.2	.0	-4.9	-.6	1.4	.0	-2.0	-.1	.2
	.7	.7	-5.6	-3.1	2.1	.0	-5.2	-.6	1.5	.0	-1.4	-.1	.4
	.8	.5	-5.4	-3.2	2.1	.0	-5.6	-.7	1.6	.0	-1.9	-.1	.5
	.9	.5	-5.6	-3.2	2.1	.0	-5.8	-.7	1.7	.0	-2.4	-.2	.6
	1.0	.3	-5.9	-3.3	2.0	.0	-6.0	-.8	1.7	.0	-2.7	-.2	.7
15.0	.1	2.1	-15.	-10.	5.4	.0	-14.	-6.2	6.2	.0	-11.	-2.4	4.0
	.2	3.6	-14.	-7.5	6.1	.0	-14.	-5.4	5.8	.0	-11.	-2.2	4.0
	.3	2.9	-14.	-7.1	5.5	.0	-13.	-5.2	5.7	.0	-11.	-2.4	4.0
	.4	2.2	-13.	-7.1	4.9	.0	-13.	-5.1	5.6	.0	-12.	-2.5	4.2
	.5	2.8	-13.	-7.1	4.9	.0	-14.	-5.1	5.7	.0	-12.	-2.5	4.3
	.6	2.0	-13.	-7.2	4.6	.0	-14.	-5.2	5.7	.0	-12.	-2.6	4.4
	.7	1.5	-13.	-7.2	4.5	.0	-13.	-4.4	5.3	.0	-13.	-2.7	4.5
	.8	1.2	-13.	-6.8	4.2	.0	-13.	-4.5	5.4	.0	-13.	-2.7	4.5
	.9	.9	-13.	-6.0	4.2	.0	-14.	-4.5	5.4	.0	-13.	-2.8	4.6
	1.0	.7	-13.	-7.0	4.2	.0	-14.	-4.6	5.5	.0	-14.	-2.9	4.7
20.0	.1	2.1	-23.	-16.	9.8	1.2	-23.	-14.	10.0	.0	-23.	-8.6	9.1
	.2	2.8	-23.	-13.	8.6	.8	-23.	-13.	8.9	.0	-22.	-8.0	9.0
	.3	3.0	-22.	-13.	8.1	.0	-22.	-12.	9.0	.0	-22.	-7.9	8.9
	.4	3.5	-22.	-12.	7.9	.0	-22.	-11.	9.0	.0	-22.	-7.9	8.9
	.5	2.4	-22.	-13.	7.6	.0	-22.	-10.	8.9	.0	-22.	-8.0	9.0
	.6	1.8	-22.	-12.	7.1	.0	-22.	-10.	9.0	.0	-22.	-8.1	9.1
	.7	1.3	-22.	-12.	7.1	.0	-22.	-10.	9.1	.0	-23.	-8.2	9.2
	.8	1.0	-22.	-12.	7.1	.0	-22.	-10.	9.2	.0	-23.	-8.3	9.3
	.9	.7	-22.	-12.	7.1	.0	-23.	-11.	9.2	.0	-24.	-8.4	9.3
	1.0	.7	-22.	-12.	7.1	.0	-23.	-11.	9.2	.0	-24.	-8.4	9.3
25.0	.1	.0	-42.	-30.	15.0	.0	-42.	-34.	9.5	3.4	-40.	-27.	15.2
	.2	.6	-43.	-24.	8.8	3.9	-33.	-22.	12.6	1.0	-32.	-18.	14.0
	.3	.9	-28.	-19.	9.9	.6	-28.	-20.	10.2	1.1	-28.	-16.	12.0
	.4	0.1	-28.	-18.	10.1	.0	-28.	-17.	10.0	.0	-28.	-15.	11.6
	.5	3.0	-28.	-17.	9.7	.9	-28.	-16.	10.4	.0	-28.	-13.	11.2
	.6	2.4	-27.	-16.	8.9	.2	-28.	-16.	10.1	.0	-28.	-12.	11.4
	.7	1.4	-28.	-16.	8.7	.0	-28.	-16.	10.2	.0	-28.	-13.	11.6
	.8	.8	-24.	-17.	8.7	.0	-28.	-15.	10.3	.0	-28.	-13.	11.7
	.9	.3	-27.	-16.	8.3	.0	-28.	-15.	10.6	.0	-28.	-13.	11.8
	1.0	.6	-28.	-17.	8.4	.0	-28.	-15.	10.6	.0	-28.	-12.	11.6
Total		2.1	-17.	-12.	4.8	5.9	-42.	-7.9	9.9	3.4	-40.	-5.8	9.4

TABLA XXXXIV: Comparación Método Columna Modelo - EII-80
Sección tipo 2.

e_1/e_2		1				0				-1			
λ	ω	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip. %	Error máx +	Error máx -	Error medio %	Desv. tip. %
10.0	.1	5.2	-5.2	-2.2	4.1	.0	-5.2	-.9	1.8	.0	-2.2	-.3	.7
	.2	4.0	-5.0	-2.2	3.6	.0	-5.8	-1.0	2.0	.0	-3.1	-.3	1.0
	.3	2.2	-5.8	-2.5	3.0	.0	-3.8	-.4	1.2	.0	-3.8	-.4	1.1
	.4	2.1	-5.7	-2.7	2.7	.0	-4.3	-.6	1.3	.0	-.0	.0	.0
	.5	1.5	-5.8	-2.0	2.6	.0	-4.8	-.6	1.5	.0	-.6	-.1	.2
	.6	1.3	-5.6	-2.0	2.4	.0	-5.3	-.7	1.6	.0	-1.3	-.1	.4
	.7	.8	-5.7	-2.0	2.3	.0	-5.7	-.8	1.7	.0	-2.0	-.2	.5
	.8	.6	-5.8	-2.0	2.2	.0	-6.1	-.8	1.8	.0	-2.6	-.2	.7
	.9	.5	-6.1	-3.1	2.2	.0	-6.4	-.9	1.9	.0	-3.1	-.2	.8
	1.0	.2	-6.3	-3.2	2.2	.0	-6.6	-.9	1.9	.0	-3.5	-.2	.9
15.0	.1	1.2	-15.	-10.	5.4	.7	-15.	-6.3	6.3	.0	-11.	-2.4	4.1
	.2	2.2	-14.	-7.1	6.0	.0	-14.	-5.6	5.9	.0	-11.	-2.4	4.2
	.3	4.0	-13.	-6.6	5.6	.0	-13.	-5.4	5.7	.0	-12.	-2.6	4.2
	.4	2.2	-13.	-6.5	5.2	.0	-13.	-5.3	5.7	.0	-12.	-2.6	4.4
	.5	2.0	-13.	-6.6	5.0	.0	-14.	-5.4	5.8	.0	-13.	-2.7	4.5
	.6	1.7	-13.	-6.6	5.0	.0	-13.	-4.6	5.5	.0	-13.	-2.9	4.6
	.7	1.5	-13.	-6.2	4.7	.0	-13.	-4.7	5.5	.0	-14.	-2.9	4.8
	.8	1.3	-13.	-6.3	4.7	.0	-14.	-4.7	5.6	.0	-14.	-3.0	4.9
	.9	1.1	-13.	-6.5	4.7	.0	-14.	-4.8	5.6	.0	-15.	-3.1	5.0
	1.0	.8	-13.	-6.6	4.7	.0	-14.	-4.9	5.7	.0	-15.	-3.1	5.0
20.0	.1	.1	-20.	-22.	6.3	5.8	-28.	-10.	11.9	-2.2	-25.	-1.2	13.8
	.2	.1	-23.	-15.	7.8	1.1	-23.	-14.	9.5	.0	-23.	-8.9	9.2
	.3	2.3	-22.	-13.	7.9	.9	-22.	-12.	8.8	.0	-22.	-8.2	9.1
	.4	2.6	-22.	-12.	7.7	.0	-22.	-12.	8.7	.0	-21.	-8.2	8.9
	.5	2.0	-21.	-12.	7.5	.0	-21.	-10.	8.5	.0	-21.	-8.2	9.0
	.6	1.5	-21.	-11.	7.1	.0	-21.	-10.	8.5	.0	-21.	-8.3	9.0
	.7	1.2	-21.	-11.	7.1	.0	-21.	-10.	8.7	.0	-22.	-8.3	9.1
	.8	1.1	-21.	-11.	7.1	.0	-21.	-10.	8.6	.0	-21.	-7.3	8.6
	.9	1.1	-21.	-11.	7.2	.0	-22.	-10.	8.7	.0	-22.	-7.4	8.7
	1.0	1.2	-21.	-10.	6.9	.0	-21.	-9.5	8.6	.0	-22.	-7.7	8.8
25.0	.1	.0	-23.	-56.	7.4	.0	-23.	-35.	9.4	6.3	-21.	-26.	17.6
	.2	.0	-32.	-23.	8.8	2.6	-32.	-22.	11.9	1.5	-32.	-19.	13.4
	.3	.0	-28.	-19.	8.6	1.8	-28.	-14.	10.0	1.2	-28.	-16.	11.7
	.4	.0	-27.	-17.	8.7	.1	-27.	-16.	9.3	.0	-27.	-14.	11.1
	.5	.7	-26.	-15.	8.2	.0	-27.	-15.	9.7	.0	-27.	-13.	10.9
	.6	.7	-26.	-15.	8.3	.0	-26.	-15.	9.7	.0	-26.	-12.	10.9
	.7	.4	-26.	-15.	8.3	.0	-26.	-14.	9.4	.0	-26.	-12.	11.1
	.8	.3	-26.	-14.	8.0	.0	-26.	-14.	9.6	.0	-26.	-11.	10.8
	.9	.3	-26.	-14.	8.2	.0	-26.	-14.	9.9	.0	-26.	-12.	10.9
	1.0	.2	-26.	-13.	7.9	.0	-26.	-13.	9.7	.0	-26.	-12.	11.1
Total		5.4	-43.	-2.9	8.4	5.8	-43.	-7.7	9.5	6.3	-41.	-5.6	9.1

TABLA XXXXV: Comparación Método Columna Modelo - EII-80

Sección tipo.3

CONCLUSIONES

Como conclusiones del presente trabajo, se destacan las siguientes:

- 1 - La consideración del comportamiento no lineal de estructuras de hormigón armado dificulta enormemente el dimensionamiento de las mismas, ya que este dimensionamiento es a la vez, un dato obligado para el análisis no lineal de esfuerzos y un resultado del mismo. A través del estudio exhaustivo del fenómeno a que se refiere se puede, no obstante, obtener un método de dimensionamiento directo teniendo en cuenta los principios del cálculo no lineal, tal como lo muestra el Método de las Curvaturas de Referencia propuesto.
- 2 - El estudio detallado de las directrices mecánicas, elemento fundamental para representar el comportamiento no lineal del hormigón armado, permite definir distintas simplificaciones del fenómeno estudiado que resultan la base de un método de dimensionamiento directo en cálculo no lineal.

Para el caso de soportes esbeltos de hormigón armado, las Curvas de Curvaturas de Referencia representan una simplificación idónea para abordar el dimensionamiento directo en un fenómeno altamente no lineal.

- 3 - El método de las Curvaturas de Referencia propuesto, constituye un medio de dimensionamiento directo general, que permite el tratamiento de soportes tanto cortos como esbeltos teniendo en cuenta los principios del cálculo no lineal, de la misma forma y con exactitud comparable a la de los Métodos de Comprobación de la Columna Modelo o de la Deformada Senoidal.
- 4 - Las fórmulas simplificadas propuestas, deducidas del método general, también constituyen un medio de dimensionamiento directo que representa adecuadamente el comportamiento de los soportes esbeltos y los resultados obtenidos son de precisión comparable a los del método de las Curvaturas de Referencia.
- 5 - El estudio crítico de las fórmulas simplificadas de dimensionamiento, contenidas en las principales Normas, muestra los importantes errores a que conducen. Como sugerencias de trabajos futuros, se destacan las siguientes:
 - 1) El método general propuesto no tiene en cuenta directamente el fenómeno de fluencia aunque es compatible con la simplificación presentada, en el Código Modelo del CEB (9), para tener en cuenta el efecto de las cargas permanentes.

Otro procedimiento recomendado en la literatura técnica, que representa adecuadamente este fenómeno, consiste en considerar la directriz mecánica de la sección del soporte analizado incluyendo el efecto de la fluencia del hormigón bajo carga.

Siguiendo los principios expuestos, sería posible obtener las Curvas de Curvaturas de Referencia que contemplen el efecto de fluencia, o probablemente, establecer relaciones de transformación entre las Curvas de Curvaturas de Referencia para carga de corta duración (expuestas en esta tesis) y las correspondientes a distintos coeficientes de fluencia.

- 2) Debido al complejo comportamiento de una sección de hormigón armado no es posible definir las directrices mecánicas o las Curvas de Curvaturas de Referencia más que por puntos (método general) o ajustándolas por mínimos cuadrados a funciones simples (fórmulas simplificadas), por esta razón, los coeficientes que intervienen en las fórmulas simplificadas carecen de un significado físico.

El autor ha trabajado estudiando más detalladamente este problema con objeto de intentar expresar las relaciones anteriores a través de parámetros físicos de la sección (ϵ , h'/h , ν , etc.) sin haber llegado hasta el momento a resultados satisfactorios.

Se piensa, sin embargo, que de un esfuerzo en esta línea podría resultar una significativa mejora del método.

BIBLIOGRAFIA

1. Morán, F. CALCULO DE SECCIONES DE HORMIGON ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES EN EL ESTADO LIMITE ULTIMO. Monografía 304 del I.E.T. Madrid, 1972. (Publicada en inglés, como Boletín nº 83 del CEB).
2. Comité Européen du Béton. BULLETIN D'INFORMATION Nº 103 MANUEL DU CALCUL "FLAMBEMENT-INSTABILITE". Octubre 1974.
3. Comité Européen du Béton. BULLETIN D'INFORMATION Nº 123 CEB-FIP MANUAL OF "BUCKLING AND INSTABILITY" Diciembre 1977.
4. Pfrrang, E., Siess, C. BEHAVIOR OF RESTRAINED REINFORCED CONCRETE COLUMNS. Proceedings ASCE. V.90. ST 5. - Oct. 1964.
5. Mac Gregor, J. DISCUSSION OF BEHAVIOR OF RESTRAINED REINFORCED CONCRETE COLUMNS. Proceedings ASCE. V.91. ST 3 Junio 1965.
6. Fouré, B. LE FLAMBEMENT DES POTEAUX COMPTE TENU DU FLUAGE DU BETON. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Nº 359. Marzo 1978.
7. Comisión Permanente del Hormigón. INSTRUCCION PARA EL PROYECTO Y LA EJECUCION DE OBRAS DE HORMIGON EN MASA O ARMADO EH - 73. Octubre 1973.
8. Comisión Permanente del Hormigón. INSTRUCCION PARA EL PROYECTO Y LA EJECUCION DE OBRAS DE HORMIGON PRETENSADO EP-77. Junio 1977

- 9 . Comité Européen du Béton. BULLETIN D'INFORMATION N° -
124/125 - F. SYSTEME INTERNATIONAL DE REGLEMENTATION
TECHNIQUE UNIFIEE DES STRUCTURES. Abril 1978.
10. Baumann, O. "DIE KNICKUNG DER EISENBETON-SAULEN". Eidg.
Material prüfungsanstalt an der E.T.H. in Zürich. Be -
richt N° 89. Zurich 1934.
11. Ernst, G. Hromadik, J., Riveland, A. INELASTIC BUCKLING
OF PLAIN AND REINFORCED CONCRETE COLUMNS, PLATES AND -
SHELLS. University of Nebraska Engineering Experiment
Station. Bulletin n° 3. Lincoln. 1953.
12. Broms, B., Viest, M. ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF LONG
HINGED REINFORCED CONCRETE COLUMNS. Proceedings ASCE.
ST 1. Enero 1958.
13. Broms, B., Viest, M. ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF LONG
RESTRAINED REINFORCED CONCRETE COLUMNS. Proceedings AS-
CE. ST 3. Marzo 1958.
14. Broms, B., Viest, M.. DESIGN OF LONG REINFORCED CONCRE-
TE COLUMNS. Proceedings ASCE. ST 4. Julio 1958.
15. Kukulski, N., Lewicki, P. CONTRIBUTION TO THE DISCUSSION
ABOUT THE SIMPLIFIED CALCULATIONS METHODS FOR ECCEN -
TRICALLY LOADED COLUMNS. Memorandum CEB Comission. -
septiembre 1969.
16. Van Leeuwen, J., Van Riel, C. ULTIMATE LOAD DESIGN OF
AXIALY AND ECCENTRICALLY COMPRESSED STRUCTURAL MEMBERS.
HERON

17. Faessel, P., Morisset, A., Fouré, B. LE FLAMBEMENT DES POTEUX EN BETON ARME. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. N° 305. Mayo 1973.
18. Robinson, J., Fouré, B., Bourghli, A. LE FLAMBEMENT DES POTEUX EN BETON ARME CHARGES AVEC DES EXCENTRICITES DIFFERENTES A LEURS EXTREMITES. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. N° 333. - Novembre 1975.
19. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. BETON UND STAHLBETONBAU, BEMESSUNG UND AUSFÜHRUNG. DIN 1045. 1972.
20. British Standards Institution. BRITISH STANDARD CODE OF PRACTICE FOR THE STRUCTURAL USE OF CONCRETE, CP 110. - 1972. Londres 1972.
21. ACI Committee 318. BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE (ACI 318-78). American Concrete Institute. Detroit 1978.
22. Pfrang, O., Siess, C. PREDICTING STRUCTURAL BEHAVIOR ANALYTICALLY. Proceedings ASCE. ST 5. Octobre 1964.
23. Breen, J. COMPUTER USE IN STUDIES OF FRAMES WITH LONG COLUMNS. Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete. ASCE-ACI, Miami 1965.
24. Jakobsen, K. DESIGN OF SLENDER REINFORCED CONCRETE FRAMES. Institut für Baustatik. Zurich Novembre 1973.
25. Cranston, W. ANALYSIS AND DESIGN OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS. Cement and Concrete Association. Research report N° 20. 1972.

26. Gaughan, J. COMPUTER ANALYSIS FOR SLENDER CONCRETE COLUMNS. Proceedings ASCE. ST 10. Octubre 1974.
27. Constantinescu, D., Illston, J. COMPUTER EXPERIMENTS - ON SLENDER BEAM-COLUMNS OF REINFORCED CONCRETE. Magazine of Concrete Research. V 30. Nº 105. Diciembre 1978.
28. Leonhardt, F., Mönnig, E. C.A & C.A.P. CALCOLO DI PROGETTO & TECNICHE COSTRUTTIVE. Vol 1. Capítulo 10. - 1976.
29. Comité Européen du Béton. Federation Internationale de la Précontrainte. INTERNATIONAL RECOMMENDATIONS FOR THE DESIGN AND CONSTRUCTION OF CONCRETE STRUCTURES. Junio 1970. Praga (Checoslovaquia).
30. Kordina, K., Quast, U. BEMESSUNG VON SCHLANKEN BAUTEILEN-KNICKSICHERHEITSNACHWEIS. Beton-Kalender. 1976.
31. STRUCTURAL NORMS AND RULES, Part II. Chapter 1. CONCRETE AND REINFORCED STRUCTURES. DESIGN NORMS. NIIZhB P-V 1-72. Gosstroizh USSR. Moscú 1972.
32. Gvozdev, A., Chistiakov, E., Shubick, A. ULTIMATE CAPACITY OF SLENDER CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE COLUMNS. RILEM Symposium. Buenos Aires. 1971.
33. Chistiakov, E., Belikov, V. BENDING AND ECCENTRIC COMPRESSION OF SHORT AND SLENDER ELEMENTS. Beton i Zhelezobeton, 5. 1971.
34. Mac Gregor, J., Oelhaten, V., Hage, S. A RE-EXAMINATION OF THE EI VALUE FOR SLENDER COLUMNS. Reinforced Concrete Columns. SP-13. American Concrete Institute. 1974.

35. Arenas de Pablo, J. CALCULO DE SOPORTES DE HORMIGON ARMADO EN TEORIA DE SEGUNDO ORDEN. Editores Técnicos Asociados, S.A., Barcelona 1980.
36. Rosenberg, L., García, A., Guncel, A. INESTABILIDAD EN ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO, SEGUN LA NORMA DEL C.E.B. Universidad de Chile, Publicación S E S 1/80 - (150), Santiago. Chile. Agosto 1980.
37. Sosa, P. ANALISIS SEMIPROBABILISTICO DE LOS CRITERIOS DE COMBINACION DE ESFUERZOS PARA EL DIMENSIONAMIENTO DE UNA COLUMNA SOMETIDA A PANDEO. Tesis Doctoral leída en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Valencia. Mayo 1980.

**APENDICE 1 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE
DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA**

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

251.-

HW021 T=00003 IS ON CR00011 USING 00015 BLKS R=0000

```

0001 FTN4,L
0002 PROGRAM H021
0003 C
0004 C DIAGRAMAS EXCENTRICIDAD-CURVATURA
0005 C SECCIONES RECTANGULARES - DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0006 C 241079
0007 C
0008 C DIMENSION EK(200,6),EKS(6,6)
0009 C REAL M,N
0010 C READ(5,*)NSAL,IDIHUIJ
0011 C
0012 C NSAL=1 IMPRESORA,NSAL=2 PLOTTER E IMPRESORA
0013 C IDIHUIJ 1 COMPLETO 2 COMP. Y SIMPLIFICADO
0014 C 3 COMP. Y PTOS. SIGNIFICATIVOS 4 COMP. Y PTOS. REFERENCIA
0015 C
0016 104 READ(5,*)NCUR
0017 C
0018 C NCUR: NUMERO DE LA CURVA. SI NCUR MAYOR 100 STOP
0019 C
0020 C IF(NCUR.GT.100) GO TO 130
0021 C READ(5,*)ISEC,U,ES,FI,OM,PNU
0022 C
0023 C OM:CUANTIA MECANICA MITAD(ARMADURA SIMETRICA)
0024 C U: RECURRIMIENTO RELATIVO HP/H
0025 C ES:DEFORMACION PARA FYD-ACERO DUREZA NATURAL
0026 C FI:COEFICIENTE DE FLUENCIA
0027 C ISEC: TIPO DE SECCION
0028 C PNU:AXIL
0029 C
0030 C J2=1
0031 C J1=1
0032 C EK(1,1)=0
0033 C EK(1,2)=0
0034 C EK(1,3)=0
0035 C EK(1,4)=0
0036 C EK(1,5)=0
0037 C EK(1,6)=0
0038 C EKS(1,1)=0
0039 C EKS(1,2)=0
0040 C EKS(1,3)=0
0041 C EKS(1,4)=0
0042 C EKS(1,5)=0
0043 C EKS(1,6)=0
0044 C DF=.00015
0045 C F=.00015
0046 4 E1=.01-F*(1-U)
0047 C XMI=-E1/F
0048 C CALL MYN(ISEC,XMI,F,OM,U,FI,ES,M,PMI,E1,EA1,EA2,E2,EI)
0049 C IF(F.LE.(.0035*(1+FI))) GO TO 106
0050 C IPIV0=2
0051 C XMA=.0035*(1+FI)/F
0052 C GO TO 107
0053 106 IPIV0=3
0054 C XMA=3./7.+ .002*(1+FI)/F
0055 107 CALL MYN(ISEC,XMA,F,OM,U,FI,ES,M,PMA,E1,EA1,EA2,E2,EI)
0056 C IF(PNU.GT.PMI) GO TO 60
0057 C IF(PNU.LT.PMA) GO TO 70
0058 7 XMED=(XMA+XMI)/2

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

252.-

```

0059 CALL MYN(ISEC,XMED,F,OM,U,FI,ES,M,PMED,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0060 IF(ABS(PMED-PNU).LT..00001) GO TO 3
0061 IF(PMED.LT.PNU)XMA=XMED
0062 IF(PMED.GT.PNU)XMI=XMED
0063 GO TO 7
0064 3 I2=I2+1
0065 EK(I2,1)=F
0066 EK(I2,2)=-M/PNU
0067 EK(I2,3)=E1
0068 EK(I2,4)=EA1
0069 EK(I2,5)=EA2
0070 EK(I2,6)=E2
0071 IF(EK(I2,5).GT.ES.AND.EK(I2-1,5).LT.ES) GO TO 30
0072 IF(EK(I2,4).LT.-ES.AND.EK(I2-1,4).GT.-ES) GO TO 40
0073 IF(EK(I2,6).GT.0..AND.EK(I2-1,6).LT.0.) GO TO 20
0074 50 F=F+DF
0075 GO TO 4
0076 20 FMA=EK(I2,1)
0077 FMI=EK(I2-1,1)
0078 22 FME=(FMA+FMI)/2
0079 CALL MYN(ISEC,1.,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0080 IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 21
0081 IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0082 IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0083 GO TO 22
0084 21 E=-M/PNU
0085 J1=J1+1
0086 EKS(J1,1)=FME
0087 EKS(J1,2)=F
0088 EKS(J1,3)=E1
0089 EKS(J1,4)=EA1
0090 EKS(J1,5)=EA2
0091 EKS(J1,6)=E2
0092 GO TO 50
0093 30 FMA=EK(I2,1)
0094 FMI=EK(I2-1,1)
0095 33 FME=(FMA+FMI)/2
0096 XME=(1-U)-ES/FME
0097 CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0098 IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 31
0099 IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0100 IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0101 GO TO 33
0102 31 E=-M/PNU
0103 J1=J1+1
0104 EKS(J1,1)=FME
0105 EKS(J1,2)=F
0106 EKS(J1,3)=E1
0107 EKS(J1,4)=EA1
0108 EKS(J1,5)=EA2
0109 EKS(J1,6)=E2
0110 GO TO 50
0111 40 FMA=EK(I2,1)
0112 FMI=EK(I2-1,1)
0113 43 FME=(FMA+FMI)/2
0114 XME=U+ES/FME
0115 CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0116 IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 41
0117 IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0118 IF(N.GT.PNU)FMA=FME
    
```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

253.-

```

0119      GO TO 43
0120      41 E=-M/PNU
0121      J1=J1+1
0122      EKS(J1,1)=FME
0123      EKS(J1,2)=E
0124      EKS(J1,3)=E1
0125      EKS(J1,4)=EA1
0126      EKS(J1,5)=EA2
0127      EKS(J1,6)=E2
0128      GO TO 50
0129      60 FMA=F
0130      FMI=EK(I2,1)
0131      63 FME=(FMA+FMI)/2
0132      XME=(1-U)-.01/FME
0133      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0134      IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 61
0135      IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0136      IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0137      GO TO 63
0138      61 E=-M/PNU
0139      J1=J1+1
0140      EKS(J1,1)=FME
0141      EKS(J1,2)=E
0142      EKS(J1,3)=E1
0143      EKS(J1,4)=EA1
0144      EKS(J1,5)=EA2
0145      EKS(J1,6)=E2
0146      GO TO 2
0147      70 IF(IPIVD.EQ.3) GO TO 80
0148      FMA=F
0149      FMI=EK(I2,1)
0150      73 FME=(FMA+FMI)/2
0151      XME=.0035*(1+FI)/FME
0152      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0153      IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 71
0154      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0155      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0156      GO TO 73
0157      71 E=-M/PNU
0158      J1=J1+1
0159      EKS(J1,1)=FME
0160      EKS(J1,2)=E
0161      EKS(J1,3)=E1
0162      EKS(J1,4)=EA1
0163      EKS(J1,5)=EA2
0164      EKS(J1,6)=E2
0165      GO TO 2
0166      80 FMA=F
0167      FMI=EK(I2,1)
0168      83 FME=(FMA+FMI)/2
0169      XME=.002*(1+FI)/FME+3./7.
0170      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0171      IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 81
0172      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0173      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0174      GO TO 83
0175      81 E=-M/PNU
0176      J1=J1+1
0177      EKS(J1,1)=FME
0178      EKS(J1,2)=E

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

254.-

```

0179 EKS(J1,3)=E1
0180 EKS(J1,4)=EA1
0181 EKS(J1,5)=EA2
0182 EKS(J1,6)=E2
0183 2 IF(NCUR.GT.1)GO TO 100
0184 EX=13./(EKS(J1,1)*1000)
0185 EY=19./EKS(J1,2)
0186 IF(NSAL.EQ.2)CALL DIRU(EKS(J1,1),EKS(J1,2),EX,EY)
0187 100 WRITE(6,1000)
0188 WRITE(6,1003)ISEC,PNU,U,OM,ES,FI
0189 WRITE(6,1001)EK(I,1),EK(I,2),EK(I,3),EK(I,4),
0190 *EK(I,5),EK(I,6)
0191 IF(NSAL.EQ.2)CALL PLOT(0.,0.,3)
0192 DO 101 I=2,12
0193 DO 102 J=2,J1-1
0194 IF(EKS(J,1).LT.EK(I,1).AND.EKS(J,1).GT.EK(I-1,1))
0195 *WRITE(6,1001)
0196 *EKS(J,1),EKS(J,2),EKS(J,3),EKS(J,4),EKS(J,5),EKS(J,6)
0197 IF(EKS(J,1).LT.EK(I,1).AND.EKS(J,1).GT.EK(I-1,1).AND.NSAL.EQ.2)
0198 *CALL PLOT(EKS(J,1)*1000,*EX,EKS(J,2)*EY,2)
0199 102 CONTINUE
0200 WRITE(6,1001)EK(I,1),EK(I,2),EK(I,3),EK(I,4),
0201 *EK(I,5),EK(I,6)
0202 IF(NSAL.EQ.2)CALL PLOT(EK(I,1)*1000,*EX,EK(I,2)*EY,2)
0203 101 CONTINUE
0204 WRITE(6,1001)EKS(J1,1),EKS(J1,2),EKS(J1,3),
0205 *EKS(J1,4),EKS(J1,5),EKS(J1,6)
0206 IF(NSAL.EQ.2)CALL PLOT(EKS(J1,1)*1000,*EX,EKS(J1,2)*EY,2)
0207 IF(IDIBUJ.EQ.1)GO TO 104
0208 IF(IDIBUJ.EQ.3)GO TO 110
0209 IF(IDIBUJ.EQ.4)GO TO 120
0210 WRITE(6,1002)
0211 WRITE(6,1003)ISEC,PNU,U,OM,ES,FI
0212 DO 105 I=1,J1
0213 WRITE(6,1001)EKS(I,1),EKS(I,2),EKS(I,3),
0214 *EKS(I,4),EKS(I,5),EKS(I,6)
0215 IF(NSAL.EQ.2.AND.I.EQ.1)CALL PLOT(0.,0.,3)
0216 IF(NSAL.EQ.2.AND.I.GT.1)CALL PLOT(EKS(I,1)*1000,*EX,EKS(I,2)*EY,2)
0217 XX=EKS(I,1)*1000*EX
0218 YY=EKS(I,2)*EY
0219 IF(NSAL.EQ.2.AND.I.GT.1)CALL ESTRE(XX,YY,EKS,I,J1,ES)
0220 105 CONTINUE
0221 GO TO 104
0222 110 DO 111 I=2,J1
0223 XX=EKS(I,1)*1000*EX
0224 YY=EKS(I,2)*EY
0225 CALL ESTRE(XX,YY,EKS,I,J1,ES)
0226 111 CONTINUE
0227 GO TO 104
0228 120 DO 121 I=2,J1
0229 XX=EKS(I,1)*1000*EX
0230 YY=EKS(I,2)*EY
0231 EPS=ABS(EKS(I,4)+ES)
0232 IF(EPS.LT.1E-8)CALL ESTRE(XX,YY,EKS,I,J1,ES)
0233 IF(EKS(I,5).EQ.ES)CALL ESTRE(XX,YY,EKS,I,J1,ES)
0234 IF(I.EQ.J1)CALL ESTRE(XX,YY,EKS,I,J1,ES)
0235 121 CONTINUE
0236 GO TO 104
0237 130 IF(NSAL.EQ.2)CALL PLOT(0.,0.,3)
0238 STOP

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

```

0239 1000 FORMAT("1",4X,"DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA",/) 255.-
0240 1003 FORMAT(5X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,11,/,
0241 *5X,"AXIL REDUCCION=",2X,F7.5,///,5X,"RECUBRIMIENTO=",1X,F5.2,/,
0242 *5X,"CUANTIA MECANICA=",1X,F5.2,/,
0243 *5X,"DEFORMACION DE FLUENCIA DE LA ARMADURA=",1X,F7.5,/,
0244 *5X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=",1X,F5.2,///,
0245 *5X," F E E1 EA1 EA2 E2")
0246 1001 FORMAT(5X,6(F8.5,1X))
0247 1002 FORMAT("1",5X,"DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA SIMPLIFICADO",13)
0248 END
0249 SUBROUTINE MYN(ISEC,X,F,OM,U,E1,ES,M,N,E1,EA1,EA2,E2,E1)
0250 REAL M,N
0251 N=0
0252 M=0
0253 ECUC=-.002*(1+F1)
0254 E1=-F*X
0255 C
0256 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A M Y N
0257 C
0258 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0259 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0260 GO TO 30
0261 C
0262 C ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0263 C
0264 10 DO 1 I=1,2
0265 IF(I.EQ.1)Z=U
0266 IF(I.EQ.2)Z=1-U
0267 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0268 N=N+S*OM/2
0269 1 M=M+S*Z*OM/2
0270 GO TO 40
0271 C
0272 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
0273 C
0274 20 Z=U
0275 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0276 N=N+S*OM*3/8
0277 M=M+S*OM*3/8*Z
0278 Z=0.5
0279 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0280 N=N+S*OM*2/8
0281 M=M+S*OM*2/8*Z
0282 Z=1-U
0283 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0284 N=N+S*OM*3/8
0285 M=M+S*OM*3/8*Z
0286 GO TO 40
0287 C
0288 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS 4 CARAS ISEC=3
0289 C
0290 30 Z=U
0291 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0292 N=N+S*OM/4
0293 M=M+S*OM/4*Z
0294 DZ=(1-2*U)/50
0295 Z=U-DZ/2
0296 DO 31 I=1,50
0297 Z=Z+DZ
0298 S=TEN(Z,F,E1,ES)

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

256.-

```

0299      N=N+S*DM/100
0300      31 M=M+S*DM/100+Z
0301      Z=1-U
0302      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0303      N=N+S*DM/4
0304      M=M+S*DM/4+Z
0305      C
0306      C      CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
0307      C
0308      40 IF(X.LT.0)GO TO 3
0309      X11=0
0310      IF(ECUC.LT.E1)GO TO 2
0311      X11=(ECUC-E1)/F
0312      N=N-X11*.85
0313      M=M-X11*X11/2*.85
0314      2 X12=X
0315      IF(X.GT.1)X12=1
0316      N=N+SN(X12,E1,ECUC,F)-SN(X11,E1,ECUC,F)
0317      M=M+SM(X12,E1,ECUC,F)-SM(X11,E1,ECUC,F)
0318      3 M=M-N/2
0319      EA1=F*U+E1
0320      EA2=F*(1-U)+E1
0321      E2=F+E1
0322      EI=M/F
0323      RETURN
0324      END
0325      FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
0326      SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0327      *E1*(E1-2*ECUC))*XX
0328      RETURN
0329      END
0330      FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0331      SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0332      *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0333      RETURN
0334      END
0335      FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0336      E=F*Z+E1
0337      TEN=E/ES
0338      IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0)TEN=1
0339      IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0)TEN=-1
0340      RETURN
0341      END
0342      SUBROUTINE DIBU(CMAX,EMAX,EX,EY)
0343      CALL PLTLU(7)
0344      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0345      CALL PLOT(0.,6.2,-3)
0346      CALL PLOT(13.,0.,2)
0347      CALL PLOT(13.,19.,2)
0348      CALL PLOT(0.,19.,2)
0349      CALL PLOT(0.,0.,2)
0350      CALL PLOT(-5.5,-5.2,3)
0351      CALL PLOT(15.5,-5.2,2)
0352      CALL PLOT(15.5,24.5,2)
0353      CALL PLOT(-5.5,24.5,2)
0354      CALL PLOT(-5.5,-5.2,2)
0355      IX=INT(CMAX*1000)
0356      DO 1 I=1,IX+1
0357      X=(I-1)*EX
0358      XN=(I-1)

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

257.-

```

0359      X=XN*EX
0360      CALL PLOT(X,0.,3)
0361      CALL PLOT(X,-.1,2)
0362      CALL NUMB(X,-.5,.2,XN,0.,0)
0363      1 CONTINUE
0364      PY=EMAX/10
0365      IF(PY.LT.5.)YE=5.
0366      IF(PY.LT.1.)YE=1.
0367      IF(PY.LT..5)YE=.5
0368      IF(PY.LT..25)YE=.25
0369      IF(PY.LT..1)YE=.1
0370      IF(PY.LT..05)YE=.05
0371      IF(PY.LT..01)YE=.01
0372      DO 2 I=1,10
0373      YN=YE*I
0374      IF(YN.GT.EMAX)GO TO 3
0375      Y=YN*EY
0376      CALL PLOT(0.,Y,3)
0377      CALL PLOT(-.1,Y,2)
0378      CALL NUMB(-1.,Y,.2,YN,0.,2)
0379      2 CONTINUE
0380      3 PAUSE
0381      RETURN
0382      END
0383      SUBROUTINE ESTRE(X,Y,EKS,I,J1,ES)
0384      DIMENSION EKS(6,6)
0385      CALL PLOT(X,Y+.15,3)
0386      CALL PLOT(X,Y-.15,2)
0387      CALL PLOT(X-.15,Y,3)
0388      CALL PLOT(X+.15,Y,2)
0389      CALL PLOT(X-.05,Y+.05,3)
0390      CALL PLOT(X+.05,Y-.05,2)
0391      CALL PLOT(X-.05,Y-.05,3)
0392      CALL PLOT(X+.05,Y+.05,2)
0393      CALL PLOT(X,Y,3)
0394      RETURN
0395      END
0396      ENDS
    
```


APENDICE 2 PROGRAMA DE ORDENADOR METODO ENGESSER VIANELLO

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

WH1000 T=00003 IS ON CR00002 USING 00007 BLKS R=0000

259.-

```

0001 FTM4,L
0002 PROGRAM M1000
0003 C
0004 C METODO ENGESSER-VIANELLO
0005 C SOPORTES HIARTICULADOS DE HORMIGON ARMADO
0006 C
0007 REAL L
0008 DIMENSION FK(200,5),D(100),DA(100),XS(100),CUR(100),ETOT(100)
0009 READ(1,*)ISEC,U,ES,FI,OM,PNU,E2,RE,L,NELEM,ITDC
0010 C
0011 C ISEC:TIPO DE SECCION 1
0012 C U :RFCURRIMIENTO RELATIVO
0013 C ES :DEFORMACION ARMADURA PARA FYD
0014 C FI :COEFICIENTE DE FLUENCIA
0015 C OM :CUANTIA MECANICA
0016 C PNU :AXIL REDUCIDO
0017 C E2 :EXCENTRICIDAD MAYOR
0018 C RE :RELACION DE EXCENTRICIDADES E1/E2
0019 C L :ESBELTEZ GEOMETRICA
0020 C NELEM:NUMERO DE ELEMENTOS
0021 C ITDC: TIPO DE DISTRIBUCION DE CURVATURAS EN CADA ELEMENTO
0022 C
0023 WRITE(6,1010)ISEC,U,ES,FI,OM,PNU,E2,RE,L,NELEM,ITDC
0024 1010 FORMAT("1",IX,"TIPO DE SECCION:",I2,/,
0025 *2X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO:",F7.3,/,
0026 *2X,"DEFORMACION ARMADURA PARA FYD:",F7.3,/,
0027 *2X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA:",F10.5,/,
0028 *2X,"CUANTIA MECANICA:",F10.5,/,
0029 *2X,"AXIL REDUCIDO:",F10.5,/,
0030 *2X,"EXCENTRICIDAD RELATIVA MAYOR:",F10.5,/,
0031 *2X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES:",F7.3,/,
0032 *2X,"ESBELTEZ GEOMETRICA:",F7.3,/,
0033 *2X,"NUMERO DE ELEMENTOS:",I2,/,
0034 *2X,"TIPO DE DISTRIBUCION DE CURVATURAS:",I2)
0035 CALL EHR(ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,NPDMC)
0036 NITE=0
0037 DX=L/NELEM
0038 XS(1)=DX/2
0039 DO 1 I=2,NELEM
0040 XS(I)=XS(I-1)+DX
0041 1 CONTINUE
0042 DO 2 I=1,NELEM
0043 2 D(I)=0
0044 10 DO 12 I=1,NELEM
0045 12 DA(I)=D(I)
0046 NITE=NITE+1
0047 DO 3 I=1,NELEM
0048 FTOT(I)=E2-E2/L*(1-RE)*XS(I)+D(I)
0049 AETOT=ABS(ETOT(I))
0050 S=AETOT/ETOT(I)
0051 DO 4 K=1,NPDMC-1
0052 IF(EK(K,2).LE.AETOT.AND.EK(K+1,2).GE.AETOT)GO TO 5
0053 4 CONTINUE
0054 IF(AETOT.GT.EK(NPDMC,2))WRITE(6,1000)
0055 1000 FORMAT(2X,"ETOT MAYOR QUE EULTIMO")
0056 STOP
0057 5 CUR(I)=E"(K,1)+(EK(K+1,1)-EK(K,1))/(EK(K+1,2)-EK(K,2))*(AETOT
0058 *-EK(K,2))

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

260.-

```

0059 CUR(I)=CUR(I)*S
0060 3 CONTINUE
0061 DO 8 I=1,NELEM
0062 8 D(I)=0
0063 DO 6 I=1,NELEM
0064 B=CUR(I)*DX*(L-XS(I))/L
0065 DO 7 K=1,NELEM
0066 IF(ITDC.EQ.2) GO TO 13
0067 IF(K.LE.I)D(K)=D(K)+B*XS(K)
0068 IF(K.GT.I)D(K)=D(K)+B*XS(K)-CUR(I)*DX*(XS(K)-XS(I))
0069 C WRITE(6,1100)B,XS(I),L,CUR(I),DX,D(K)
0070 C1100 FORMAT(2X,10F10.5)
0071 GO TO 7
0072 13 IF(K.LT.I)D(K)=D(K)+B*XS(K)
0073 IF(K.EQ.I)D(K)=D(K)+B*XS(K)-CUR(I)*DX*DX/B
0074 IF(K.GT.I)D(K)=D(K)+B*XS(K)-CUR(I)*DX*(XS(K)-XS(I))
0075 7 CONTINUE
0076 6 CONTINUE
0077 WRITE(6,1001)NITE
0078 1001 FORMAT(2/,2X,"ITERACION:",I2,2/,2X,
0079 *" I X(I) CUR(I) D(I) DA(I) ETOT(I)",/)
0080 DO 9 I=1,NELEM
0081 9 WRITE(6,1002)I,XS(I),CUR(I),D(I),DA(I),ETOT(I)
0082 1002 FORMAT(2X,I2,10F10.5)
0083 DO 11 I=1,NELEM
0084 IF(ABS(DA(I)-D(I)).GT..00001)GO TO 10
0085 11 CONTINUE
0086 STOP
0087 END
0088 SUBROUTINE EHHR (ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,I2)
0089 DIMENSION EK(200,5)
0090 REAL M,N
0091 I2=1
0092 EK(1,1)=0
0093 EK(1,2)=0
0094 EK(1,3)=0.
0095 EK(1,4)=0.
0096 EK(1,5)=0.
0097 OF=.00015
0098 F=.00015
0099 4 E1=.01-F*(1-U)
0100 XMI=-E1/F
0101 CALL MYN(ISEC,XMI,F,OM,U,FI,ES,M,PMI)
0102 IF(F.LE.(.0035*(1+FI)))GO TO 106
0103 IPIVO=2
0104 XMA=0.0035*(1+FI)/F
0105 GO TO 107
0106 106 IPIVO=3
0107 XMA=3./7.+.002*(1+FI)/F
0108 107 CALL MYN(ISEC,XMA,F,OM,U,FI,ES,M,PMA)
0109 IF(PNU.GT.PMI)GO TO 60
0110 IF(PNU.LT.PMA) GO TO 70
0111 7 XMED=(XMA+XMI)/2
0112 CALL MYN(ISEC,XMED,F,OM,U,FI,ES,M,PMED)
0113 IF(ABS(PMED-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0114 IF(PMED.LT.PNU)XMA=XMED
0115 IF(PMED.GT.PNU)XMI=XMED
0116 GO TO 7
0117 3 I2=I2+1
0118 EK(I2,1)=F

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

261.-

```

0119      EK(12,2)=-M/PNU
0120      EK(12,3)=-XME*F
0121      EK(12,4)=EK(12,3)+F*U
0122      EK(12,5)=EK(12,3)+F*(1-U)
0123      IF(EK(12,5).GT.ES.AND.EK(12-1,5).LT.ES)GO TO 30
0124      IF(EK(12,4).LT.-ES.AND.EK(12-1,4).GT.-ES)GO TO 40
0125      5 F=F+DF
0126      GO TO 4
0127      2 RETURN
0128      30 FMA=EK(12,1)
0129      FMI=EK(12-1,1)
0130      33 FME=(FMA+FMI)/2
0131      XME=(1-U)-ES/FME
0132      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0133      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 31
0134      IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0135      IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0136      GO TO 33
0137      31 I2=I2+1
0138      EK(12,1)=EK(12-1,1)
0139      EK(12,2)=EK(12-1,2)
0140      EK(12,3)=EK(12-1,3)
0141      EK(12,4)=EK(12-1,4)
0142      EK(12,5)=EK(12-1,5)
0143      EK(12-1,1)=FME
0144      EK(12-1,2)=-M/PNU
0145      EK(12-1,3)=-XME*FME
0146      EK(12-1,4)=EK(12-1,3)+FME*U
0147      EK(12-1,5)=EK(12-1,3)+FME*(1-U)
0148      GO TO 5
0149      40 FMA=EK(12,1)
0150      FMI=EK(12-1,1)
0151      43 FME=(FMA+FMI)/2
0152      XME=U+ES/FME
0153      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0154      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 41
0155      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0156      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0157      GO TO 43
0158      41 I2=I2+1
0159      EK(12,1)=EK(12-1,1)
0160      EK(12,2)=EK(12-1,2)
0161      EK(12,3)=EK(12-1,3)
0162      EK(12,4)=EK(12-1,4)
0163      EK(12,5)=EK(12-1,5)
0164      EK(12-1,1)=FME
0165      EK(12-1,2)=-M/PNU
0166      EK(12-1,3)=-XME*FME
0167      EK(12-1,4)=EK(12-1,3)+FME*U
0168      EK(12-1,5)=EK(12-1,3)+FME*(1-U)
0169      GO TO 5
0170      60 FMA=F
0171      FMI=EK(12,1)
0172      63 FME=(FMA+FMI)/2
0173      XME=(1-U)-.01/FME
0174      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0175      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 61
0176      IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0177      IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0178      GO TO 63

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

262.-

```

0179      61 I2=I2+1
0180      EK(I2,1)=FME
0181      IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0182      IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0183      EK(I2,3)=-XME*FME
0184      EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0185      EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0186      GO TO 2
0187      70 IF(PIVO.EQ.3) GO TO 80
0188      FMA=F
0189      FMI=EK(I2,1)
0190      73 FME=(FMI+FMA)/2
0191      XME=.0035*(1+F1)/FME
0192      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0193      IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 71
0194      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0195      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0196      GO TO 73
0197      71 I2=I2+1
0198      EK(I2,1)=FME
0199      IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0200      IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0201      EK(I2,3)=-FME*XME
0202      EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0203      EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0204      GO TO 2
0205      80 FMA=F
0206      FMI=EK(I2,1)
0207      83 FME=(FMA+FMI)/2
0208      XME=.002*(1+F1)/FME+3./7.
0209      CALL MYN (ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0210      IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 81
0211      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0212      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0213      GO TO 83
0214      81 I2=I2+1
0215      EK(I2,1)=FME
0216      IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0217      IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0218      EK(I2,3)=-XME*FME
0219      EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0220      EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0221      GO TO 2
0222      END
0223      SUBROUTINE MYN(ISEC,X,F,OM,U,F1,ES,M,N)
0224      REAL M,N
0225      N=0
0226      M=0
0227      ECUC=-.002*(1+F1)
0228      E1=-F*X
0229      C
0230      C      CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A M Y N
0231      C
0232      IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0233      IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0234      GO TO 30
0235      C
0236      C      ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0237      C
0238      10 DO 1 I=1,2
    
```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

263.-

```

39 IF(I.EQ.1)Z=U
40 IF(I.EQ.2)Z=1-U
41 S=TEN(Z,F,E1,ES)
42 N=N+S*OM/2
43 1 M=M+S*Z*OM/2
44 GO TO 40
15 C
16 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
17 C
18 20 Z=U
19 S=TEN(Z,F,E1,ES)
20 N=N+S*OM*3/8
21 M=M+S*OM*3/8*Z
22 Z=0.5
23 S=TEN(Z,F,E1,ES)
24 N=N+S*OM*2/8
25 M=M+S*OM*2/8*Z
26 Z=1-U
27 S=TEN(Z,F,E1,ES)
28 N=N+S*OM*3/8
29 M=M+S*OM*3/8*Z
30 GO TO 40
1 C
2 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS 4 CARAS ISEC=3
3 C
4 30 Z=U
5 S=TEN(Z,F,E1,ES)
6 N=N+S*OM/4
7 M=M+S*OM/4*Z
8 DZ=(1-Z*U)/50
9 Z=U-DZ/2
10 DO 31 I=1,50
11 Z=Z+DZ
12 S=TEN(Z,F,E1,ES)
13 N=N+S*OM/100
14 31 M=M+S*OM/100*Z
15 Z=1-U
16 S=TEN(Z,F,E1,ES)
17 N=N+S*OM/4
18 M=M+S*OM/4*Z
19 C
20 C CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
21 C
22 40 IF(X.LT.0) GO TO 3
23 X11=0
24 IF(ECUC.LT.E1)GO TO 2
25 X11=(ECUC-E1)/F
26 N=N-X11*.85
27 M=M-X11*X11/2*.85
28 2 X12=X
29 IF(X.GT.1)X12=1
30 N=N+SN(X12,E1,ECUC,F)-SN(X11,E1,ECUC,F)
31 M=M+SM(X12,E1,ECUC,F)-SM(X11,E1,ECUC,F)
32 3 M=M-N/2
33 RETURN
34 END
35 FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
36 SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
37 *E1*(E1-2*ECUC))*XX
38 RETURN

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

264.-

```

0299  END
0300  FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0301  SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0302  *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0303  RETURN
0304  END
0305  FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0306  F=F*Z+E1
0307  TEN=E/ES
0308  IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0.)TEN=1.
0309  IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0.)TEN=-1.
0310  RETURN
0311  END
0312  ENDS

```

APENDICE 3 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
METODO COLUMNA MODELO

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

HW2102 T=00003 IS ON CR00009 USING 00024 BLKS R=0000

266.-

```

0001 FTN4,L
0002 PROGRAM H2102
0003 C
0004 C CURVAS DE INTERACCION
0005 C METODO DEFORMADA SINUSOIDAL
0006 C SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES
0007 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0008 C 141179
0009 C
0010 DIMENSION EK(200,5)
0011 REAL M,N,N1,N2,NP,L
0012 READ(5,*)NSAL
0013 C
0014 C NSAL: IMPRESORA 2 PLOTTER E IMPRESORA
0015 C 5 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0016 C
0017 IF(NSAL.EQ.1) GO TO 1
0018 IF(NSAL.EQ.3)GO TO 7
0019 CALL IBOJO
0020 PAUSE
0021 GO TO 1
0022 7 CALL PLTLU(7)
0023 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0024 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0025 1 READ(5,*)NCUR
0026 C
0027 C NCUR:NUMERO DE ORDEN DE LA CURVA. NCUR MAYOR QUE 100 STOP
0028 C
0029 IF(NCUR.GT.100) GO TO 4
0030 READ(5,*)L,RE,U,FI,ES,OM,ISEC
0031 C
0032 C L:ESBELTEZ GEOMETRICA
0033 C RE:RELACION DE EXCENTRICIDADES E1/E2
0034 C U:RECUBRIMIENTO RELATIVO
0035 C FI:COEFICIENTE DE FLUENCIA
0036 C ES:DEFORMACION ARMADURA PARA FYD
0037 C OM:CUANTIA MECANICA
0038 C ISEC:TIPO DE SECCION
0039 C
0040 WRITE(6,999)ISEC,L,RE,OM,U,FI,ES
0041 PNU=-.0001
0042 CALL EHHR(ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,12)
0043 IROT=1
0044 E2TANG=0.
0045 ETANG=0.
0046 WRITE(6,1000)IROT,PNU,EK(12,2),E2TANG,ETANG,EK(12,1),EK(12,3),
0047 *EK(12,4),EK(12,5)
0048 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,EK(12,2)*30.,3)
0049 PNU=-.1
0050 DPNU=-.1
0051 2 CALL EHHR(ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,12)
0052 CALL TANG(EK,12,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,EA1,EA2)
0053 IF(E2TANG.LT.0.05) GO TO 3
0054 PMU=-PNU*E2TANG
0055 IROT=1
0056 IF(CTANG.LT.EK(12,1))IROT=2
0057 WRITE(6,1000)IROT,PNU,PMU,E2TANG,ETANG,CTANG,EC,EA1,EA2
0058 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-PNU*12.,PMU*30.,2)

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

267.-

```

0059      PNU=PNU+DPNU
0060      GO TO 2
0061      3 PMI=PNU-DPNU
0062      PMA=PNU
0063      5 PME=(PMI+PMA)/2
0064      CALL EHRH(ISEC,PME,OM,U,FI,ES,EK,I2)
0065      CALL TANG(EK,I2,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,EA1,EA2)
0066      IF(ABS(E2TANG-0.05).LT.0.001)GO TO 6
0067      IF(E2TANG.GT.0.05)PMI=PME
0068      IF(E2TANG.LT.0.05)PMA=PME
0069      GO TO 5
0070      6 IROT=1
0071      IF(CTANG.LT.EK(I2,1))IROT=2
0072      PMU=-PME*.05
0073      WRITE(6,1000)IROT,PME,PMU,E2TANG,ETANG,CTANG,EC,EA1,EA2
0074      IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-PME*12.,PMU*30.,2)
0075      GO TO 1
0076      999 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACION",//,
0077      *1X,"METODO DEFORMADA SINUSOIDAL",
0078      *//,1X,"SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",//,
0079      *1X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,I1,//,
0080      *1X,"ESHELTEZ GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0081      *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,1X,"CUANTIA MECANICA"
0082      *,," TOTAL=",2X,F5.2,/,1X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0083      *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=",2X,F5.2,/,1X,"DEFORMACION DE"
0084      *,," FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,5/,3X," ROT",
0085      *,,"      N      M      E2TANG      ETANG      CTANG      E1",
0086      *,,"      EA1      EA2",//)
0087      1000 FORMAT(5X,I1,8(2X,F7.5))
0088      4 CALL PLOT(0.,-5.,3)
0089      STOP
0090      END
0091      SUBROUTINE EHRH (ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,I2)
0092      DIMENSION EK(200,5)
0093      REAL M,N
0094      I2=1
0095      EK(1,1)=0
0096      EK(1,2)=0
0097      EK(1,3)=0.
0098      EK(1,4)=0.
0099      EK(1,5)=0.
0100      DF=.00015
0101      F=.00015
0102      4 E1=.01-F*(1-U)
0103      XMI=-E1/F
0104      CALL MYN(ISEC,XMI,F,OM,U,FI,ES,M,PMI)
0105      IF(F.LE.(-.0035*(1+E1)))GO TO 106
0106      IPIVO=2
0107      XMA=0.0035*(1+FI)/F
0108      GO TO 107
0109      106 IPIVO=3
0110      XMA=3./7.+0.002*(1+FI)/F
0111      107 CALL MYN(ISEC,XMA,F,OM,U,FI,ES,M,PMA)
0112      IF(PNU.GT.PMI)GO TO 60
0113      IF(PNU.LT.PMA) GO TO 70
0114      7 XMED=(XMA+XMI)/2
0115      CALL MYN(ISEC,XMED,F,OM,U,FI,ES,M,PMED)
0116      IF(ABS(PMED-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0117      IF(PMED.LT.PNU)XMA=XMED
0118      IF(PMED.GT.PNU)XMI=XMED

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

268.-

```

0119      GO TO 7
0120      3 I2=I2+1
0121      EK(I2,1)=F
0122      EK(I2,2)=-M/PNU
0123      EK(I2,3)=-XME*F
0124      EK(I2,4)=EK(I2,3)+F*U
0125      EK(I2,5)=EK(I2,3)+F*(1-U)
0126      IF(EK(I2,5).GT.ES.AND.EK(I2-1,5).LT.ES)GO TO 30
0127      IF(EK(I2,4).LT.-ES.AND.EK(I2-1,4).GT.-ES)GO TO 40
0128      5 F=F+DF
0129      GO TO 4
0130      2 RETURN
0131      30 FMA=EK(I2,1)
0132      FMI=EK(I2-1,1)
0133      33 FME=(FMA+FMI)/2
0134      XME=(1-U)-ES/FME
0135      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0136      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 31
0137      IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0138      IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0139      GO TO 33
0140      31 I2=I2+1
0141      EK(I2,1)=EK(I2-1,1)
0142      EK(I2,2)=EK(I2-1,2)
0143      EK(I2,3)=EK(I2-1,3)
0144      EK(I2,4)=EK(I2-1,4)
0145      EK(I2,5)=EK(I2-1,5)
0146      EK(I2-1,1)=FME
0147      EK(I2-1,2)=-M/PNU
0148      EK(I2-1,3)=-XME*FME
0149      EK(I2-1,4)=EK(I2-1,3)+FME*U
0150      EK(I2-1,5)=EK(I2-1,3)+FME*(1-U)
0151      GO TO 5
0152      40 FMA=EK(I2,1)
0153      FMI=EK(I2-1,1)
0154      43 FME=(FMA+FMI)/2
0155      XME=U+ES/FME
0156      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0157      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 41
0158      IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0159      IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0160      GO TO 43
0161      41 I2=I2+1
0162      EK(I2,1)=EK(I2-1,1)
0163      EK(I2,2)=EK(I2-1,2)
0164      EK(I2,3)=EK(I2-1,3)
0165      EK(I2,4)=EK(I2-1,4)
0166      EK(I2,5)=EK(I2-1,5)
0167      EK(I2-1,1)=FME
0168      EK(I2-1,2)=-M/PNU
0169      EK(I2-1,3)=-XME*FME
0170      EK(I2-1,4)=EK(I2-1,3)+FME*U
0171      EK(I2-1,5)=EK(I2-1,3)+FME*(1-U)
0172      GO TO 5
0173      60 FMA=F
0174      FMI=EK(I2,1)
0175      63 FME=(FMA+FMI)/2
0176      XME=(1-U)-.01/FME
0177      CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0178      IF(ABS(N-PNU).LT..00001)GO TO 61

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

269.-

```

0179 IF(N.LI.PNU)FMA=FME
0180 IF(N.GI.PNU)FMI=FME
0181 GO TO 63
0182 61 12=12+1
0183 EK(12,1)=FME
0184 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(12,2)=M
0185 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(12,2)=-M/PNU
0186 EK(12,3)=-XME*FME
0187 EK(12,4)=EK(12,3)+FME*U
0188 EK(12,5)=EK(12,3)+FME*(1-U)
0189 GO TO 2
0190 70 IF(PIVO.EQ.3) GO TO 80
0191 FMA=F
0192 FMI=EK(12,1)
0193 73 FME=(FMI+FMA)/2
0194 XME=.0045*(1+F1)/FME
0195 CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0196 IF(ABS(N-PNU).LI..00001) GO TO 71
0197 IF(N.LI.PNU)FMI=FME
0198 IF(N.GI.PNU)FMA=FME
0199 GO TO 73
0200 71 12=12+1
0201 EK(12,1)=FME
0202 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(12,2)=M
0203 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(12,2)=-M/PNU
0204 EK(12,3)=-FME*XME
0205 EK(12,4)=EK(12,3)+FME*U
0206 EK(12,5)=EK(12,3)+FME*(1-U)
0207 GO TO 2
0208 80 FMA=F
0209 FMI=EK(12,1)
0210 83 FME=(FMA+FMI)/2
0211 XME=.002*(1+F1)/FME+3./7.
0212 CALL MYN (ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0213 IF(ABS(N-PNU).LI..00001) GO TO 81
0214 IF(N.LI.PNU)FMI=FME
0215 IF(N.GI.PNU)FMA=FME
0216 GO TO 83
0217 81 12=12+1
0218 EK(12,1)=FME
0219 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(12,2)=M
0220 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(12,2)=-M/PNU
0221 EK(12,3)=-XME*FME
0222 EK(12,4)=EK(12,3)+FME*U
0223 EK(12,5)=EK(12,3)+FME*(1-U)
0224 GO TO 2
0225 END
0226 SUBROUTINE MYN(ISEC,X,F,OM,U,F1,ES,M,N)
0227 REAL M,N
0228 N=D
0229 M=0
0230 ECUC=-.002*(1+F1)
0231 F1=-EAX
0232 C
0233 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A M Y N
0234 C
0235 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0236 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0237 GO TO 30
0238 C

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

269.-

```

0179 IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0180 IF(N.GI.PNU)FMI=FME
0181 GO TO 63
0182 61 I2=I2+1
0183 EK(I2,1)=FME
0184 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0185 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0186 EK(I2,3)=-XME*FME
0187 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0188 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0189 GO TO 2
0190 70 IF(IPIVO.EQ.3) GO TO 80
0191 FMA=F
0192 FMI=EK(I2,1)
0193 73 FME=(FMI+FMA)/2
0194 XME=.0035*(1+F1)/FME
0195 CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0196 IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 71
0197 IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0198 IF(N.GI.PNU)FMA=FME
0199 GO TO 73
0200 71 I2=I2+1
0201 EK(I2,1)=FME
0202 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0203 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0204 EK(I2,3)=-FME*XME
0205 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0206 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0207 GO TO 2
0208 80 FMA=F
0209 FMI=EK(I2,1)
0210 83 FME=(FMA+FMI)/2
0211 XME=.002*(1+F1)/FME+3./7.
0212 CALL MYN(ISEC,XME,FME,OM,U,F1,ES,M,N)
0213 IF(ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 81
0214 IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0215 IF(N.GI.PNU)FMA=FME
0216 GO TO 83
0217 81 I2=I2+1
0218 EK(I2,1)=FME
0219 IF(PNU.EQ.-0.0001)EK(I2,2)=M
0220 IF(PNU.NE.-0.0001)EK(I2,2)=-M/PNU
0221 EK(I2,3)=-XME*FME
0222 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0223 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0224 GO TO 2
0225 END
0226 SUBROUTINE MYN(ISEC,X,F,OM,U,F1,ES,M,N)
0227 REAL M,N
0228 N=0
0229 M=0
0230 ECUC=-.002*(1+F1)
0231 F1=-EAX
0232 C
0233 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A M Y N
0234 C
0235 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0236 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0237 GO TO 30
0238 C

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

0239	C	ARMADURA SIMEIRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1	270.-
0240	C		
0241		10 DO 1 I=1,2	
0242		IF(1.EQ.1)Z=U	
0243		IF(1.EQ.2)Z=1-U	
0244		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0245		N=N+S*OM/2	
0246		1 M=M+S*Z*OM/2	
0247		GO TO 40	
0248	C		
0249	C	B. REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2	
0250	C		
0251		20 Z=U	
0252		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0253		N=N+S*OM*3/8	
0254		M=M+S*OM*3/8*Z	
0255		Z=0.5	
0256		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0257		N=N+S*OM*2/8	
0258		M=M+S*OM*2/8*Z	
0259		Z=1-U	
0260		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0261		N=N+S*OM*3/8	
0262		M=M+S*OM*3/8*Z	
0263		GO TO 40	
0264	C		
0265	C	ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS 4 CARAS ISEC=3	
0266	C		
0267		30 Z=U	
0268		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0269		N=N+S*OM/4	
0270		M=M+S*OM/4*Z	
0271		DZ=(1-2*U)/50	
0272		Z=U-DZ/2	
0273		DO 31 I=1,50	
0274		Z=Z+DZ	
0275		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0276		N=N+S*OM/100	
0277		31 M=M+S*OM/100*Z	
0278		Z=1-U	
0279		S=TEN(Z,F,E1,ES)	
0280		N=N+S*OM/4	
0281		M=M+S*OM/4*Z	
0282	C		
0283	C	CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M	
0284	C		
0285		40 IF(X.LT.0) GO TO 3	
0286		X11=0	
0287		IF(ECUC.LT.E1)GO TO 2	
0288		X11=(ECUC-E1)/F	
0289		N=N-X11*.85	
0290		M=M-X11*X11/2*.85	
0291		2 X12=X	
0292		IF(X.GT.1)X12=1	
0293		N=N+SN(X12,E1,ECUC,F)-SN(X11,E1,ECUC,F)	
0294		M=M+SM(X12,E1,ECUC,F)-SM(X11,E1,ECUC,F)	
0295		3 M=M-N/2	
0296		RETURN	
0297		END	
0298		FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)	

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

271.-

```

0299 SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0300 *E1*(E1-2*ECUC))*XX
0301 RETURN
0302 END
0303 FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,E)
0304 SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0305 *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0306 RETURN
0307 END
0308 SUBROUTINE TANG(EK,112,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,EA1,EA2)
0309 DIMENSION EK(200,5)
0310 REAL L
0311 E2=0.
0312 CURREF=RES(EK(2,2),RE,E2,L)
0313 IF(EK(2,1).LT.CURREF) GO TO 7
0314 WRITE(6,1001)
0315 1001 FORMAT(2/,5X,"*** AXIL MAYOR QUE AXIL CRITICO ***")
0316 E2TANG=-1.
0317 RETURN
0318 7 E2A=EK(1,2)
0319 DO 1 J=2,112
0320 E2=E2COR(EK(J,1),EK(J,2),RE,L)
0321 IF(E2.LT.E2A)GO TO 2
0322 E2A=E2
0323 1 CONTINUE
0324 CTANG=EK(112,1)
0325 ETANG=EK(112,2)
0326 EC=EK(112,3)
0327 EA1=EK(112,4)
0328 EA2=EK(112,5)
0329 E2TANG=E2
0330 GO TO 3
0331 2 CTANG=EK(J-1,1)
0332 ETANG=EK(J-1,2)
0333 EC=EK(J-1,3)
0334 EA1=EK(J-1,4)
0335 EA2=EK(J-1,5)
0336 E2TANG=E2A
0337 3 RETURN
0338 END
0339 FUNCTION E2COR(CUR,E,RE,L)
0340 REAL L
0341 E2=0.
0342 CURREF=RES(E,RE,E2,L)
0343 IF(CUR.LT.CURREF) GO TO 5
0344 E2COR=0.
0345 RETURN
0346 5 CURLI=E/(L*L)*(ARCE1(RE)*ARCE1(RE))
0347 IF(CURLI.LT.CUR)GO TO 1
0348 E2COR=E
0349 RETURN
0350 1 EMA=E
0351 EMI=0.
0352 4 EME=(EMA+EMI)/2
0353 CME=RES(E,RE,EME,L)
0354 IF(ABS(CME-CUR).LT.ABS(CUR/2000.))GO TO 2
0355 IF(CME.GT.CUR)GO TO 3
0356 EMA=EME
0357 GO TO 4
0358 3 EMI=EME

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

272.-

```

0359      GO TO 4
0360      2 E2COR=E*E
0361      RETURN
0362      END
0363      FUNCTION RES(E,RE,E2,L)
0364      REAL L
0365      ARGE2=E2/E
0366      ARGE1=E2*RE/E
0367      RES=E/(L*L)*(ARCE2(ARGE2)-ARCE1(ARGE1))*
0368      *(ARCE2(ARGE2)-ARCE1(ARGE1))
0369      RETURN
0370      END
0371      FUNCTION ARCE2(X)
0372      IF(X.EQ.0) GO TO 1
0373      X1=SQRT(1-X*X)/X
0374      ARCE2=ATAN(X1)
0375      RETURN
0376      1 ARCE2=3.14159265/2
0377      RETURN
0378      END
0379      FUNCTION ARCE1(X)
0380      IF(X.EQ.0) GO TO 1
0381      IF(X.LT.0) GO TO 2
0382      X1=SQRT(1-X*X)/X
0383      ARCE1=-ATAN(X1)
0384      RETURN
0385      1 ARCE1=-3.14159265/2
0386      RETURN
0387      2 XABS=ABS(X)
0388      X1=SQRT(1-XABS*XABS)/XABS
0389      ARCE1=ATAN(X1)-3.14159265
0390      RETURN
0391      END
0392      SUBROUTINE IBUJO
0393      CALL PLITU(7)
0394      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0395      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0396      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0397      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0398      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0399      CALL PLOT(0.,0.,2)
0400      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0401      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0402      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0403      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0404      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0405      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0406      DO 1 I=1,18
0407      PASO=I
0408      X=1.2*PASO
0409      XN=0.1*PASO
0410      CALL PLOT(X,0.,3)
0411      CALL PLOT(X,-1,2)
0412      CALL NUMB(X,-.5,2,XN,0.,1)
0413      1 CONTINUE
0414      DO 2 I=1,10
0415      PASO=I
0416      Y=1.5*PASO
0417      YN=0.05*PASO
0418      CALL PLOT(0.,Y,3)

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

273.-

```
0419 CALL PLOT(-.1,Y,2)
0420 CALL NUMB(-1.,Y.,2.,YN,0.,2)
0421 2 CONTINUE
0422 RETURN
0423 END
0424 FUNCTION TEN(Z,F,F1,ES)
0425 E=F+Z+F1
0426 TEN=E/ES
0427 IF(ABS(E).GE.FS.AND.F.GT.0.)TEN=1.
0428 IF(ABS(F).GE.(S.AND.E.LT.0.)TEN=-1.
0429 RETURN
0430 END
0431 FEND$
```


APENDICE 4 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
METODO DEFORMADA SENOIDAL

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

HH3CM T=00003 IS ON CR00009 USING 00024 BLKS R=0000

275.-

```

0001 FIN*,L
0002 PROGRAM H3CM
0003 C
0004 C CURVAS DE INTERACCION
0005 C HIPOTESIS DEFORMADA SINUSOIDAL - CASO 1
0006 C METODO COLUMNA MODELO
0007 C SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES
0008 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0009 C 141179
0010 C
0011 DIMENSION EK(200,5)
0012 REAL M,N,M1,M2,NP,L
0013 READ(5,*)NSAL
0014 C
0015 C NSAL: 1 IMPRESORA 2 PLOTTER E IMPRESORA
0016 C 3 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0017 C
0018 IF(NSAL.EQ.1) GO TO 1
0019 IF(NSAL.EQ.3) GO TO 7
0020 CALL IBUJO
0021 PAUSE
0022 GO TO 1
0023 7 CALL PLTLU(7)
0024 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0025 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0026 1 READ(5,*)NCUR
0027 C
0028 C NCUR: NUMERO DE ORDEN DE LA CURVA. NCUR MAYOR QUE 100 STOP
0029 C
0030 IF(NCUR.GT.100) GO TO 4
0031 READ(5,*)L,RE,U,FI,ES,OM,ISEC
0032 C
0033 C L: ESBELIEZ GEOMETRICA
0034 C RE: RELACION DE EXCENTRICIDADES E1/E2
0035 C U: RECURRIMIENTO RELATIVO
0036 C FI: COEFICIENTE DE FLUENCIA
0037 C ES: DEFORMACION ARMADURA PARA FYD
0038 C OM: CUANTIA MECANICA
0039 C ISEC: TIPO DE SECCION
0040 C
0041 WRITE(6,999)ISEC,L,RE,OM,U,FI,ES
0042 PNU=-.0001
0043 CALL EHHR(ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,12)
0044 IROT=1
0045 E2TANG=0.
0046 ETANG=0.
0047 WRITE(6,1000)IROT,PNU,EK(12,2),E2TANG,ETANG,EK(12,1),EK(12,3),
0048 *EK(12,4),EK(12,5)
0049 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,EK(12,2)*30.,3)
0050 PNU=-.1
0051 DPNU=-.1
0052 2 CALL EHHR(ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,12)
0053 CALL TANG(EK,12,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,EA1,EA2)
0054 IF(E2TANG.LT.0.05) GO TO 3
0055 PMU=-PNU*E2TANG
0056 IROT=1
0057 IF(CTANG.LT.EK(12,1))IROT=2
0058 WRITE(6,1000)IROT,PNU,PMU,E2TANG,ETANG,CTANG,EC,EA1,EA2

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

276.-

```

0050 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-PNU*12.,PMU*30.,2)
0060 PNU=PNU+DPNU
0061 GO TO 2
0062 3 PMI=PNU-DPNU
0063 PMA=PNU
0064 5 PME=(PMI+PMA)/2
0065 CALL FMHR(ISEC,PME,OM,U,FI,ES,EK,12)
0066 CALL TANG(EK,12,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,EA1,EA2)
0067 IF(ABS(E2TANG-0.05).LT.0.001)GO TO 6
0068 IF(E2TANG.GT.0.05)PMI=PME
0069 IF(E2TANG.LT.0.05)PMA=PME
0070 GO TO 5
0071 6 IROT=1
0072 IF(CTANG.LT.EK(12,1))IROT=2
0073 PMU=-PME*.05
0074 WRITE(6,1000)IROT,PME,PMU,E2TANG,ETANG,CTANG,EC,EA1,EA2
0075 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-PME*12.,PMU*30.,2)
0076 GO TO 1
0077 999 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACCION",//,
0078 *1X,"HIPOTESIS DEFORMADA SINUSOIDAL - CASO 1",//,
0079 *1X,"METODO COLUMNA MODELO",//,
0080 *1X,"SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",//,
0081 *1X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,11,//,
0082 *1X,"ESQUEMA GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0083 *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,1X,"CUANTIA MECANICA"
0084 *, " TOTAL=",2X,F5.2,/,1X,"RECURRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0085 *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=",2X,F5.2,/,1X,"DEFORMACION DE"
0086 *, " FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,/,3X," ROT",
0087 *, " N M E2TANG ETANG CTANG E1",
0088 *, " EA1 EA2",//)
0089 1000 FORMAT(5X,11,8(2X,F7.5))
0090 4 CALL PLOT(0.,-5.,3)
0091 STOP
0092 END
0093 SUBROUTINE FMHR (ISEC,PNU,OM,U,FI,ES,EK,12)
0094 DIMENSION EK(200,5)
0095 REAL M,N
0096 I2=1
0097 EK(1,1)=0
0098 EK(1,2)=0
0099 EK(1,3)=0
0100 EK(1,4)=0
0101 EK(1,5)=0
0102 DF=.00015
0103 F=.00015
0104 4 F1=.01-F*(1-I)
0105 XMI=-F1/I
0106 CALL MYN(ISEC,XMI,F,OM,U,FI,ES,M,PMI)
0107 IF(F.LF.((.0035*(1+F1)))GO TO 106
0108 IPIV=2
0109 XMA=.0035*(1+F1)/F
0110 GO TO 107
0111 106 IPIV=3
0112 XMA=3./7.+.002*(1+F1)/F
0113 107 CALL MYN(ISEC,XMA,F,OM,U,FI,ES,M,PMA)
0114 IF(PNU.GT.PMI)GO TO 60
0115 IF(PNU.LT.PMA)GO TO 70
0116 7 XME=(XMA+XMI)/2
0117 CALL MYN(ISEC,XME,F,OM,U,FI,ES,M,PMED)
0118 IF(ABS(PMED-PNU).LT.0.00001)GO TO 3

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

277.-

```

0119 IF(PMED.LT.PNU)XMA=XMED
0120 IF(PMED.GT.PNU)XMI=XMED
0121 GO TO 7
0122 3 I2=I2+1
0123 EK(I2,1)=F
0124 EK(I2,2)=-M/PNU
0125 EK(I2,3)=-XMED*F
0126 EK(I2,4)=FK(I2,3)+F*U
0127 EK(I2,5)=FK(I2,3)+F*(1-U)
0128 IF(FK(I2,5).GT.FS.AND.FK(I2-1,5).LT.FS)GO TO 30
0129 IF(EK(I2,4).LT.-FS.AND.FK(I2-1,4).GT.-FS)GO TO 40
0130 5 F=F+DF
0131 GO TO 4
0132 2 RETURN
0133 30 FMA=EK(I2,1)
0134 FMI=FK(I2-1,1)
0135 33 FME=(FMA+FMI)/2
0136 XME=(1-U)-FS/FME
0137 CALL MYN(1SEC,XMF,FME,OM,U,FI,FS,M,N)
0138 IF(ABS(M-PNU).LT..00001)GO TO 31
0139 IF(N.LT.PNU)FMA=FME
0140 IF(N.GT.PNU)FMI=FME
0141 GO TO 33
0142 31 I2=I2+1
0143 FK(I2,1)=FK(I2-1,1)
0144 FK(I2,2)=FK(I2-1,2)
0145 FK(I2,3)=FK(I2-1,3)
0146 EK(I2,4)=FK(I2-1,4)
0147 EK(I2,5)=FK(I2-1,5)
0148 FK(I2-1,1)=FME
0149 FK(I2-1,2)=-M/PNU
0150 FK(I2-1,3)=-XMF+FME
0151 EK(I2-1,4)=FK(I2-1,3)+FME*U
0152 EK(I2-1,5)=FK(I2-1,3)+FME*(1-U)
0153 GO TO 5
0154 40 FMA=EK(I2,1)
0155 FMI=FK(I2-1,1)
0156 43 FME=(FMA+FMI)/2
0157 XME=U+FS/FME
0158 CALL MYN(1SEC,XME,FME,OM,U,FI,FS,M,N)
0159 IF(ABS(M-PNU).LT..00001)GO TO 41
0160 IF(N.LT.PNU)FMI=FME
0161 IF(N.GT.PNU)FMA=FME
0162 GO TO 43
0163 41 I2=I2+1
0164 FK(I2,1)=FK(I2-1,1)
0165 FK(I2,2)=FK(I2-1,2)
0166 EK(I2,3)=FK(I2-1,3)
0167 EK(I2,4)=FK(I2-1,4)
0168 EK(I2,5)=FK(I2-1,5)
0169 FK(I2-1,1)=FME
0170 FK(I2-1,2)=-M/PNU
0171 EK(I2-1,3)=-XME*FME
0172 EK(I2-1,4)=EK(I2-1,3)+FME*U
0173 EK(I2-1,5)=EK(I2-1,3)+FME*(1-U)
0174 GO TO 5
0175 60 FMA=F
0176 FMI=EK(I2,1)
0177 63 FME=(FMA+FMI)/2
0178 XME=(1-U)-.01/FME

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

278.-

```

0179 CALL MYN (ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0180 IF (ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 61
0181 IF (N.LT.PNU) FMA=FME
0182 IF (N.GT.PNU) FMI=FME
0183 GO TO 63
0184 61 I2=I2+1
0185 EK(I2,1)=FME
0186 IF (PNU.EQ.-0.0001) EK(I2,2)=M
0187 IF (PNU.NE.-0.0001) EK(I2,2)=-M/PNU
0188 EK(I2,3)=-XME+FME
0189 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0190 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0191 GO TO 2
0192 70 IF (IPIVD.EQ.3) GO TO 80
0193 FMA=F
0194 FMI=EK(I2,1)
0195 73 FME=(FMI+FMA)/2
0196 XME=.0035*(1+FI)/FME
0197 CALL MYN (ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0198 IF (ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 71
0199 IF (N.LT.PNU) FMI=FME
0200 IF (N.GT.PNU) FMA=FME
0201 GO TO 73
0202 71 I2=I2+1
0203 EK(I2,1)=FME
0204 IF (PNU.EQ.-0.0001) EK(I2,2)=M
0205 IF (PNU.NE.-0.0001) EK(I2,2)=-M/PNU
0206 EK(I2,3)=-FME*XME
0207 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0208 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0209 GO TO 2
0210 80 FMA=F
0211 FMI=EK(I2,1)
0212 83 FME=(FMA+FMI)/2
0213 XME=.002*(1+FI)/FME+3./7.
0214 CALL MYN (ISEC,XME,FME,OM,U,FI,ES,M,N)
0215 IF (ABS(N-PNU).LT..00001) GO TO 81
0216 IF (N.LT.PNU) FMI=FME
0217 IF (N.GT.PNU) FMA=FME
0218 GO TO 83
0219 81 I2=I2+1
0220 EK(I2,1)=FME
0221 IF (PNU.EQ.-0.0001) EK(I2,2)=M
0222 IF (PNU.NE.-0.0001) EK(I2,2)=-M/PNU
0223 EK(I2,3)=-XME+FME
0224 EK(I2,4)=EK(I2,3)+FME*U
0225 EK(I2,5)=EK(I2,3)+FME*(1-U)
0226 GO TO 2
0227 END
0228 SUBROUTINE MYN (ISEC,X,F,OM,U,FI,ES,M,N)
0229 REAL M,N
0230 N=0
0231 M=0
0232 FCUC=-.002*(1+FI)
0233 E1=-F*X
0234 C
0235 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A M Y N
0236 C
0237 IF (ISEC.EQ.1) GO TO 10
0238 IF (ISEC.EQ.2) GO TO 20

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

279.-

0239 GO TO 30

0240 C

0241 C ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1

0242 C

0243 10 DO 1 I=1,2

0244 IF(I.EQ.1)Z=U

0245 IF(I.EQ.2)Z=1-U

0246 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0247 N=N+S*OM/2

0248 1 M=M+S*Z*OM/2

0249 GO TO 40

0250 C

0251 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2

0252 C

0253 20 Z=U

0254 S=TEN(Z,F,F1,ES)

0255 N=N+S*OM*3/8

0256 M=M+S*OM*3/8*Z

0257 Z=0.5

0258 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0259 N=N+S*OM*2/8

0260 M=M+S*OM*2/8*Z

0261 Z=1-U

0262 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0263 N=N+S*OM*3/8

0264 M=M+S*OM*3/8*Z

0265 GO TO 40

0266 C

0267 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS 4 CARAS ISEC=3

0268 C

0269 30 Z=U

0270 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0271 N=N+S*OM/4

0272 M=M+S*OM/4*Z

0273 DZ=(1-2*U)/50

0274 Z=U-DZ/2

0275 DO 31 I=1,50

0276 Z=Z+DZ

0277 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0278 N=N+S*OM/100

0279 31 M=M+S*OM/100*Z

0280 Z=1-U

0281 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0282 N=N+S*OM/4

0283 M=M+S*OM/4*Z

0284 C

0285 C CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N.Y.M

0286 C

0287 40 IF(X.LT.0) GO TO 3

0288 X11=0

0289 IF(FCUC.LT.F1)GO TO 2

0290 X11=(FCUC-F1)/F

0291 N=X11*.85

0292 M=M-X11*X11/2*.85

0293 2 X12=X

0294 IF(X.GT.1)X12=1

0295 N=N+SM(X12,F1,FCUC,F)-SM(X11,F1,FCUC,F)

0296 M=M+SM(X12,E1,FCUC,F)-SM(X11,E1,FCUC,F)

0297 3 M=M-N/2

0298 RETURN

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

280.-

```

0299      END
0300      FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
0301      SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0302      *F1*(E1-2*ECUC))*XX
0303      RETURN
0304      END
0305      FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0306      SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0307      *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0308      RETURN
0309      END
0310      SUBROUTINE TANG(EK,I12,L,RE,ETANG,CTANG,E2TANG,EC,FA1,EA2)
0311      DIMENSION EK(200,5)
0312      REAL L
0313      E2A=EK(1,2)
0314      DO 2 I=2,I12
0315      E2=EK(I,2)
0316      EE=E2*(.6+.4*RE)
0317      IF(RE.LT.-.5) EE=E2*.4
0318      CUR1=(E2-EE)*10/(LAL)
0319      IF(CUR1.GE.EK(1,1))GO TO 1
0320      EE=EK(1,2)-L*L*EK(1,1)/10
0321      E2=EE/(.6+.4*RE)
0322      IF(RE.LT.-.5)E2=EE/.4
0323      1 IF(E2.LT.E2A)GO TO 3
0324      E2A=E2
0325      2 CONTINUE
0326      E2TANG=E2
0327      CTANG=EK(I12,1)
0328      ETANG=EK(I12,2)
0329      EC=EK(I12,3)
0330      FA1=EK(I12,4)
0331      EA2=EK(I12,5)
0332      GO TO 4
0333      3 E2TANG=E2A
0334      CTANG=EK(1-1,1)
0335      ETANG=EK(1-1,2)
0336      EC=EK(1-1,3)
0337      FA1=EK(1-1,4)
0338      EA2=EK(1-1,5)
0339      4 RETURN
0340      END
0341      SUBROUTINE ITRUJO
0342      CALL PLTLU(7)
0343      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0344      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0345      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0346      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0347      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0348      CALL PLOT(0.,0.,2)
0349      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0350      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0351      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0352      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0353      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0354      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0355      DO 1 I=1,18
0356      PASO=I
0357      X=1.2*PASO
0358      XN=0.1*PASO

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

281.-

```

0359      CALL PLOT(X,0.,3)
0360      CALL PLOT(X,-.1,2)
0361      CALL NUMB(X,-.5..2,XN,0.,1)
0362      1 CONTINUE
0363      DO 2 I=1,10
0364          PASO=1
0365          Y=1.5*PASO
0366          YN=0.05*PASO
0367          CALL PLOT(0.,Y,3)
0368          CALL PLOT(-.1,Y,2)
0369          CALL NUMB(-1.,Y..2,YN,0.,2)
0370      2 CONTINUE
0371      RETURN
0372      END
0373      FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0374          E=F*Z+E1
0375          TEN=E/ES
0376          IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0.)TEN=1.
0377          IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0.)TEN=-1.
0378      RETURN
0379      END
0380      ENDS
    
```


APENDICE 5 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
NORMA INGLESA CP 110 -72

instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

HW3CP T=00003 IS ON CR00009 USING 00013 BLKS P=0000

283.-

```

0001 FTN4,L
0002 PROGRAM H3CP
0003 C CURVAS DE INTERACCION
0004 C CP=110
0005 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0006 C 240979
0007 C
0008 REAL M,N,L
0009 C
0010 READ(5,*)NSAL
0011 C
0012 C NSAL=1 IMPRESORA 2 IMPRESORA Y PLOTTER
0013 C 3 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0014 C
0015 IF(NSAL.EQ.1)GO TO 1
0016 IF(NSAL.EQ.3)GO TO 20
0017 CALL TBUJO
0018 PAUSE
0019 GO TO 1
0020 20 CALL PLTLU(7)
0021 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0022 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0023 1 READ(5,*)NCUR
0024 C
0025 C NCUR=NUMERO DE LA CURVA DIBUJADA, NCUR MAYOR 100 STOP
0026 C
0027 IF(NCUR.GT.100)GO TO 2
0028 READ(5,*)U,ES,OM,L,RE,ISEC
0029 C
0030 C U:RECUBRIMIENTO RELATIVO HP/H
0031 C ES:DEFORMACION ARMADURA PASIVA PARA FYD
0032 C OM:CUANTIA MECANICA
0033 C L: ESBELTEZ GEOMETRICA
0034 C RE=E1/E2
0035 C ISEC: TIPO DE SECCION
0036 C
0037 WRITE(6,1000)ISEC,L,RE,OM,U,ES
0038 PINI=0.
0039 DPNU=-0.1
0040 PNU=PINI
0041 7 XMI=0.
0042 XMA=30.
0043 5 XME=(XMA+XMI)/2
0044 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0045 IF(ABS(N-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0046 IF(N.GT.PNU)GO TO 4
0047 XMA=XME
0048 GO TO 5
0049 4 XMI=XME
0050 GO TO 5
0051 3 IF(PNU.EQ.0)GO TO 10
0052 CALL EXCP(M,PNU,L,OM,ES,U,RE,NCUR,ISEC,EF,E2CP,EACP)
0053 GO TO 26
0054 10 EF=1000
0055 E2CP=1000
0056 EACP=0.
0057 26 IF(E2CP.LT..05)GO TO 21
0058 WRITE(6,1001)PNU,M,EF,E2CP,EACP

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

284.-

```

0059 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.EQ.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,3)
0060 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.LT.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,2)
0061 PNU=PNU+DPNU
0062 GO TO 7
0063 21 PMI=PNU-DPNU
0064 PMA=PNU
0065 25 PME=(PMA+PMI)/2
0066 XMI=0.
0067 XMA=30.
0068 22 XME=(XMA+XMI)/2
0069 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0070 IF(ABS(N-PME).LT.0.00001)GO TO 23
0071 IF(N.GT.PME)XMI=XME
0072 IF(N.LT.PME)XMA=XME
0073 GO TO 22
0074 23 CALL FXCP(M,N,L,OM,ES,U,RE,NCUR,ISEC,EF,E2CP,EACP)
0075 IF(ABS(E2CP-.05).LT.0.00001)GO TO 24
0076 IF(E2CP.GT..05)PMI=PMF
0077 IF(E2CP.LT..05)PMA=PME
0078 GO TO 25
0079 24 WRITE(6,1001)N,M,EF,E2CP,EACP
0080 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-N*12.,M*30.,2)
0081 GO TO 1
0082 1000 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACION",//,
0083 *1X,"CP-110",/,
0084 *1X,"SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",/,
0085 *1X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,I1,/,
0086 *1X,"ESBELTEZ GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0087 *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,
0088 *1X,"CUANTIA MECANICA TOTAL=",2X,F5.2,/,
0089 *1X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0090 *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=NO SE CONSIDERA",/,
0091 *1X,"DEFORMACION DE FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,
0092 *///,5X," N M E E2 EA",//)
0093 1001 FORMAT(5X,5(2X,F7.5))
0094 2 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,-5.,3)
0095 STOP
0096 END
0097 SUBROUTINE MNR(ISEC,X,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0098 REAL M,N
0099 M=0.
0100 N=0.
0101 IF(X.LT.((1-U)*3.5/13.5))GO TO 1
0102 IF(X.LT.1)GO TO 2
0103 GO TO 3
0104 1 F=0.01/((1-U)-X)
0105 E1=-F*X
0106 GO TO 4
0107 2 E1=-0.0035
0108 F=0.0035/X
0109 GO TO 4
0110 3 F=0.002/(X-3./7.)
0111 E1=-F*X
0112 IF(F.LT.1.E-30)E1=-0.002
0113 C
0114 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A MYN
0115 C
0116 4 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0117 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0118 GO TO 30

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

285.-

```

0119 C
0120 C ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0121 C
0122 10 DO 11 I=1,2
0123 IF(I.EQ.1)Z=U
0124 IF(I.EQ.2)Z=1-U
0125 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0126 N=N+S*OM/2
0127 11 M=M+S*OM/2*Z
0128 GO TO 40
0129 C
0130 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
0131 C
0132 20 Z=U
0133 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0134 N=N+S*OM*3/8
0135 M=M+S*OM*3/8*Z
0136 Z=0.5
0137 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0138 N=N+S*OM*2/8
0139 M=M+S*OM*2/8*Z
0140 Z=1-U
0141 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0142 N=N+S*OM*3/8
0143 M=M+S*OM*3/8*Z
0144 GO TO 40
0145 C
0146 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS CARAS ISEC=3
0147 C
0148 30 Z=U
0149 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0150 N=N+S*OM/4
0151 M=M+S*OM/4*Z
0152 DZ=(1-2*U)/50
0153 Z=U+DZ/2
0154 DO 31 I=1,50
0155 Z=Z+DZ
0156 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0157 N=N+S*OM/100
0158 31 M=M+S*OM/100*Z
0159 Z=1-U
0160 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0161 N=N+S*OM/4
0162 M=M+S*OM/4*Z
0163 C
0164 C CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
0165 C
0166 40 IF(X.LT.0)GO TO 41
0167 X11=0.
0168 IF(=0.002.LT.(1-))GO TO 6
0169 X11=(-0.002-E1)/F
0170 N=N-X11*.85
0171 M=M-X11*X11/2*.85
0172 6 X12=X
0173 IF(X.GT.1)X12=1
0174 N=N+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)
0175 M=M+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)
0176 41 M=M-N/2
0177 EA1=U*F+E1
0178 EA2=(U-1)*F+E1
    
```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

286.-

```

0179      RETURN
0180      END
0181      FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
0182      SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0183      *E1*(E1-2*ECUC))*XX
0184      RETURN
0185      END
0186      FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0187      SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0188      *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0189      RETURN
0190      END
0191      SUBROUTINE 1BUJO
0192      CALL PLTLU(7)
0193      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0194      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0195      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0196      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0197      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0198      CALL PLOT(0.,0.,2)
0199      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0200      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0201      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0202      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0203      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0204      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0205      DO 1 I=1,18
0206      PASO=I
0207      X=1.2*PASO
0208      XN=0.1*PASO
0209      CALL PLOT(X,0.,3)
0210      CALL PLOT(X,-1,2)
0211      CALL NUMB(X,-.5,.2,XN,0.,1)
0212      1 CONTINUE
0213      DO 2 I=1,10
0214      PASO=I
0215      Y=1.5*PASO
0216      YN=0.05*PASO
0217      CALL PLOT(0.,Y,3)
0218      CALL PLOT(-.1,Y,2)
0219      CALL NUMB(-.1,Y,-.2,YN,0.,2)
0220      2 CONTINUE
0221      RETURN
0222      END
0223      FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0224      F=F*Z+E1
0225      TEN=E/ES
0226      IF(ABS(E).GE.ES.AND.F.GT.0)TFN=1.
0227      IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0)TEN=-1.
0228      RETURN
0229      END
0230      SUBROUTINE EXCP(M,PNU,L,OM,ES,U,RE,NCUR,ISEC,EF,F2CP,EACP)
0231      REAL L,M
0232      EF=-M/PNU
0233      EACP=L*L*(1.-.0035*L)/1750
0234      IF(NCUR,LT.50)GO TO 1
0235      PNUZ=-0.85-OM
0236      XRAL=3.5/(3.5+ES*1000)*(1-U)
0237      CALL MNRI(SEC,XBAL,OM,U,ES,M,PNBAL,E1,EA1,EA2,F)
0238      COEAS=(PNUZ-PNU)/(PNUZ-PNBAL)

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

287.-

```
0239      EACP=EACP*COFAS
0240      1 E2CP=(EF-EACP)/(.6+.4*RE)
0241      IF(RE.LT.-.5)E2CP=(EF-EACP)/.4
0242      M=-PNU*E2CP
0243      IF(E2CP.GT.EF)M=-PNU*EF
0244      IF(EACP.LT.0)EACP=0
0245      RETURN
0246      END
0247      END$
```

APENDICE 6 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
NORMA ALEMANA DIN 1045 -72

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

HH3DIN T=00003 IS ON CR00009 USING 00013 BLKS R=0000

289.-

```

0001 FTN4,L
0002 PROGRAM H3DIN
0003 C CURVAS DE INTERACCION
0004 C DIN=1045
0005 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0006 C 280180
0007 C
0008 REAL M,N,L
0009 C
0010 READ(5,*)NSAL
0011 C
0012 C NSAL=1 IMPRESORA 2 IMPRESORA Y PLOTTER
0013 C 3 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0014 C
0015 IF(NSAL.EQ.1)GO TO 1
0016 IF(NSAL.EQ.3)GO TO 20
0017 CALL IRUJO
0018 PAUSE
0019 GO TO 1
0020 20 CALL PLTLU(7)
0021 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0022 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0023 1 READ(5,*)NCUR
0024 C
0025 C NCUR=NUMERO DE LA CURVA DIBUJADA. NCUR MAYOR 100 STOP
0026 C
0027 IF(NCUR.GT.100)GO TO 2
0028 READ(5,*)U,ES,OM,L,RE,ISEC
0029 C
0030 C U:RECURRIMIENTO RELATIVO HP/H
0031 C ES:DEFORMACION ARMADURA PASIVA PARA FYD
0032 C OM:CUANTIA MECANICA
0033 C L: ESBELTEZ GEOMETRICA
0034 C RE=E1/E2
0035 C ISEC: TIPO DE SECCION
0036 C
0037 WRITE(6,1000)ISEC,L,RE,OM,U,ES
0038 PINI=0.
0039 DPNUI=-0.1
0040 PNU=PINI
0041 7 XMI=0.
0042 XMA=30.
0043 5 XME=(XMA+XMI)/2
0044 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0045 IF(ABS(N-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0046 IF(N.GT.PNU)GO TO 4
0047 XMA=XME
0048 GO TO 5
0049 4 XMI=XME
0050 GO TO 5
0051 3 IF(PNU.EQ.0)GO TO 10
0052 CALL EXDIN(M,PNU,L,RE,EF,E2DIN,EADIN)
0053 GO TO 26
0054 10 EF=1000
0055 E2DIN=1000
0056 EADIN=0
0057 26 IF(E2DIN.LT..05)GO TO 21
0058 WRITE(6,1001)PNU,M,EF,E2DIN,EADIN
    
```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

290.-

```

0059 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.EQ.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,3)
0060 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.LT.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,2)
0061 PNU=PNU+DPNU
0062 GO TO 7
0063 21 PMI=PNU-DPNU
0064 PMA=PNU
0065 25 PME=(PMA+PMI)/2
0066 XMI=0.
0067 XMA=30.
0068 22 XME=(XMA+XMI)/2
0069 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0070 IF(ABS(N-PME).LT.0.00001)GO TO 23
0071 IF(N.GT.PME)XMI=XME
0072 IF(N.LT.PME)XMA=XME
0073 GO TO 22
0074 23 CALL EXDIN(M,N,L,RE,EF,E2DIN,EADIN)
0075 IF(ABS(E2DIN-.05).LT..00001) GO TO 24
0076 IF(E2DIN.GT..05)PMI=PME
0077 IF(E2DIN.LT..05)PMA=PME
0078 GO TO 25
0079 24 WRITE(6,1001)N,M,EF,E2DIN,EADIN
0080 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-N*12.,M*30.,2)
0081 GO TO 1
0082 1000 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACION",//,
0083 *1X,"DIN=1045",/,
0084 *1X,"SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",/,
0085 *1X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,I1,/,
0086 *1X,"ESBELTEZ GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0087 *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,
0088 *1X,"CUANTIA MECANICA TOTAL=",2X,F5.2,/,
0089 *1X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0090 *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=NO SE CONSIDERA",/,
0091 *1X,"DEFORMACION DE FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,
0092 */////,5X," N M E E2 EA",//)
0093 1001 FORMAT(5X,5(2X,F7.5))
0094 2 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,-5.,3)
0095 STOP
0096 END
0097 SUBROUTINE MNR(ISEC,X,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0098 REAL M,N
0099 M=0.
0100 N=0.
0101 IF(X.LT.(((1-U)*3.5/13.5))GO TO 1
0102 IF(X.LT.1)GO TO 2
0103 GO TO 3
0104 1 F=0.01/(((1-U)-X)
0105 E1=-F*X
0106 GO TO 4
0107 2 E1=-0.0035
0108 F=0.0035/X
0109 GO TO 4
0110 3 F=0.002/(X-3./7.)
0111 E1=-F*X
0112 IF(F.LT.1.E-30)E1=-0.002
0113 C
0114 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A MYN
0115 C
0116 4 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0117 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0118 GO TO 30

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

291.-

```

0119 C
0120 C ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0121 C
0122 10 DO 11 I=1,2
0123 IF(I.EQ.1)Z=U
0124 IF(I.EQ.2)Z=1-U
0125 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0126 N=N+S*OM/2
0127 11 M=M+S*OM/2*Z
0128 GO TO 40
0129 C
0130 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
0131 C
0132 20 Z=U
0133 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0134 N=N+S*OM*3/R
0135 M=M+S*OM*3/R*Z
0136 Z=0.5
0137 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0138 N=N+S*OM*2/R
0139 M=M+S*OM*2/R*Z
0140 Z=1-U
0141 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0142 N=N+S*OM*3/R
0143 M=M+S*OM*3/R*Z
0144 GO TO 40
0145 C
0146 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS CARAS ISEC=3
0147 C
0148 30 Z=U
0149 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0150 N=N+S*OM/4
0151 M=M+S*OM/4*Z
0152 DZ=(1-2*U)/50
0153 Z=U-DZ/2
0154 DO 31 I=1,50
0155 Z=Z+DZ
0156 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0157 N=N+S*OM/100
0158 31 M=M+S*OM/100*Z
0159 Z=1-U
0160 S=TEN(Z,F,E1,ES)
0161 N=N+S*OM/4
0162 M=M+S*OM/4*Z
0163 C
0164 C CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
0165 C
0166 40 IF(X.LT.0)GO TO 41
0167 X11=0.
0168 IF(=0.002.LT.E1)GO TO 6
0169 X11=(=0.002-E1)/F
0170 N=N-X11*.85
0171 M=M-X11*X11/2+.85
0172 6 X12=X
0173 IF(X.GT.1)X12=1
0174 N=N+SN(X12,E1,-0.002,F)-SN(X11,E1,-0.002,F)
0175 M=M+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)
0176 41 M=M-N/2
0177 EA1=U+F+E1
0178 EA2=(U-1)*F+E1

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del comento

292.-

```

0179      RETURN
0180      END
0181      FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
0182      SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0183      *E1*(E1-2*ECUC))*XX
0184      RETURN
0185      END
0186      FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0187      SM=.85/(FCUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0188      *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0189      RETURN
0190      END
0191      SUBROUTINE TRAJO
0192      CALL PLTLU(7)
0193      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0194      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0195      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0196      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0197      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0198      CALL PLOT(0.,0.,2)
0199      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0200      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0201      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0202      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0203      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0204      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0205      DO 1 I=1,18
0206      PASO=I
0207      X=1.2*PASO
0208      XN=0.1*PASO
0209      CALL PLOT(X,0.,3)
0210      CALL PLOT(X,-.1,2)
0211      CALL NUMB(X,-.5,2,XN,0.,1)
0212      1 CONTINUE
0213      DO 2 I=1,10
0214      PASO=I
0215      Y=1.5*PASO
0216      YN=0.05*PASO
0217      CALL PLOT(0.,Y,3)
0218      CALL PLOT(-.1,Y,2)
0219      CALL NUMB(-.1,Y,2,YN,0.,2)
0220      2 CONTINUE
0221      RETURN
0222      END
0223      FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0224      E=F*Z+E1
0225      TEN=E/ES
0226      IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0)TEN=1.
0227      IF(ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0)TEN=-1.
0228      RETURN
0229      END
0230      SUBROUTINE EXDIN(M,PNU,L,RE,EF,E2DIN,EADIN)
0231      REAL L,M
0232      EF=-M/PNU
0233      COEK=(3.464*L-20)/160
0234      IF(EF.GE.3.5)E2DIN=EF
0235      IF(EF.LT.3.5.AND.EF.GE.2.5)E2DIN=(EF-(COEK*3.5))/(1-COEK)
0236      IF(EF.LT.2.5.AND.EF.GT..3.OR.E2DIN.LT.2.5)E2DIN=EF-COEK
0237      COE03=(3.464*L-20)/100
0238      IF(EF.LT..3.OR.E2DIN.LT..3)E2DIN=DINE(EF,COE03)

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

293.-

```
0239      E2DIN=E2DIN/(.65+.35*RE)
0240      M=-PNU*E2DIN
0241      IF(E2DIN.GT.EF)M=-PNU*EF
0242      EADIN=EF-E2DIN
0243      IF(EADIN.LT.0.)EADIN=0.
0244      RETURN
0245      END
0246      FUNCTION DINF(E,C)
0247      B=-(2*E+C*C)
0248      CC=E+E-(.1*C*C)
0249      DINF=(-B-SQRT(B*B-4*CC))/2
0250      RETURN
0251      END
0252      ENDS
```

APENDICE 7 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
NORMA AMERICANA ACI 318 -78

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

HM3ACI T=00003 IS ON CRO0009 USING 00013 BLKS R=0000

295.-

```

0001 FTNU,L
0002 PROGRAM H3ACI
0003 C CURVAS DE INTERACCION
0004 C ACI-318-78
0005 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0006 C 310180
0007 C
0008 REAL M,N,L
0009 C
0010 READ(5,*)NSAL
0011 C
0012 C NSAL=1 IMPRESORA 2 IMPRESORA Y PLOTTER
0013 C 3 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0014 C
0015 IF(NSAL.EQ.1)GO TO 1
0016 IF(NSAL.EQ.3)GO TO 20
0017 CALL IBOJO
0018 PAUSE
0019 GO TO 1
0020 20 CALL PLTLU(7)
0021 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0022 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0023 1 READ(5,*)NCUR
0024 C
0025 C NCUR=NUMERO DE LA CURVA DIBUJADA. NCUR MAYOR 100 STOP
0026 C
0027 IF(NCUR.GT.100)GO TO 2
0028 READ(5,*)U,ES,OM,L,RE,ISEC,FCD,FI
0029 C
0030 C U:RECUBRIMIENTO RELATIVO HP/H
0031 C ES:DEFORMACION ARMADURA PASIVA PARA FYD
0032 C OM:CUANTIA MECANICA
0033 C L: ESHELTEZ GEOMETRICA
0034 C RE=E1/E2
0035 C ISEC: TIPO DE SECCION
0036 C FCD: RESISTENCIA DE CALCULO DEL HORMIGON
0037 C FI: COEFICIENTE DE FLUENCIA
0038 C
0039 WRITE(6,1000)ISEC,L,RE,OM,U,FI,ES,FCD
0040 PINI=0.
0041 OPNU=-0.1
0042 PNU=PINI
0043 7 XMI=0.
0044 XMA=30.
0045 5 XME=(XMA+XMI)/2
0046 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0047 IF(ABS(N-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0048 IF(N.GT.PNU)GO TO 4
0049 XMA=XME
0050 GO TO 5
0051 4 XMI=XME
0052 GO TO 5
0053 3 IF(PNU.EQ.0)GO TO 10
0054 CALL EXACI(M,PNU,L,FI,U,ES,FCD,OM,RE,ISEC,NCUR,EE,E2ACI,RO)
0055 GO TO 26
0056 10 E2ACI=1000
0057 EE=1000
0058 RO=0
    
```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

296.-

```

0059 26 IF(E2ACI.LT..05)GO TO 21
0060 WRITE(6,1001)PNU,M,EF,E2ACI,RO
0061 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.EQ.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,3)
0062 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.LT.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,2)
0063 PNU=PNU+DPNU
0064 GO TO 7
0065 21 PMI=PNU-DPNU
0066 PMA=PNU
0067 25 PME=(PMA+PMI)/2
0068 XMI=0.
0069 XMA=30.
0070 22 XME=(XMA+XMI)/2
0071 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0072 IF(ABS(N-PME).LT.0.00001)GO TO 23
0073 IF(N.GT.PME)XMI=XME
0074 IF(N.LT.PME)XMA=XME
0075 GO TO 22
0076 23 CALL EXACI(M,N,L,F1,U,ES,FCO,OM,RE,ISEC,NCUR,EF,E2ACI,RO)
0077 IF(ABS(E2ACI-.05).LT..00001) GO TO 24
0078 IF(E2ACI.GT..05)PMI=PME
0079 IF(E2ACI.LT..05)PMA=PME
0080 GO TO 25
0081 24 WRITE(6,1001)N,M,EF,E2ACI,RO
0082 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-N*12.,M*30.,2)
0083 GO TO 1
0084 1000 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACION",//,
0085 *1X,"ACI-318-78",/,
0086 *1X,"SOPORTES ESBELTOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",/,
0087 *1X,"SECCION RECTANGULAR-ARMADURA TIPO",2X,11,/,
0088 *1X,"ESBELTEZ GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0089 *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,
0090 *1X,"CUANTIA MECANICA TOTAL=",2X,F5.2,/,
0091 *1X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0092 *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=",2X,F5.2,/,
0093 *1X,"DEFORMACION DE FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,/,
0094 *1X,"RESISTENCIA DE CALCULO DEL HORMIGON=",2X,F5.2,
0095 *////,5X," N M E E2 RO",//)
0096 1001 FORMAT(5X,5(2X,F7.5))
0097 2 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,-5.,3)
0098 STOP
0099 END
0100 SUBROUTINE MNR(ISEC,X,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0101 REAL M,N
0102 M=0.
0103 N=0.
0104 IF(X.LT.((1-U)*3.5/13.5))GO TO 1
0105 IF(X.LT.1)GO TO 2
0106 GO TO 3
0107 1 F=0.01/((1-U)-X)
0108 E1=-F*X
0109 GO TO 4
0110 2 E1=-0.0035
0111 F=0.0035/X
0112 GO TO 4
0113 3 F=0.002/(X-3./7.)
0114 E1=-F*X
0115 IF(F.LT.1.E-30)E1=-0.002
0116 C
0117 C CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A MYN
0118 C

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

297.-

```

0119      4 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0120      IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0121      GO TO 30
0122 C
0123 C      ARMADURA SIMEIRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0124 C
0125      10 DO 11 I=1,2
0126      IF(I.EQ.1)Z=U
0127      IF(I.EQ.2)Z=1-U
0128      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0129      N=N+S*OM/2
0130      11 M=M+S*OM/2*Z
0131      GO TO 40
0132 C
0133 C      8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
0134 C
0135      20 Z=U
0136      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0137      N=N+S*OM*3/8
0138      M=M+S*OM*3/8*Z
0139      Z=0.5
0140      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0141      N=N+S*OM*2/8
0142      M=M+S*OM*2/8*Z
0143      Z=1-U
0144      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0145      N=N+S*OM*3/8
0146      M=M+S*OM*3/8*Z
0147      GO TO 40
0148 C
0149 C      ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS CARAS ISEC=3
0150 C
0151      30 Z=U
0152      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0153      N=N+S*OM/4
0154      M=M+S*OM/4*Z
0155      DZ=(1-2*U)/50
0156      Z=U-DZ/2
0157      DO 31 I=1,50
0158      Z=Z+DZ
0159      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0160      N=N+S*OM/100
0161      31 M=M+S*OM/100*Z
0162      Z=1-U
0163      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0164      N=N+S*OM/4
0165      M=M+S*OM/4*Z
0166 C
0167 C      CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
0168 C
0169      40 IF(X.LT.0)GO TO 41
0170      X11=0.
0171      IF(-0.002.LT.E1)GO TO 6
0172      X11=(-0.002-E1)/F
0173      N=N-X11*.85
0174      M=M-X11*X11/2+.0.85
0175      6 X12=X
0176      IF(X.GT.1)X12=1
0177      N=N+SN(X12,E1,-0.002,F)-SN(X11,E1,-0.002,F)
0178      M=M+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

297.-

0119 4 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10

0120 IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20

0121 GO TO 30

0122 C

0123 C ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1

0124 C

0125 10 DO 11 I=1,2

0126 JE(I.EQ.1)Z=U

0127 IF(I.EQ.2)Z=1-U

0128 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0129 N=N+S*OM/2

0130 11 M=M+S*OM/2*Z

0131 GO TO 40

0132 C

0133 C 8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2

0134 C

0135 20 Z=U

0136 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0137 N=N+S*OM*3/8

0138 M=M+S*OM*3/8*Z

0139 Z=0.5

0140 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0141 N=N+S*OM*2/8

0142 M=M+S*OM*2/8*Z

0143 Z=1-U

0144 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0145 N=N+S*OM*3/8

0146 M=M+S*OM*3/8*Z

0147 GO TO 40

0148 C

0149 C ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS CARAS ISEC=3

0150 C

0151 30 Z=U

0152 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0153 N=N+S*OM/4

0154 M=M+S*OM/4*Z

0155 DZ=(1-2*U)/50

0156 Z=U-DZ/2

0157 DO 31 I=1,50

0158 Z=Z+DZ

0159 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0160 N=N+S*OM/100

0161 31 M=M+S*OM/100*Z

0162 Z=1-U

0163 S=TEN(Z,F,E1,ES)

0164 N=N+S*OM/4

0165 M=M+S*OM/4*Z

0166 C

0167 C CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M

0168 C

0169 40 IF(X.LT.0)GO TO 41

0170 X11=0.

0171 IF(-0.002.LT.E1)GO TO 6

0172 X11=(-0.002-E1)/F

0173 N=N-X11*.85

0174 M=M-X11*X11/2*.85

0175 6 X12=X

0176 IF(X.GT.1)X12=1

0177 N=N+SN(X12,E1,-0.002,F)-SN(X11,E1,-0.002,F)

0178 M=M+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

298.-

```

0179      41 M=M-N/2
0180      EA1=U*F+E1
0181      EA2=(U-1)*F+E1
0182      RETURN
0183      END
0184      FUNCTION SN(XX,E1,ECUC,F)
0185      SN=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-ECUC))*XX+
0186      *E1*(E1-2*ECUC))*XX
0187      RETURN
0188      END
0189      FUNCTION SM(XX,E1,ECUC,F)
0190      SM=.85/(ECUC*ECUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-ECUC)/3)*XX+
0191      *E1*(E1-2*ECUC)/2)*XX*XX
0192      RETURN
0193      END
0194      SUBROUTINE IRUJO
0195      CALL PLTLH(7)
0196      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0197      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0198      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0199      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0200      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0201      CALL PLOT(0.,0.,2)
0202      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0203      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0204      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0205      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0206      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0207      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0208      DO 1 I=1,18
0209      PASO=I
0210      X=1.2*PASO
0211      XN=0.1*PASO
0212      CALL PLOT(X,0.,3)
0213      CALL PLOT(X,-.1,2)
0214      CALL NUMB(X,-.5,.2,XN,0.,1)
0215      1 CONTINUE
0216      DO 2 I=1,10
0217      PASO=I
0218      Y=1.5*PASO
0219      YN=0.05*PASO
0220      CALL PLOT(0.,Y,3)
0221      CALL PLOT(-.1,Y,2)
0222      CALL NUMB(-.1,Y,.2,YN,0.,2)
0223      2 CONTINUE
0224      RETURN
0225      END
0226      FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0227      E=F*Z+E1
0228      TEN=E/ES
0229      IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0) TEN=1.
0230      IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0) TEN=-1.
0231      RETURN
0232      END
0233      SUBROUTINE EXACI(M,PNU,L,F1,U,ES,FCD,OM,RE,ISEC,NCUR,EF,E2ACI,RO)
0234      REAL M,L
0235      EF=-M/PNU
0236      PCPI=6250.74946*SQRT(FCD)/(FCD*L*L*(1+F1))
0237      IF (NCUR.LT.50) GO TO 1
0238      IF (ISEC.EQ.1) PCPI=9.8696/(L*L*(1+F1))*(316.66667*SQRT(FCD)/

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

299.-

```
0239 *FCD+OM*(.5-U)*(5-U)/ES
0240 IF(ISEC.GT.1)PCRI=9.8696/(L*L*(1+E1))*316.66667*SQRT(FCD)/
0241 *FCD+3./4.*OM*(.5-U)*(5-U)/ES
0242 C
0243 C ISEC=3. SE CONSIDERA COMO ISEC=2 PARA OBTENER PCRI
0244 C
0245 1 CM=.6+.4*RE
0246 IF(RE.LT..5)CM=.4
0247 RO=CM/(1+(PNU/PCRI))
0248 E2ACI=EF/RO
0249 M=-PNU+E2ACI
0250 IF(E2ACI.GT.EF)M=-EF*PNU
0251 RETURN
0252 END
0253 ENDS
```

**APENDICE 8 PROGRAMA DE ORDENADOR PARA LA OBTENCION DE -
DIAGRAMAS DE INTERACCION DE SOPORTES ESBELTOS
NORMA ESPAÑOLA EH-80**

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

HN3NE T=00003 IS ON CR00011 USING 00013 BLKS R=0000

301.-

```

0001 FTNU,L
0002 PROGRAM HN3NE
0003 C CURVAS DE INTERACCION
0004 C NUEVO ARTICULADO EN
0005 C SECCION RECTANGULAR-DISTINTOS TIPOS DE ARMADURA
0006 C 240979
0007 C
0008 REAL M,N,L
0009 C
0010 READ(5,*)NSAL
0011 C
0012 C NSAL=1 IMPRESORA 2 IMPRESORA Y PLOTTER
0013 C 3 PLOTTER E IMPRESORA SIN MARCO
0014 C
0015 IF(NSAL.EQ.1)GO TO 1
0016 IF(NSAL.EQ.3)GO TO 20
0017 CALL IRUJO
0018 PAUSE
0019 GO TO 1
0020 20 CALL PLTLU(7)
0021 CALL PLOT(0.,0.,-3)
0022 CALL PLOT(0.,5.,-3)
0023 1 READ(5,*)NCUR
0024 C
0025 C NCUR=NUMERO DE LA CURVA DIRIJADA. NCUR MAYOR 100 STOP
0026 C
0027 IF(NCUR.GT.100)GO TO 2
0028 READ(5,*)U,ES,OM,L,RE,ISEC
0029 C
0030 C U:RECUBRIMIENTO RELATIVO HP/H
0031 C ES:DEFORMACION ARMADURA PASIVA PARA FYD
0032 C OM:CUANTIA MECANICA
0033 C L:ESBELTEZ GEOMETRICA
0034 C RE=E1/E2
0035 C ISEC: TIPO DE SECCION
0036 C
0037 WRITE(6,1000)ISEC,L,RE,OM,U,ES
0038 PINI=0.
0039 DPNU=-0.1
0040 PNU=PINI
0041 7 XMI=0.
0042 XMA=30.
0043 5 XME=(XMA+XMI)/2
0044 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0045 IF(ABS(N-PNU).LT.0.00001)GO TO 3
0046 IF(N.GT.PNU)GO TO 4
0047 XMA=XME
0048 GO TO 5
0049 4 XMI=XME
0050 GO TO 5
0051 3 IF(PNU.EQ.0)GO TO 10
0052 EF=-M/PNU
0053 ENE=E2NEF(L,ES,EF)
0054 EANE=EF-ENE
0055 E2NE=ENE/(.6+.4*RE)
0056 IF(RE.LT.-.5)E2NE=ENE/.4
0057 PM=-PNU+E2NE
0058 IF(PM.LT.M)M=PM
    
```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

302.-

```

0059 10 IF(PNU.EQ.0.)E2NE=1000
0060 IF(E2NE.LT..05)GO TO 21
0061 WRITE(6,1001)PNU,M,EF,E2NE,EANE
0062 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.EQ.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,3)
0063 IF(NSAL.GT.1.AND.PNU.LT.0) CALL PLOT(-PNU*12.,M*30.,2)
0064 PNU=PNU+DPNU
0065 GO TO 7
0066 21 PMI=PNU-DPNU
0067 PMA=PNU
0068 25 PME=(PMA+PMI)/2
0069 XMI=0.
0070 XMA=30.
0071 22 XME=(XMA+XMI)/2
0072 CALL MNR(ISEC,XME,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0073 IF(ABS(N-PME).LT.0.00001)GO TO 23
0074 IF(N.GT.PME)XMI=XME
0075 IF(N.LT.PME)XMA=XME
0076 GO TO 22
0077 23 EF=-M/PME
0078 ENE=E2NE*(L,ES,EF)
0079 EANE=EF-ENE
0080 E2NE=ENE/(.6+.4*RE)
0081 IF(RE.LT.-.5)E2NE=ENE/.4
0082 PM=-PME+E2NE
0083 IF(PM.LT.M)M=PM
0084 IF(ABS(E2NE-.05).LT..00001) GO TO 24
0085 IF(E2NE.GT..05)PMI=PME
0086 IF(E2NE.LT..05)PMA=PME
0087 GO TO 25
0088 24 WRITE(6,1001)N,M,EF,E2NE,EANE
0089 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(-N*12.,M*30.,2)
0090 GO TO 1
0091 1000 FORMAT("1","CURVAS DE INTERACCION",//,
0092 *1X,"NUEVO ARTICULADO EH-78",/,
0093 *1X,"SOPORTES ESBELIOS CON EXCENTRICIDADES DESIGUALES",/,
0094 *1X,"SECCION RECTANGULAR ARMADURA TIPO",2X,I1,/,
0095 *1X,"ESBELTEZ GEOMETRICA=",2X,F5.2,/,
0096 *1X,"RELACION DE EXCENTRICIDADES=",2X,F5.2,/,
0097 *1X,"CUANTIA MECANICA TOTAL=",2X,F5.2,/,
0098 *1X,"RECUBRIMIENTO RELATIVO=",2X,F5.2,/,
0099 *1X,"COEFICIENTE DE FLUENCIA=NO SE CONSIDERA",/,
0100 *1X,"DEFORMACION DE FLUENCIA DE LA ARMADURA=",2X,F7.5,
0101 */////,5X," N M E E2 EA",//)
0102 1001 FORMAT(5X,5(2X,F7.5))
0103 2 IF(NSAL.GT.1)CALL PLOT(0.,-5.,3)
0104 STOP
0105 END
0106 SUBROUTINE MNR(ISEC,X,OM,U,ES,M,N,E1,EA1,EA2,F)
0107 REAL M,N
0108 M=0.
0109 N=0.
0110 IF(X.LT.((1-U)*3.5/13.5))GO TO 1
0111 IF(X.LT.1)GO TO 2
0112 GO TO 3
0113 1 F=0.01/((1-U)-X)
0114 E1=-F*X
0115 GO TO 4
0116 2 E1=-0.0035
0117 E=0.0035/X
0118 GO TO 4

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

303.-

```

0119      3 F=0.002/(X-3./7.)
0120      E1=-F*X
0121      IF(F.LT.1.E-30)E1=-0.002
0122 C
0123 C      CONTRIBUCION DE LAS ARMADURAS A MYN
0124 C
0125      4 IF(ISEC.EQ.1)GO TO 10
0126      IF(ISEC.EQ.2)GO TO 20
0127      GO TO 30
0128 C
0129 C      ARMADURA SIMETRICA CARAS OPUESTAS ISEC=1
0130 C
0131      10 DO 11 I=1,2
0132      IF(I.EQ.1)Z=U
0133      IF(I.EQ.2)Z=1-U
0134      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0135      N=N+S*OM/2
0136      11 M=M+S*OM/2*Z
0137      GO TO 40
0138 C
0139 C      8 REDONDOS, 3 CARAS OPUESTAS, 2 MITAD ISEC=2
0140 C
0141      20 Z=U
0142      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0143      N=N+S*OM*3/8
0144      M=M+S*OM*3/8*Z
0145      Z=0.5
0146      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0147      N=N+S*OM*2/8
0148      M=M+S*OM*2/8*Z
0149      Z=1-U
0150      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0151      N=N+S*OM*3/8
0152      M=M+S*OM*3/8*Z
0153      GO TO 40
0154 C
0155 C      ARMADURA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LAS CARAS ISEC=3
0156 C
0157      30 Z=U
0158      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0159      N=N+S*OM/4
0160      M=M+S*OM/4*Z
0161      DZ=(1-2*U)/50
0162      Z=U-DZ/2
0163      DO 31 I=1,50
0164      Z=Z+DZ
0165      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0166      N=N+S*OM/100
0167      31 M=M+S*OM/100*Z
0168      Z=1-U
0169      S=TEN(Z,F,E1,ES)
0170      N=N+S*OM/4
0171      M=M+S*OM/4*Z
0172 C
0173 C      CONTRIBUCION DEL HORMIGON A N Y M
0174 C
0175      40 IF(X.LT.0)GO TO 41
0176      X11=0.
0177      IF(-0.002.LT.E1)GO TO 6
0178      X11=(-0.002-E1)/F

```

Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

304.-

```

0179      N=N-X11*.85
0180      M=M-X11*X11/2*.0.85
0181      6 X12=X
0182      IF(X.GT.1)X12=1
0183      N=N+SN(X12,F1,-0.002,F)-SN(X11,E1,-0.002,F)
0184      M=M+SM(X12,E1,-0.002,F)-SM(X11,E1,-0.002,F)
0185      41 M=M-N/2
0186      EA1=U*F+E1
0187      EA2=(U-1)*F+E1
0188      RETURN
0189      END
0190      FUNCTION SN(XX,E1,FCUC,F)
0191      SN=.85/(FCUC*FCUC)*((F*F*XX/3+F*(E1-FCUC))*XX+
0192      *E1*(E1-2*FCUC))*XX
0193      RETURN
0194      END
0195      FUNCTION SM(XX,E1,FCUC,F)
0196      SM=.85/(FCUC*FCUC)*((F*F*XX/4+2*F*(E1-FCUC)/3)*XX+
0197      *E1*(E1-2*FCUC)/2)*XX*XX
0198      RETURN
0199      END
0200      FUNCTION E2NEF(L,ES,EF)
0201      REAL L
0202      C1=(3.+ES*600.)*L*L*.0001
0203      C2=EF
0204      A=10.
0205      B=1.+20.*C1-C2*10.
0206      C=C1-C2
0207      E2NEF=(-B+SQRT(B*B-(4.*A*C)))/(2.*A)
0208      RETURN
0209      END
0210      SUBROUTINE IBOJO
0211      CALL PLTLII(7)
0212      CALL PLOT(0.,0.,-3)
0213      CALL PLOT(0.,5.,-3)
0214      CALL PLOT(0.,15.5,2)
0215      CALL PLOT(22.2,15.5,2)
0216      CALL PLOT(22.2,0.,2)
0217      CALL PLOT(0.,0.,2)
0218      CALL PLOT(22.2,2.775,2)
0219      CALL PLOT(-3.7,-3.5,3)
0220      CALL PLOT(-3.7,17.5,2)
0221      CALL PLOT(25.9,17.5,2)
0222      CALL PLOT(25.9,-3.5,2)
0223      CALL PLOT(-3.7,-3.5,2)
0224      DO 1 I=1,18
0225      PASO=I
0226      X=1.2*PASO
0227      YN=0.1*PASO
0228      CALL PLOT(X,0.,3)
0229      CALL PLOT(X,-.1,2)
0230      CALL NUMB(X,-.5,.2,XN,0.,1)
0231      1 CONTINUE
0232      DO 2 I=1,10
0233      PASO=I
0234      Y=1.5*PASO
0235      YN=0.05*PASO
0236      CALL PLOT(0.,Y,3)
0237      CALL PLOT(-.1,Y,2)
0238      CALL NUMB(-1.,Y,.2,YN,0.,2)

```


Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento

305.-

```
0239 2 CONTINUE
0240 RETURN
0241 END
0242 FUNCTION TEN(Z,F,E1,ES)
0243 E=F*Z+E1
0244 TEN=E/ES
0245 IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.GT.0) TEN=1.
0246 IF (ABS(E).GE.ES.AND.E.LT.0) TEN=-1.
0247 RETURN
0248 END
0249 ENDS
```

APENDICE 9 DIRECTRICES MECANICAS

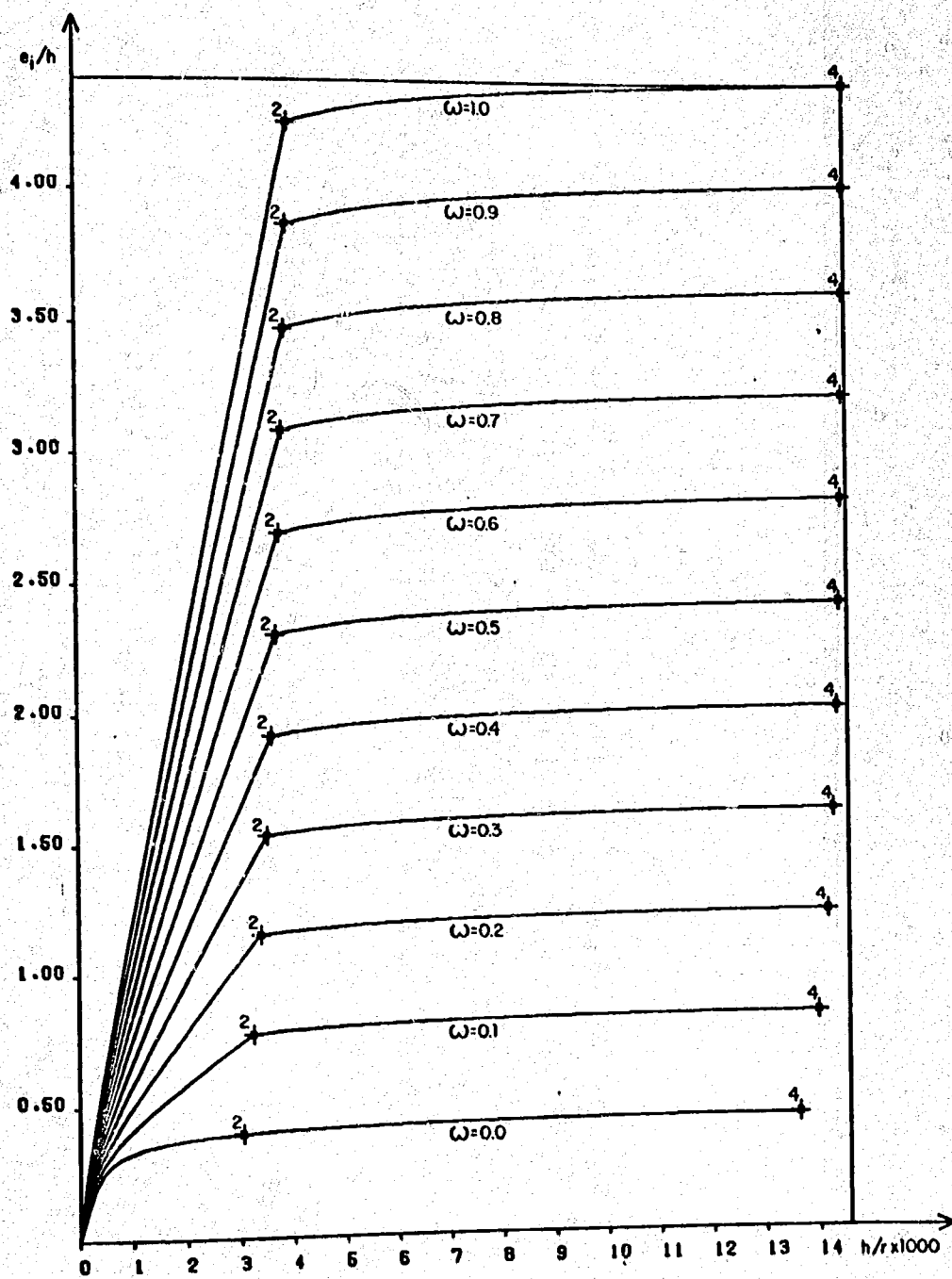
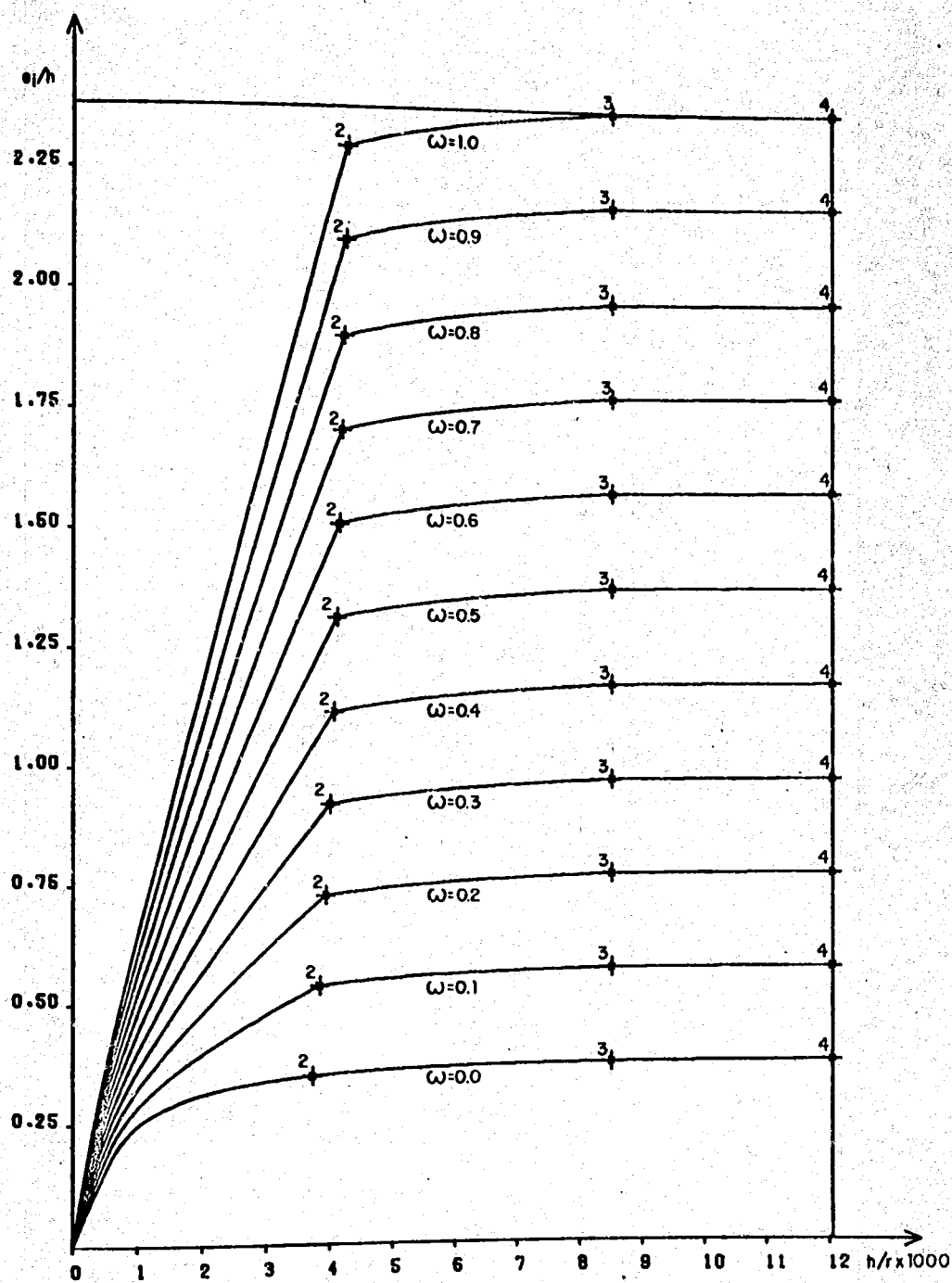


Fig. A.9.1 Directrices mecánicas para $\nu = -0.1$ y sección tipo 1

Fig A9.2 Directrices mecanicas para $\nu=-0.2$ y sección tipo I

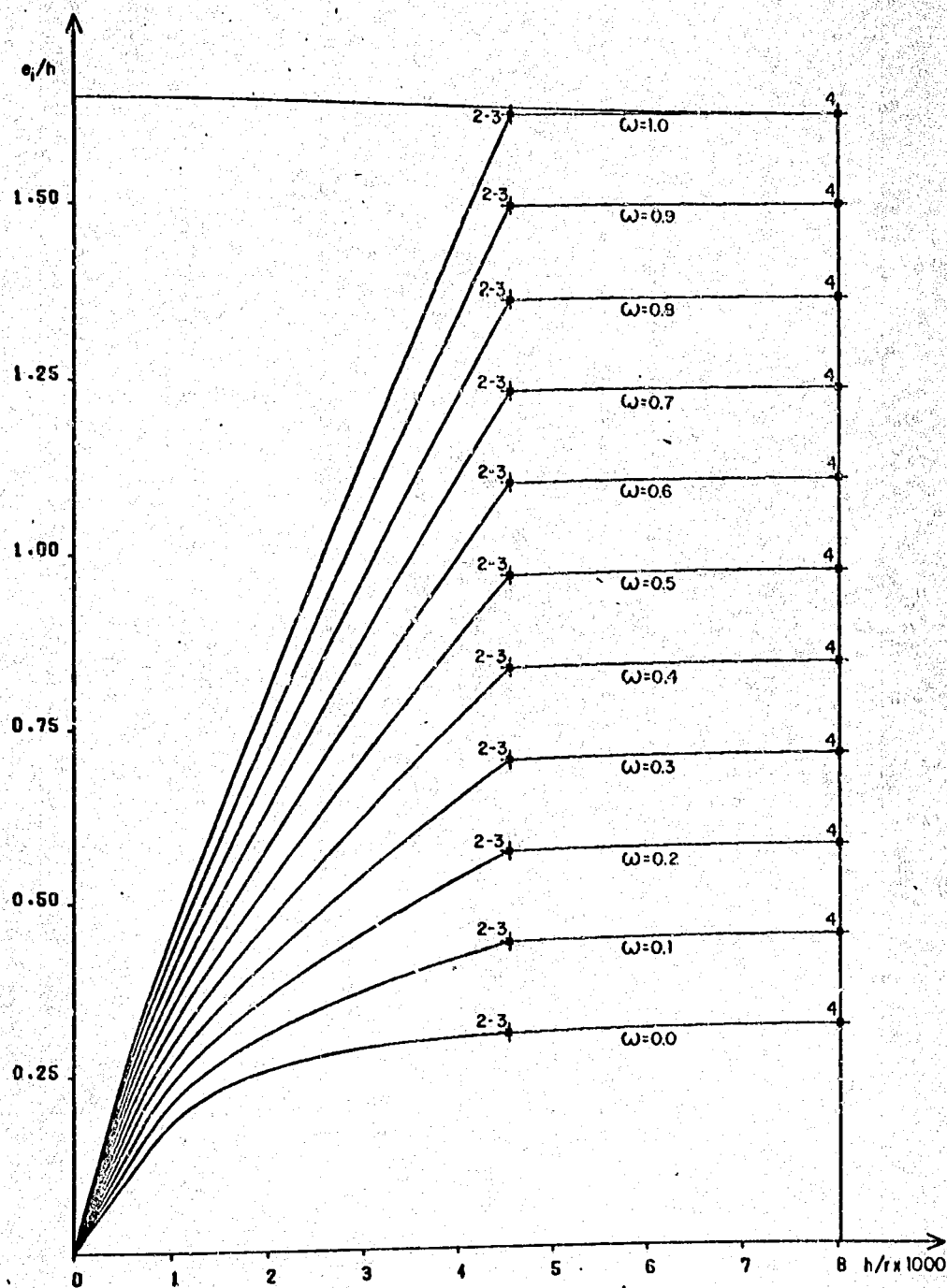


Fig. A.9.3 Directrices mecánicas para $\nu = -0.3$ y sección tipo 1

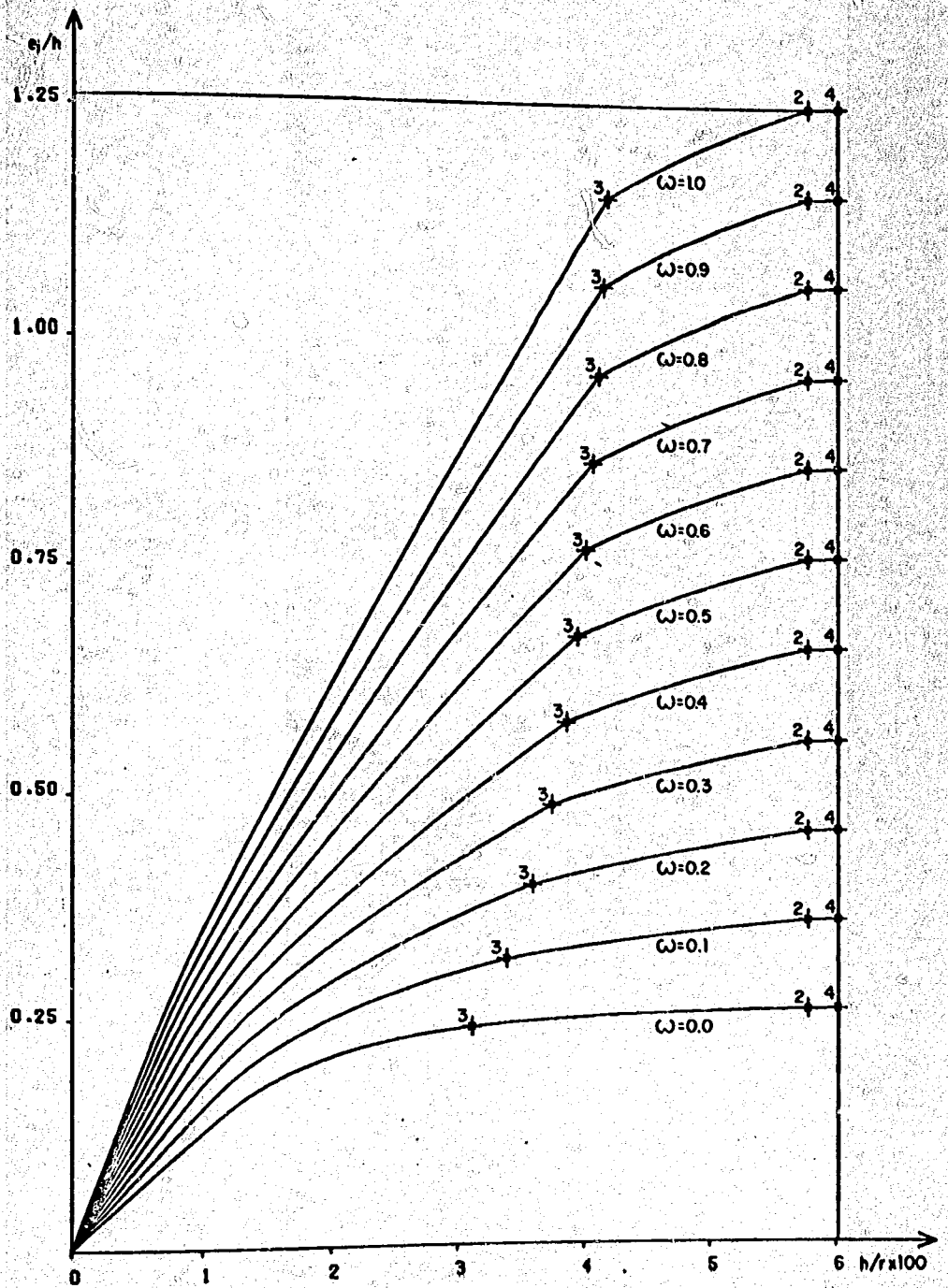


Fig.A.9.4 Directrices mecanicas para $\gamma=-0.4$ y sección tipo I

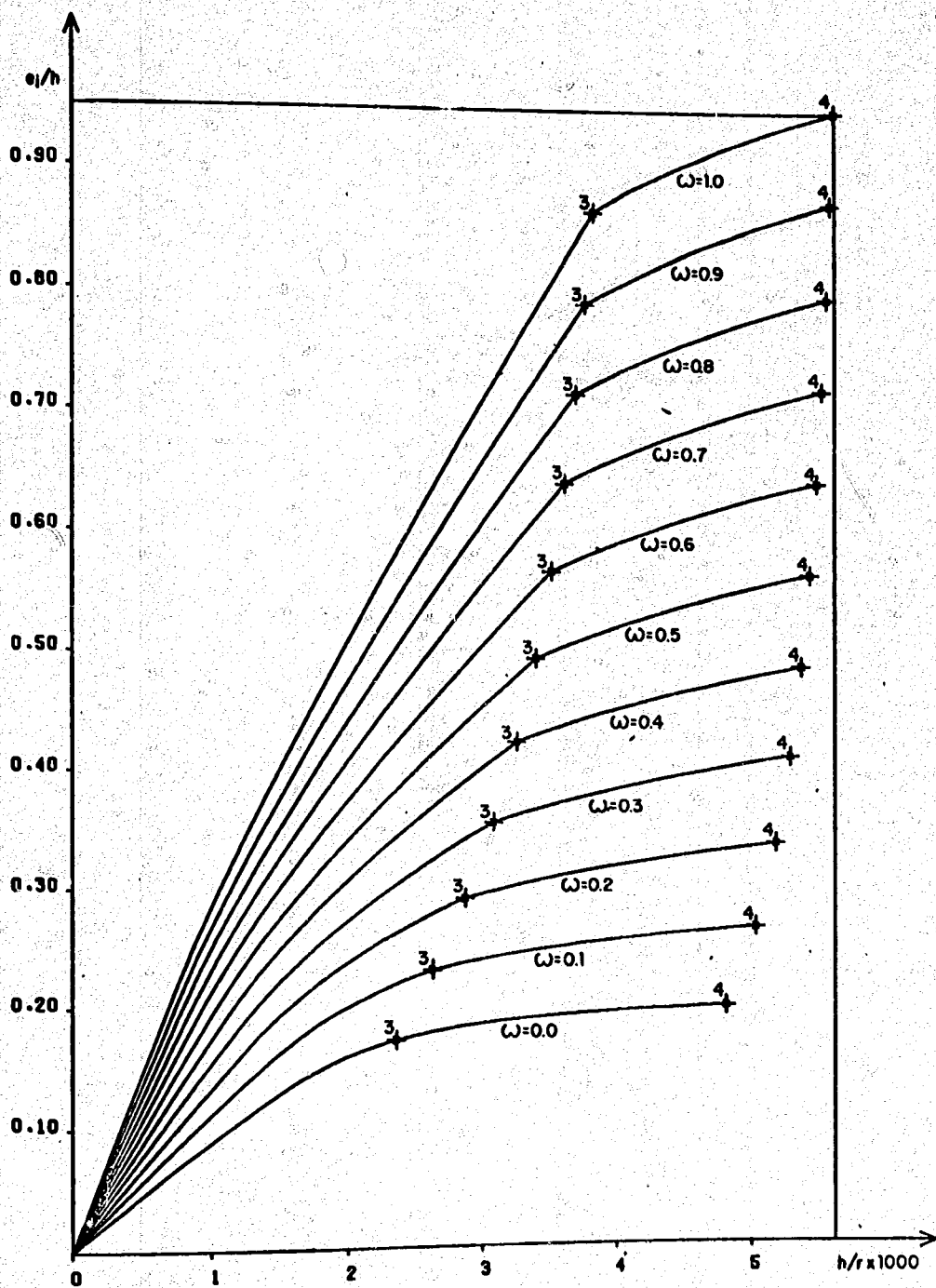


Fig.A.9.5 Directrices mecanicos para $\nu = -0.5$ y sección tipo I

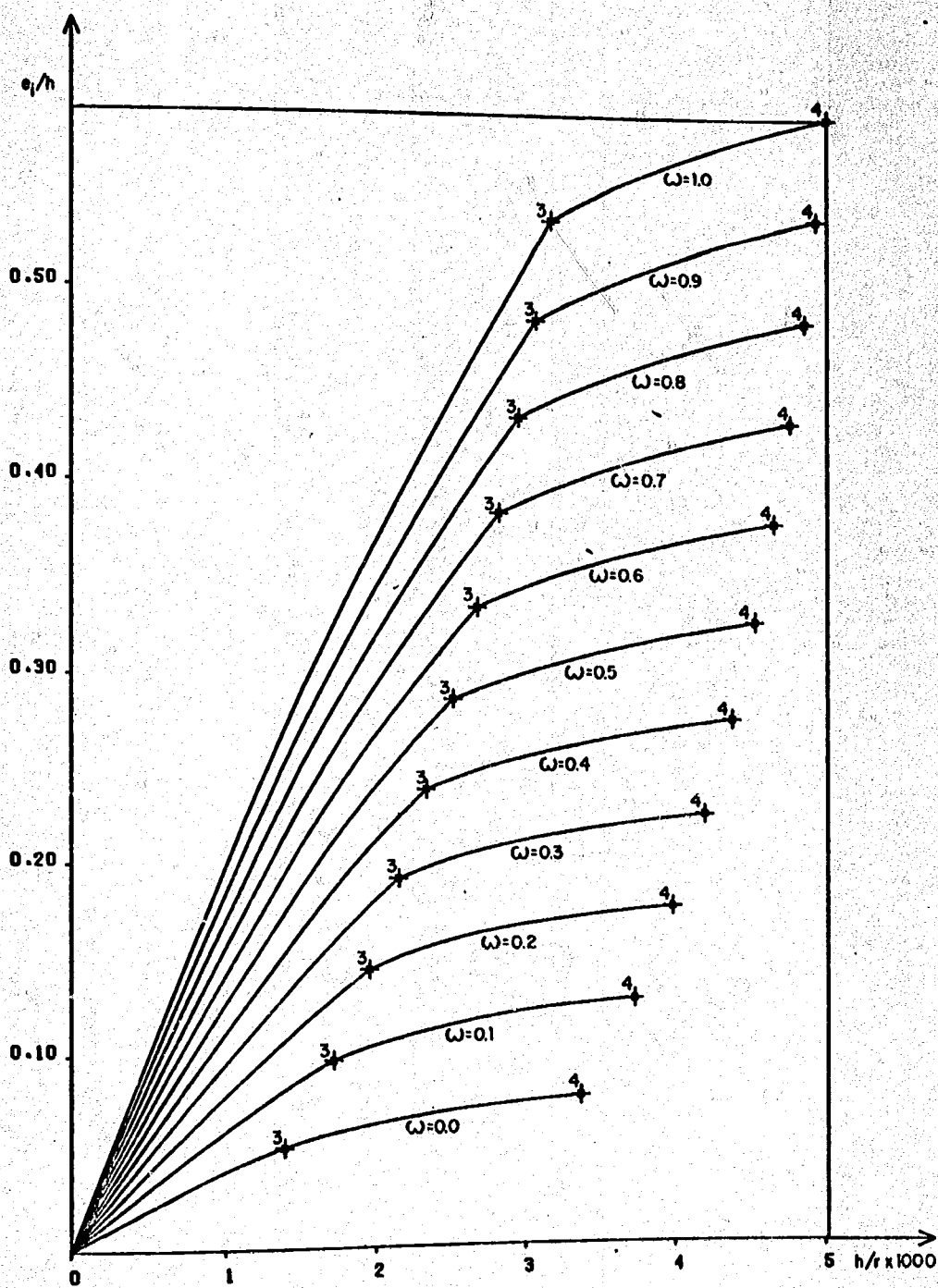


Fig.A.9.6 Directrices mecánicas para $\nu = -0.7$ y sección tipo

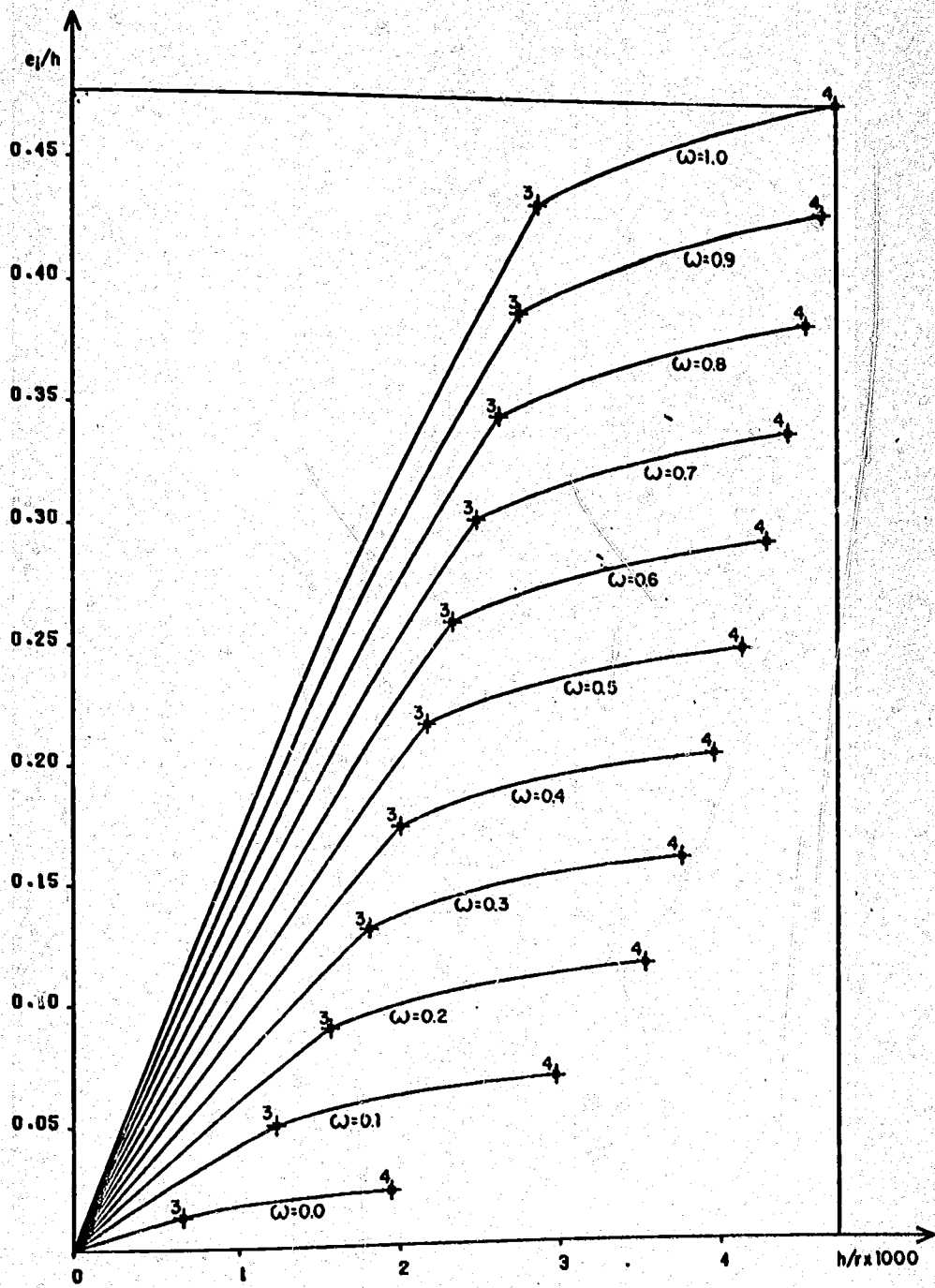


Fig. A.9.7 Directrices mecanicas para $\nu=-0.8$ y sección tipo 1

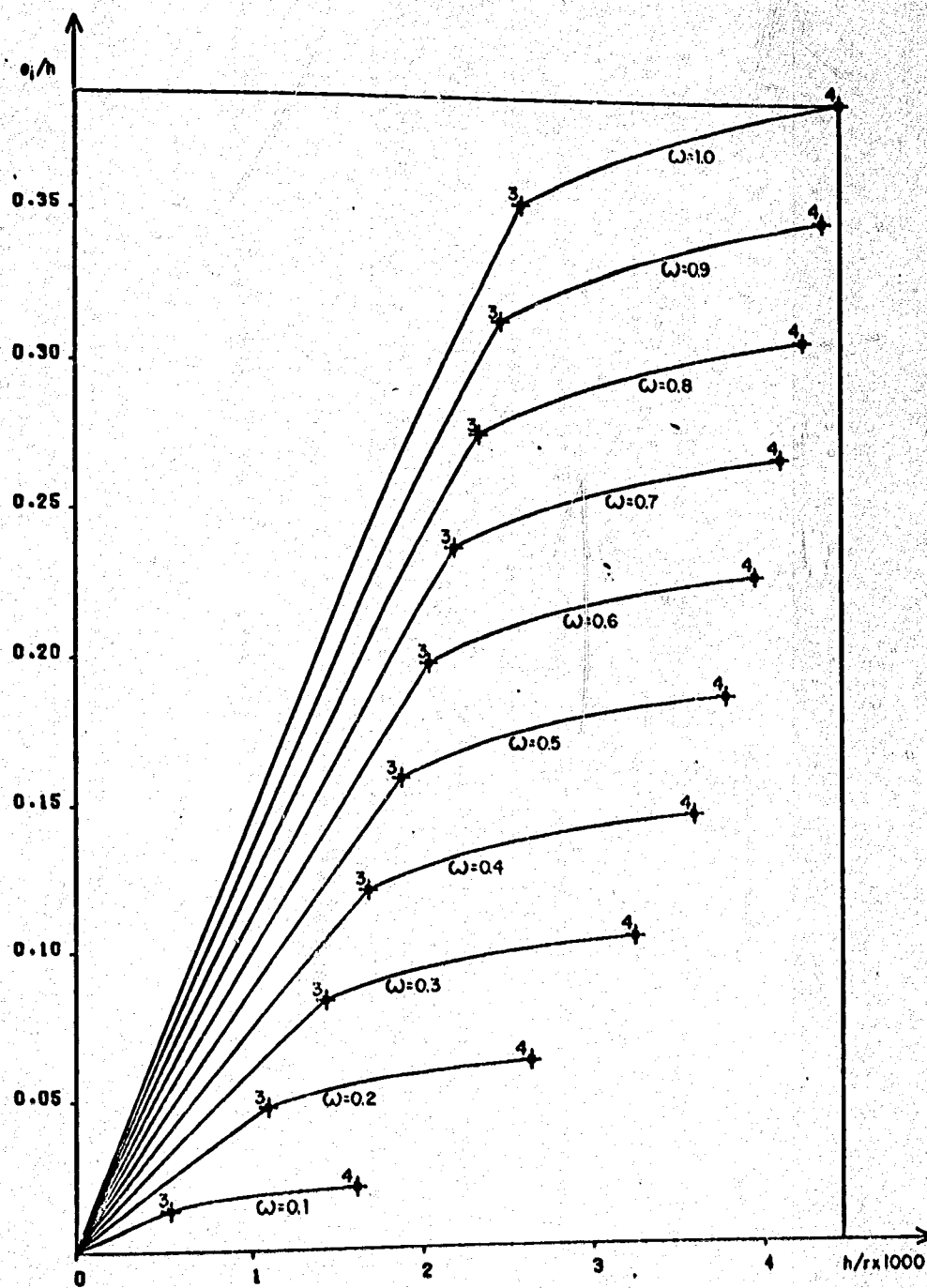


Fig. A.9.8 Directrices mecánicas para $\nu = -0.9$ y sección tipo 1

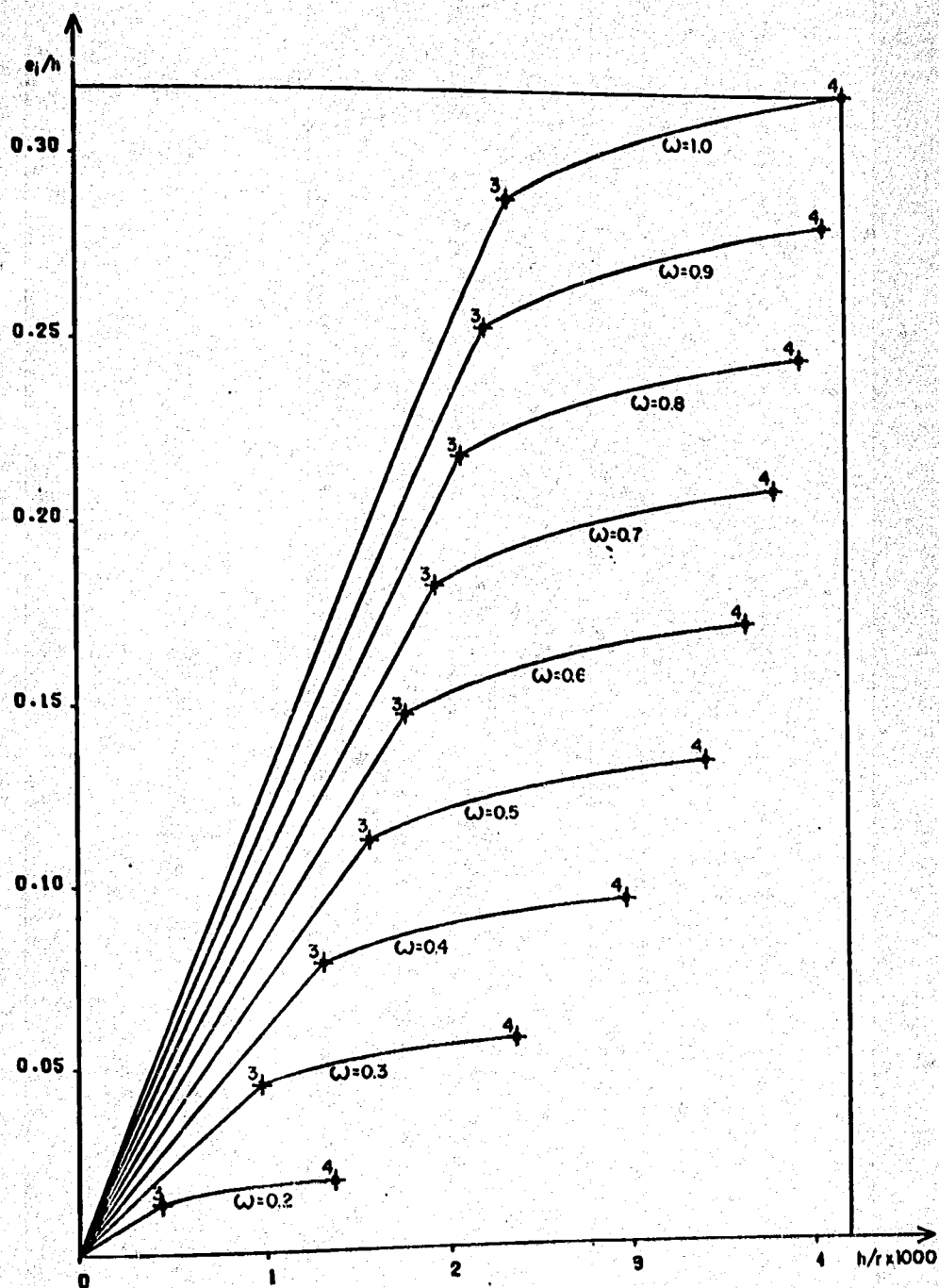


Fig. A.9.9 Directrices mecánicas para $\nu = -1.0$ y sección tipo 1

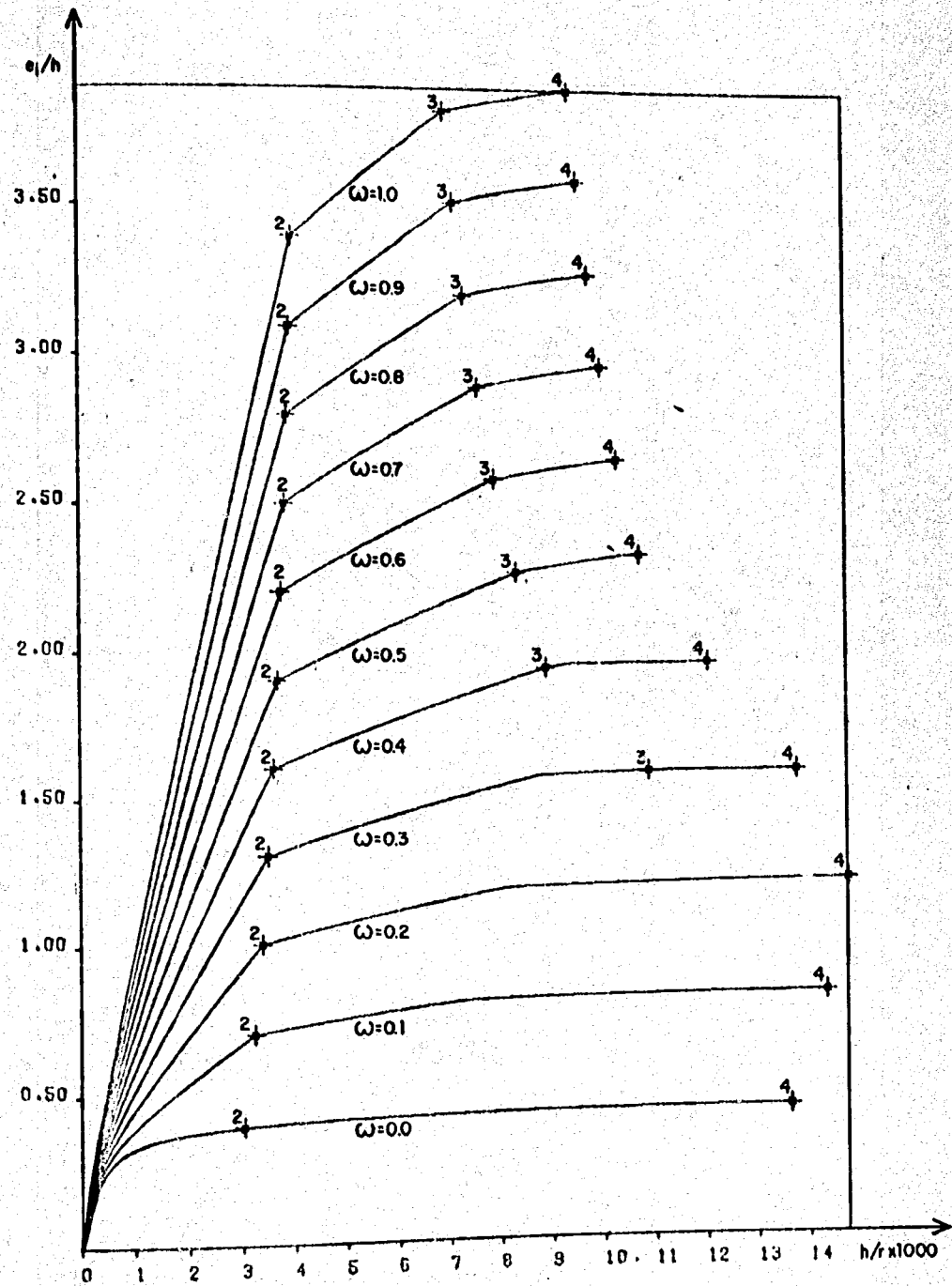


Fig. A.9.10 Directrices mecanicas para $\nu = -0.1$ y secci3n tipo 2

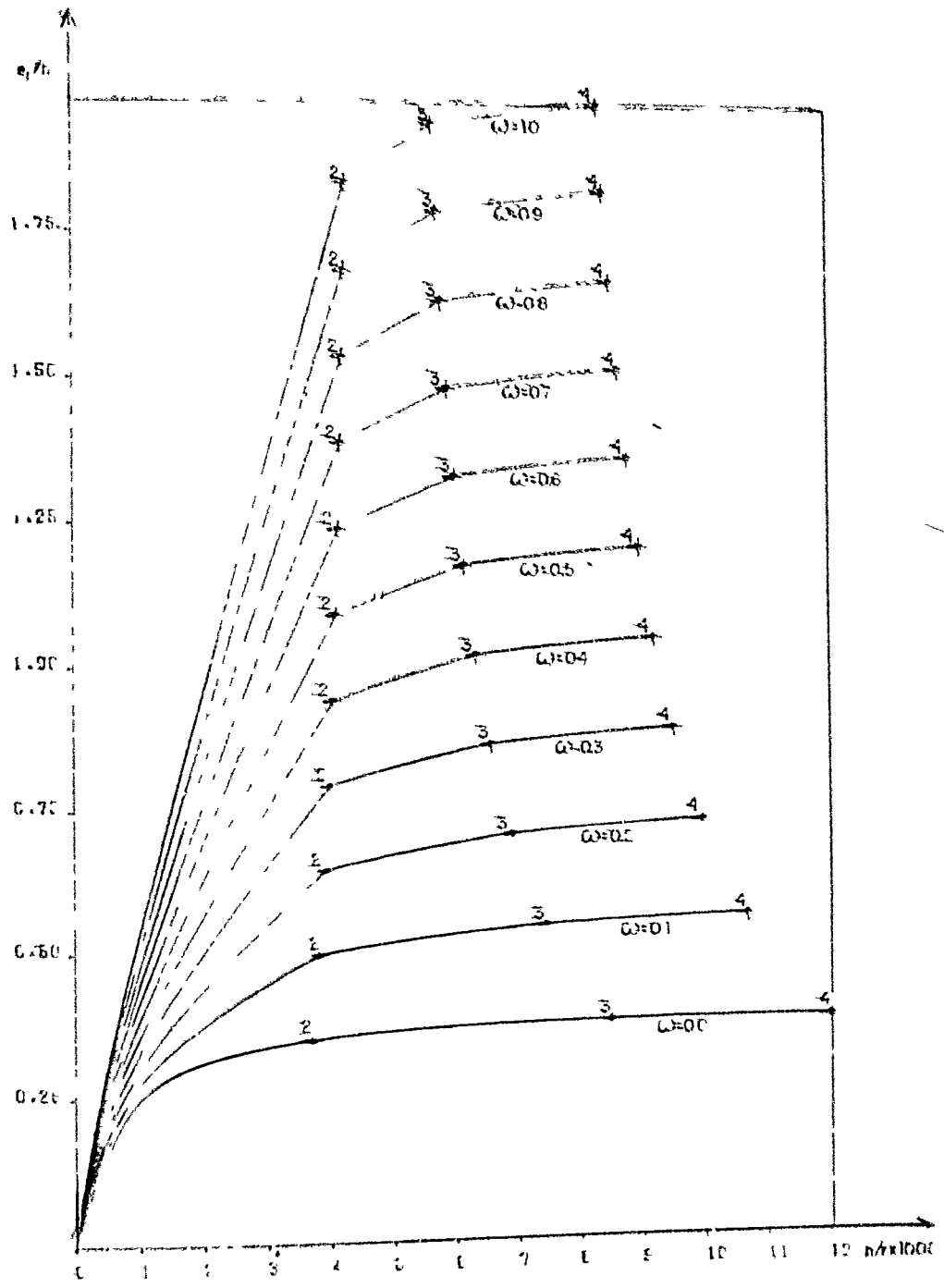


Fig. A.9.11 Directrices mecánicas para $\nu = -0.2$ y sector tipo 2

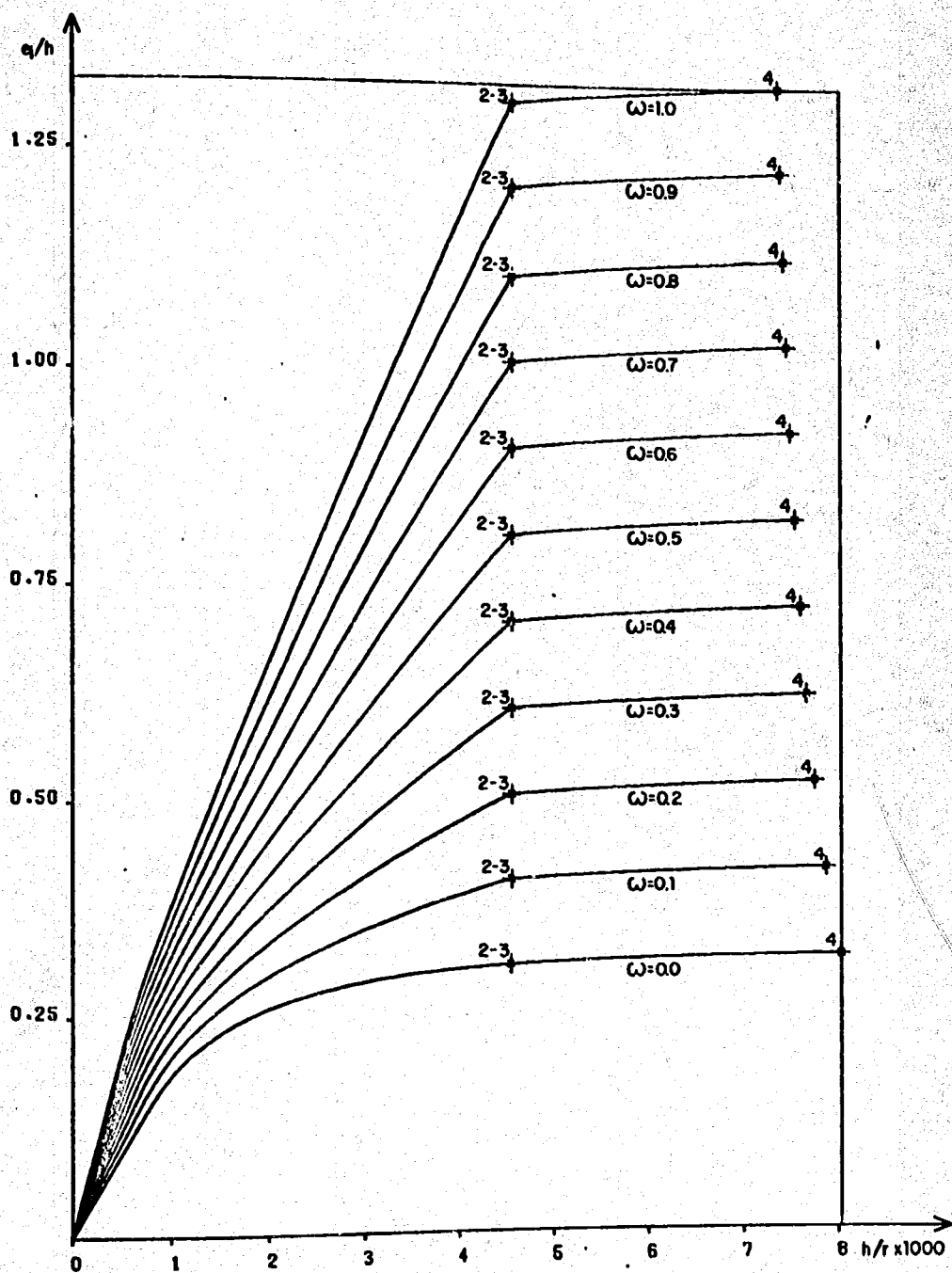


Fig. A.9.12 Directrices mecánicas para $\gamma = -0.3$ y sección tipo 2

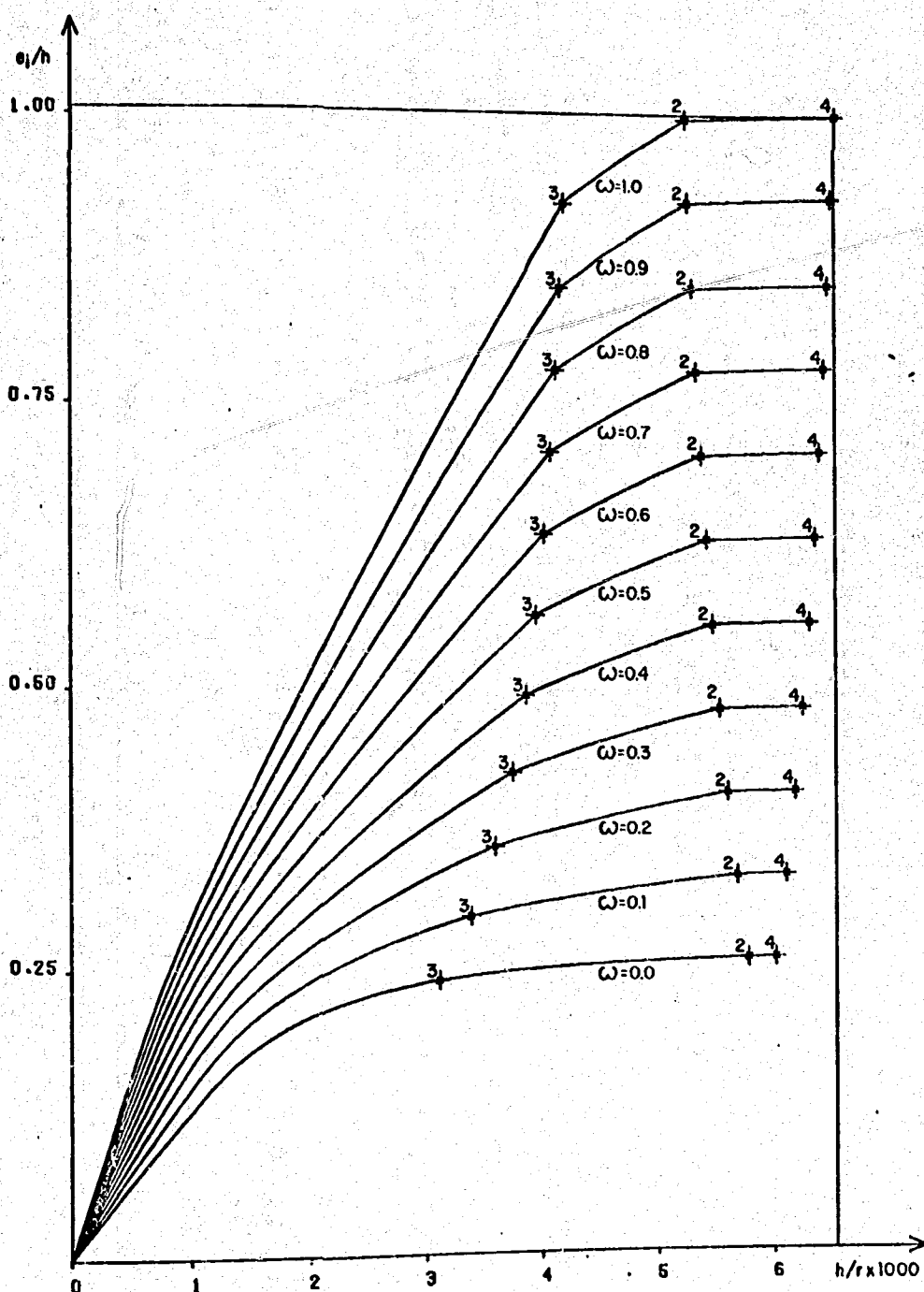


Fig.A.9.13 Directrices mecánicas para $\psi = -0.4$ y sección tipo 2

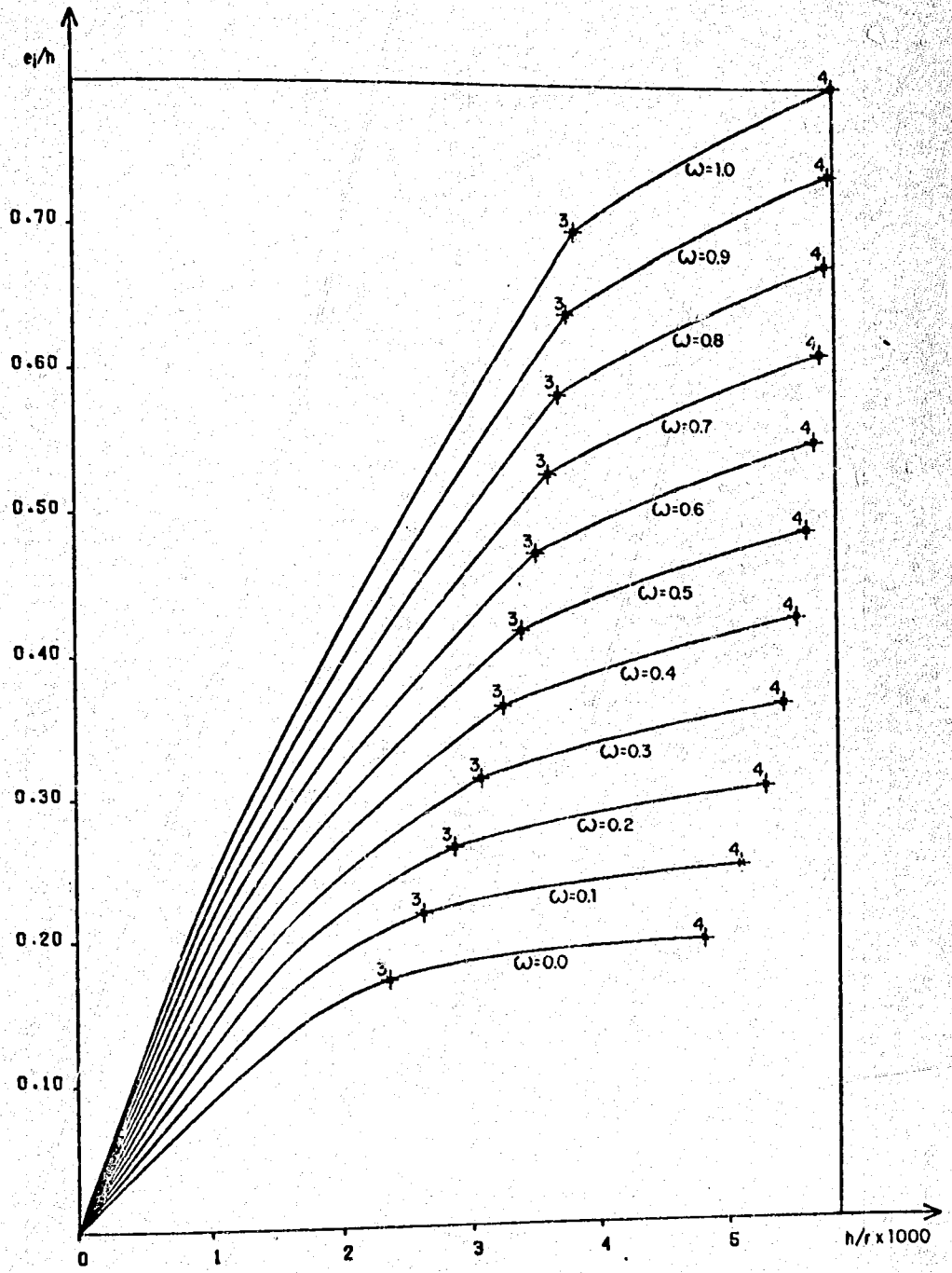


Fig.A.9.14 Directrices mecanicas para $\nu=-0.5$ y sección tipo 2

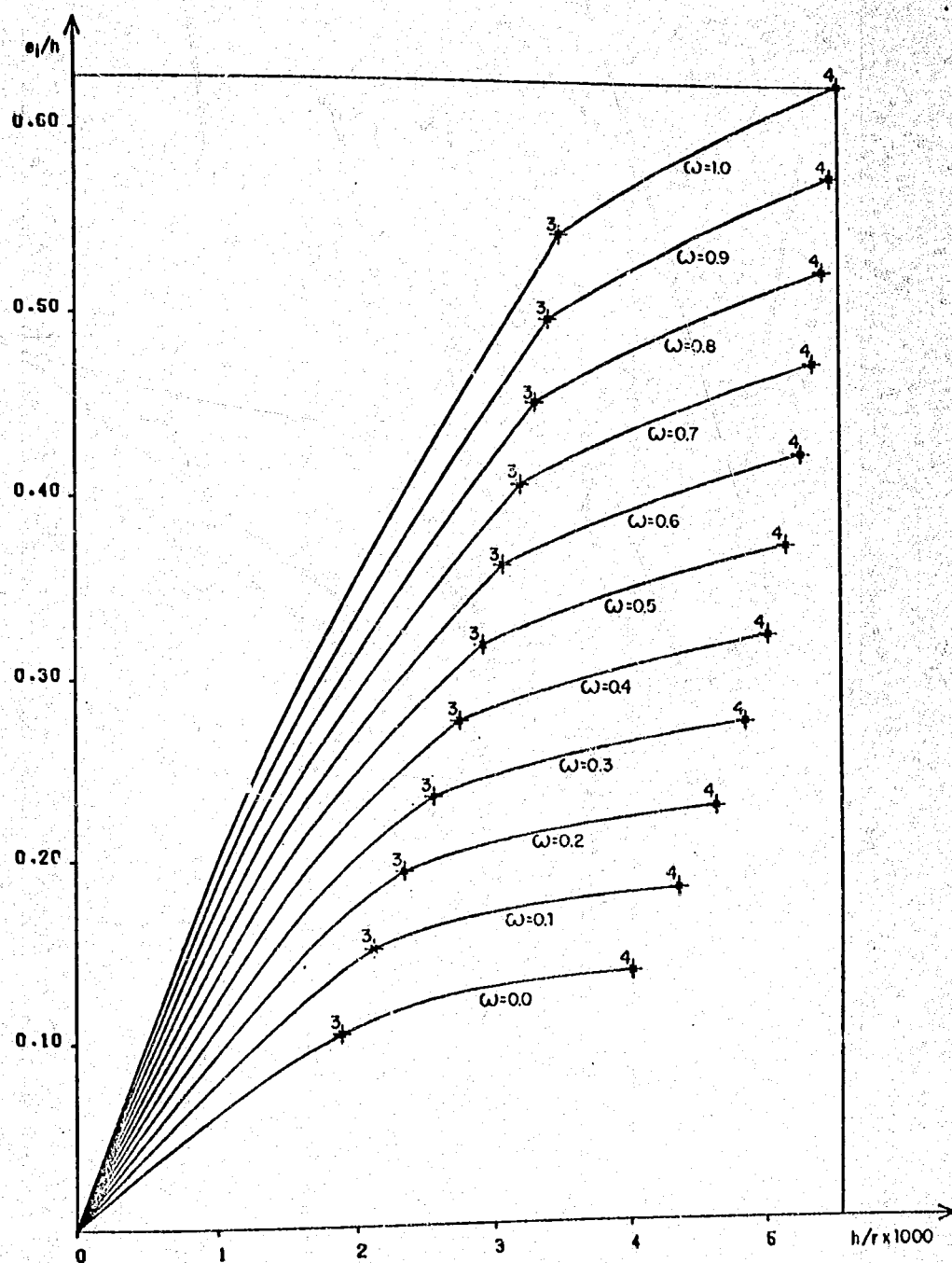


Fig. A.9.15 Directrices mecánicas para $\nu = -0.6$ y sección tipo 2

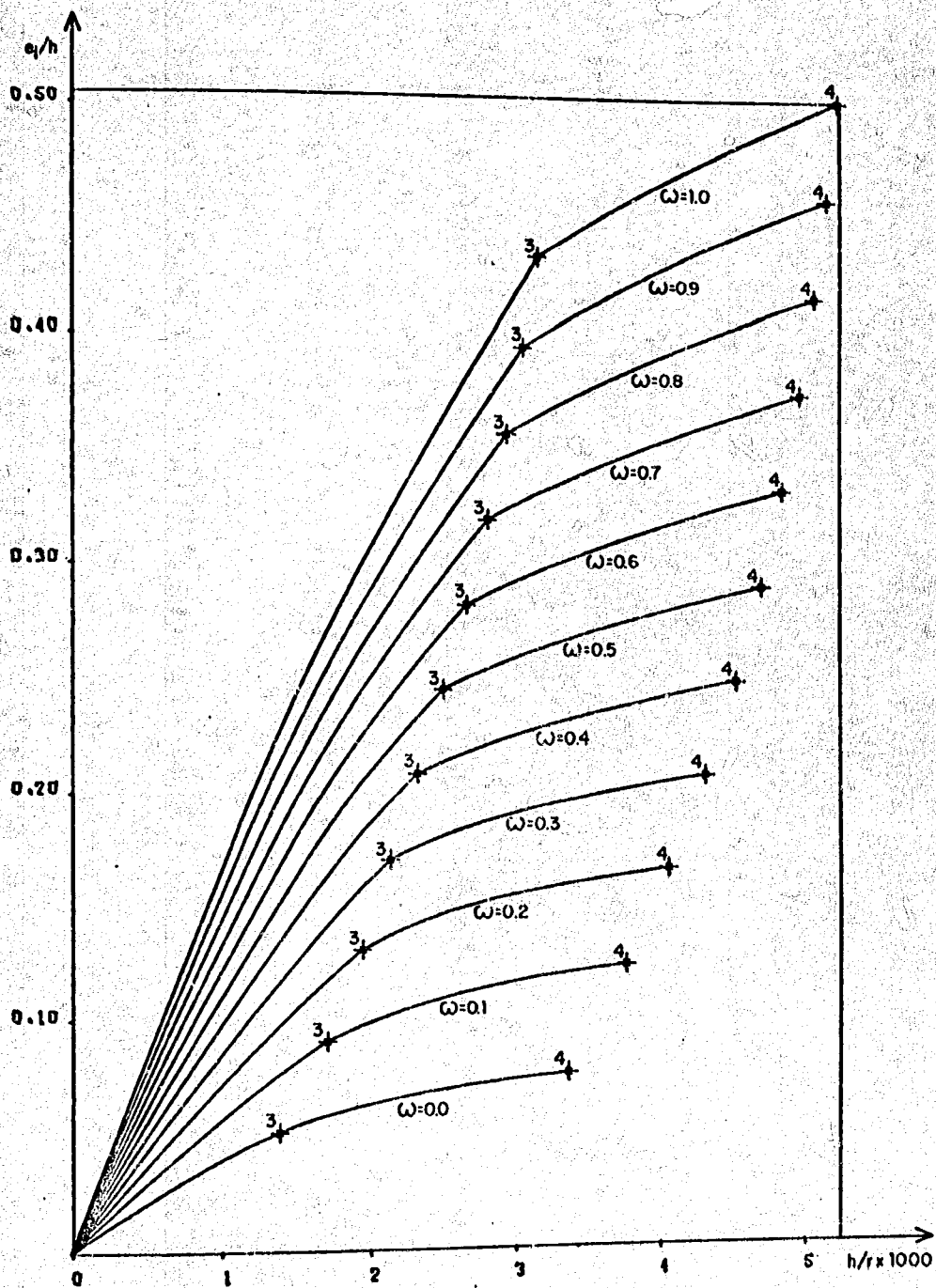


Fig.A.9.16 Directrices mecánicas para $\nu=-0.7$ y sección tipo 2

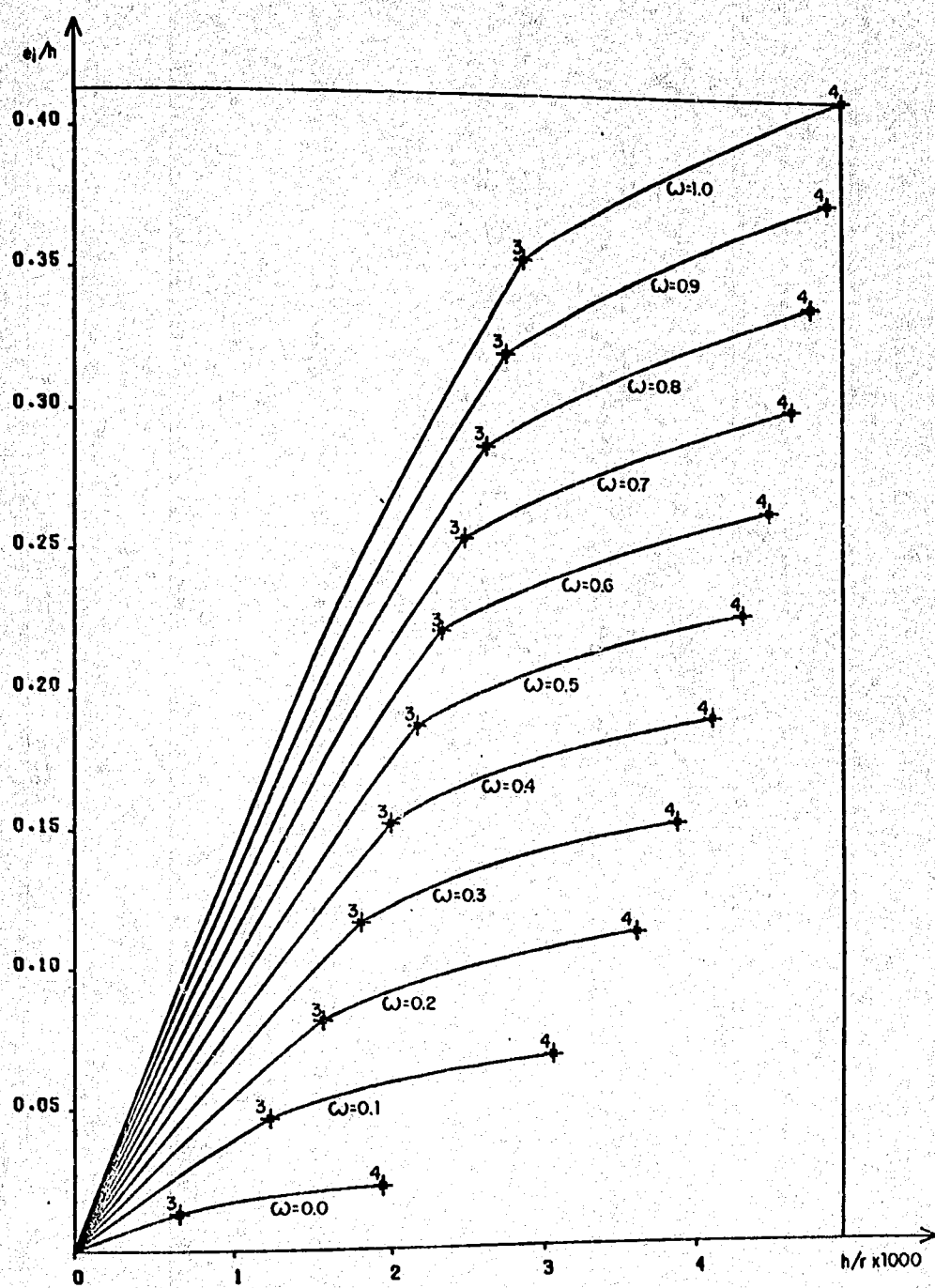


Fig.A.9.17 Directrices mecánicas para $\nu = -0.8$ y sección tipo 2

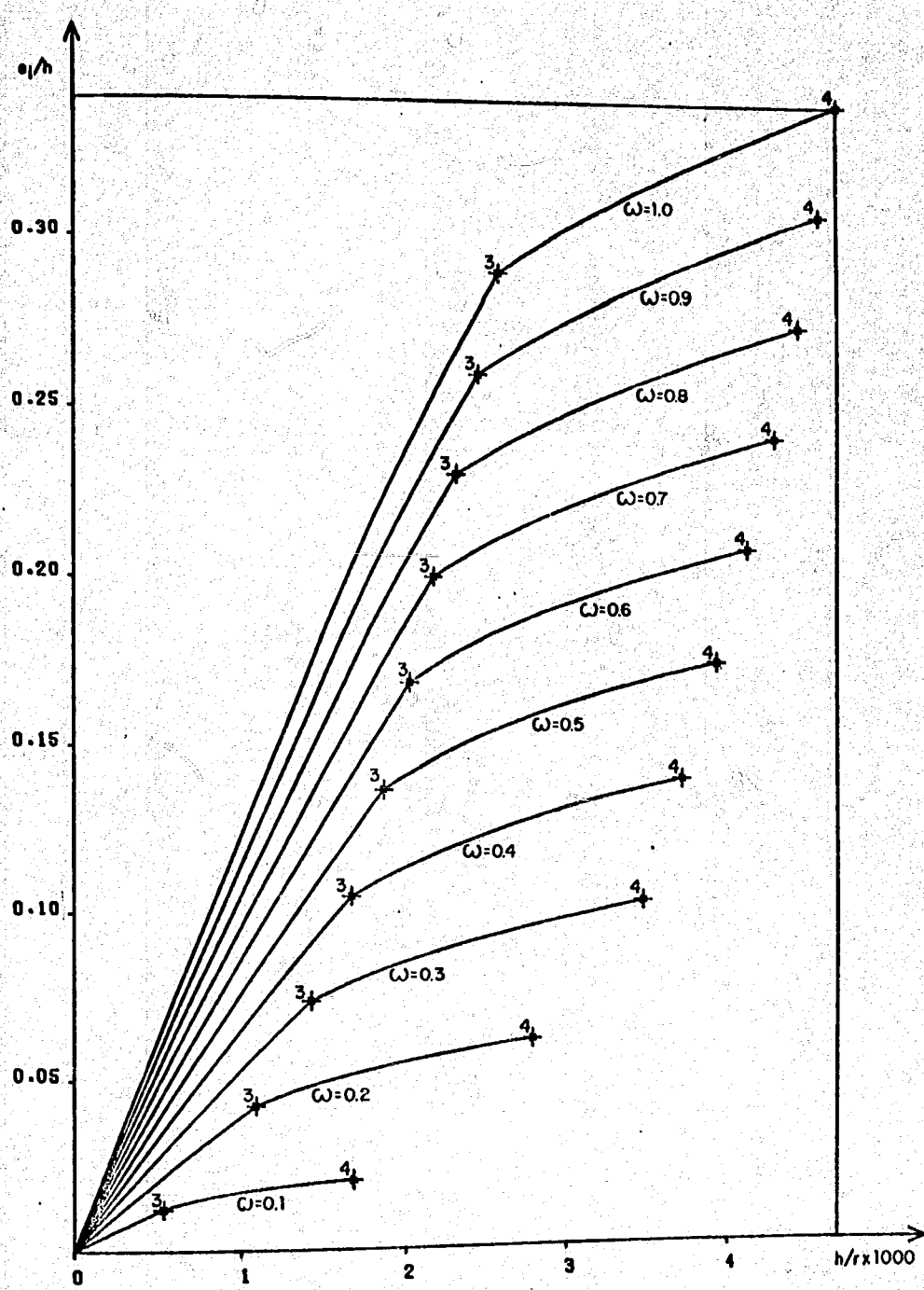


Fig.A.9.18, Directrices mecanicas para $\nu=-0.9$ y sección tipo 2

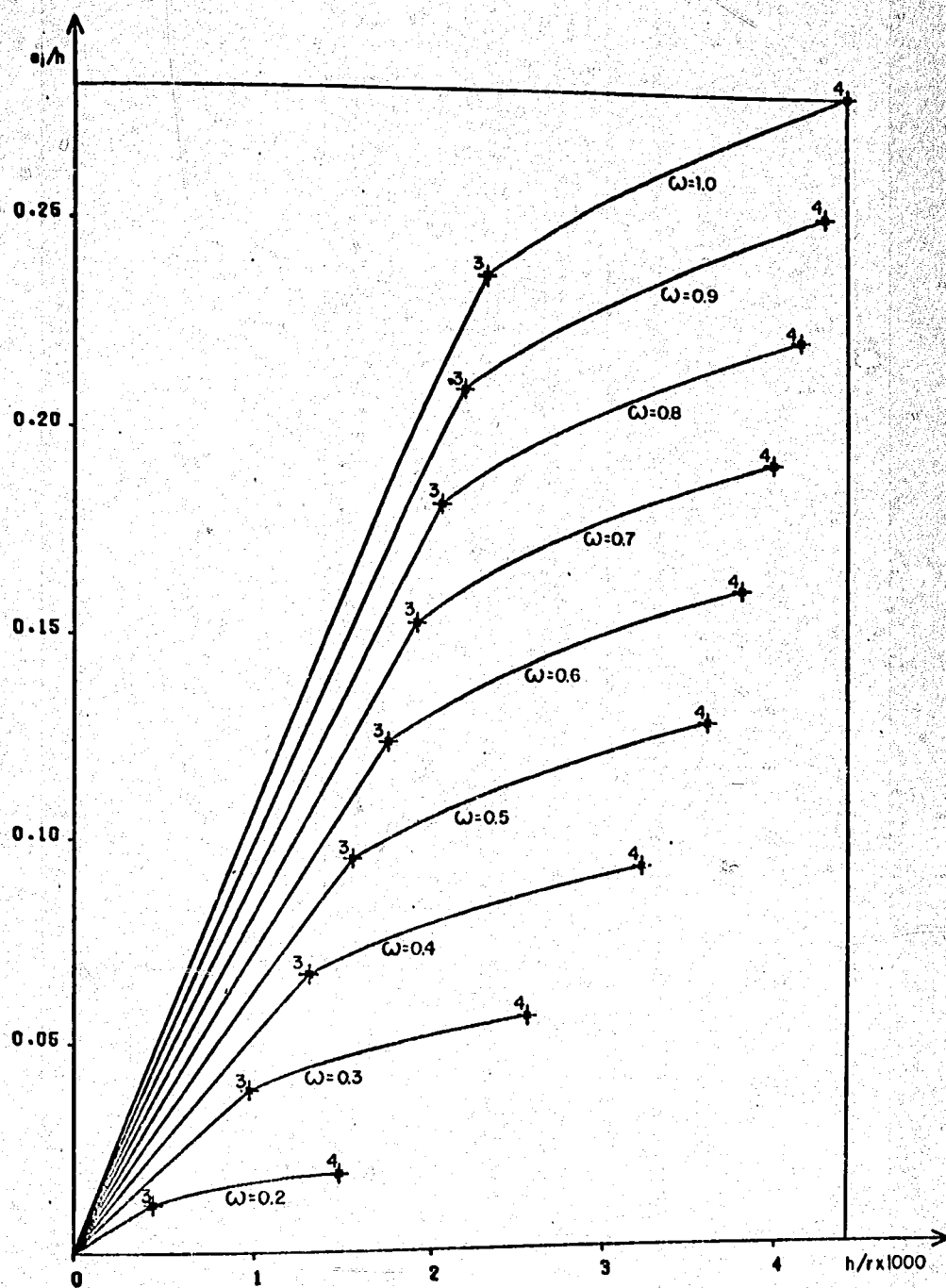


Fig.A.9.19 Directrices mecánicas para $\psi = -1.0$ y sección tipo 2

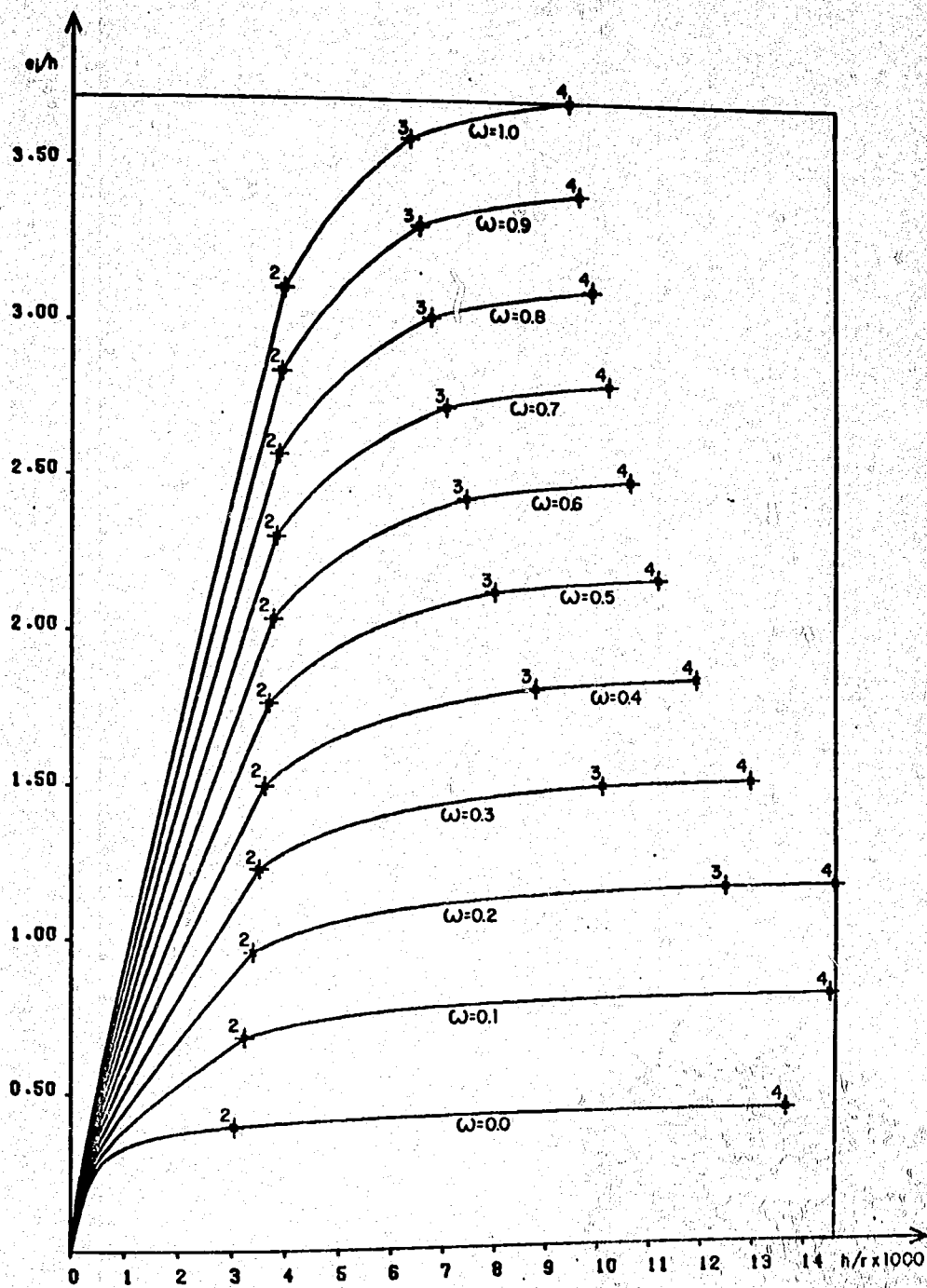


Fig. A.9.20 Directrices mecánicas para $\gamma = -0.1$ y sección tipo 2

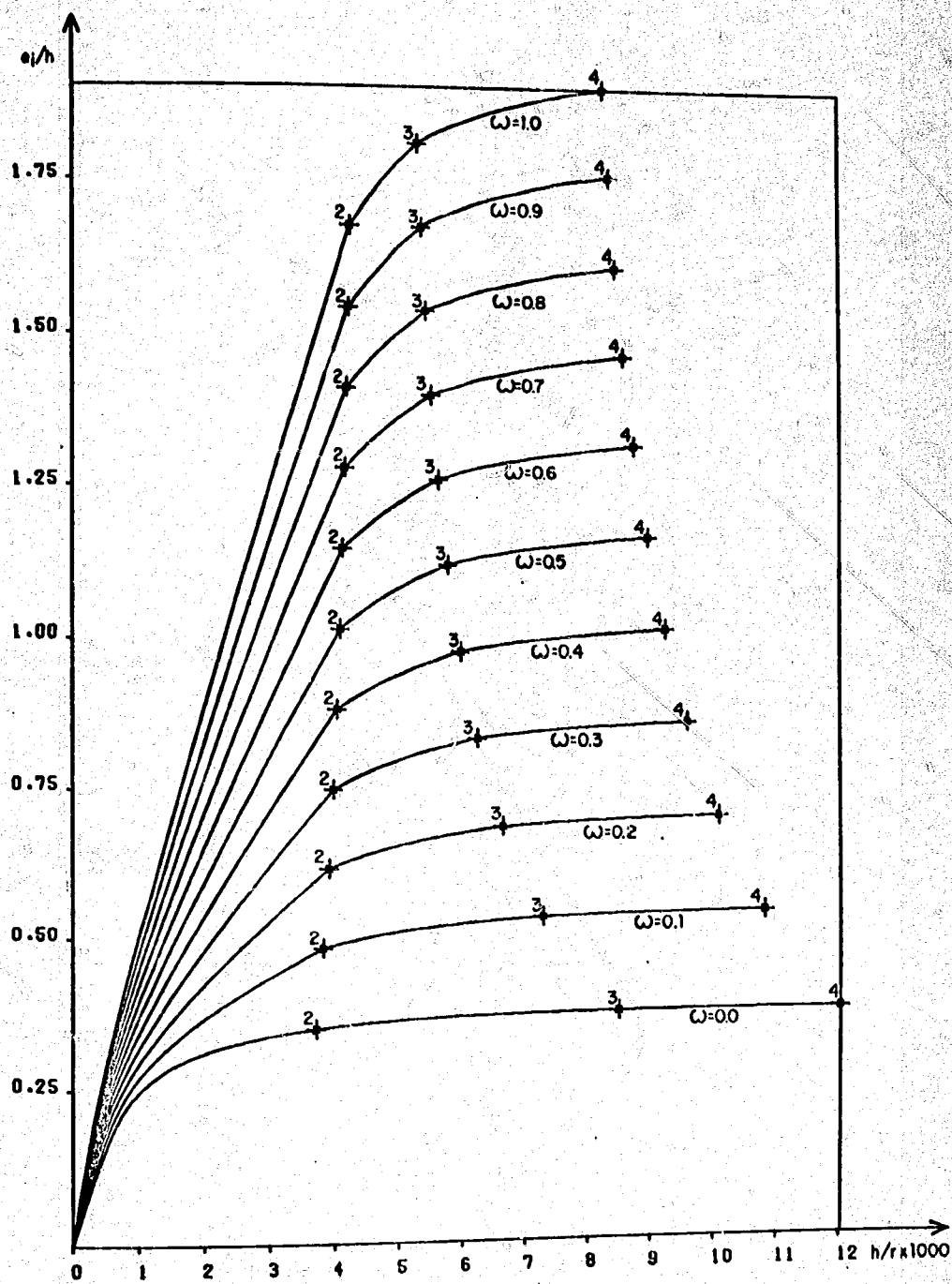


Fig. A.9.21 Directrices mecánicas para $\nu = -0.2$ y sección tipo 3

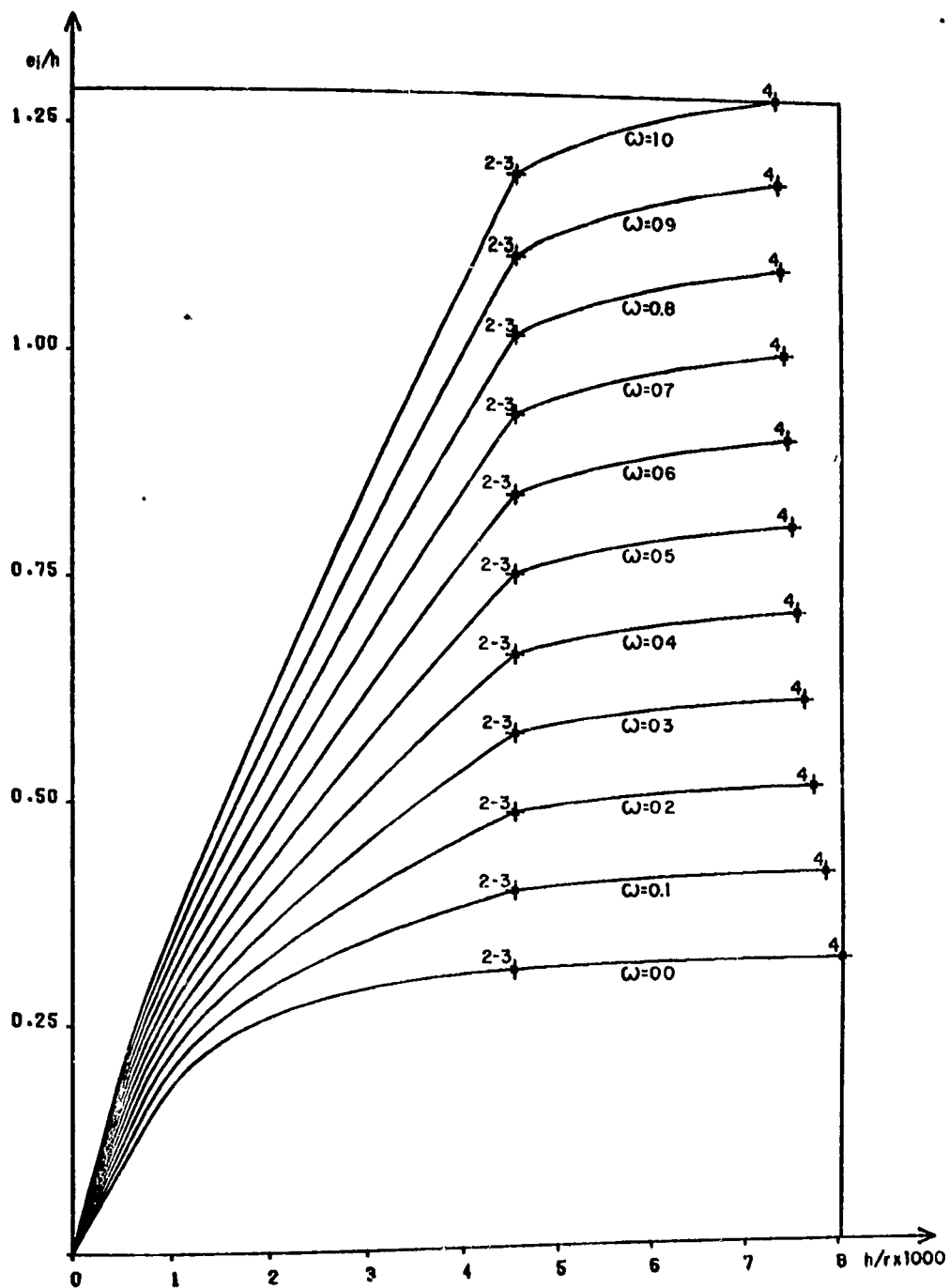


Fig A.9.22 Directrices mecanicas para $\nu = -0.3$ y sección tipo 3

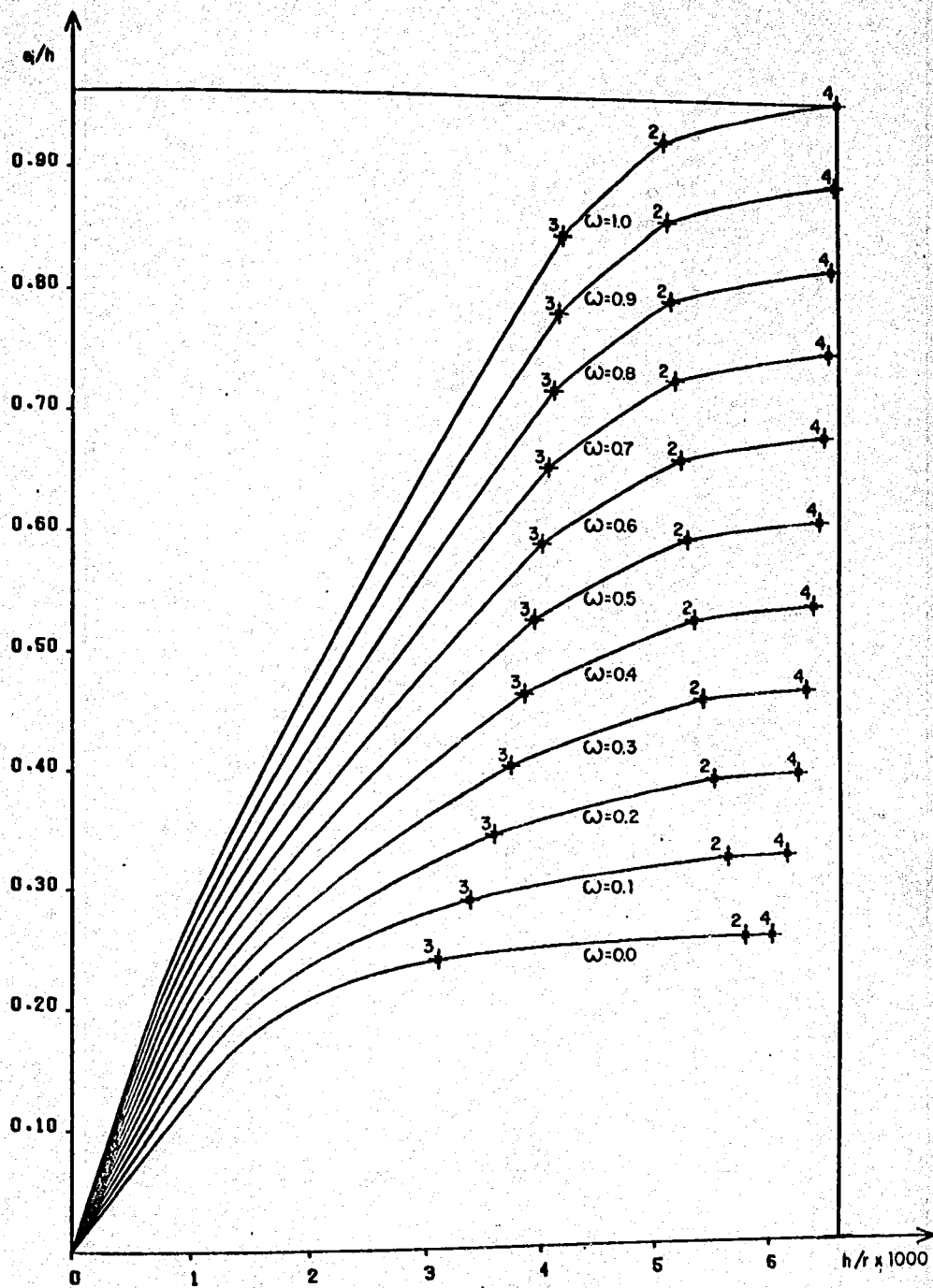


Fig. A.9.23 Directrices mecánicas para $\nu = -0.4$ y sección tipo 3

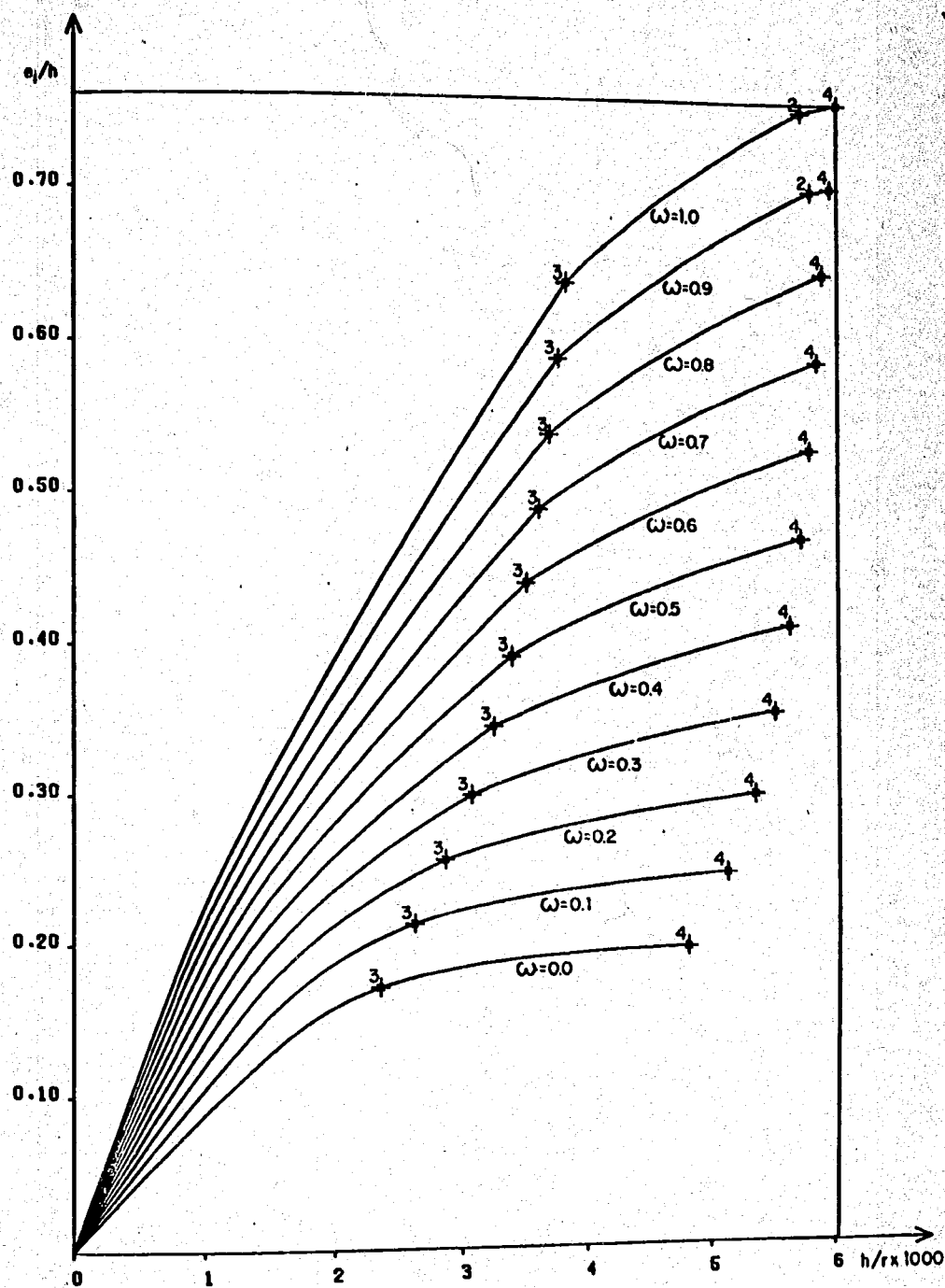


Fig.A.9.24 Directrices mecánicas para $\nu = -0.5$ y sección tipo 3

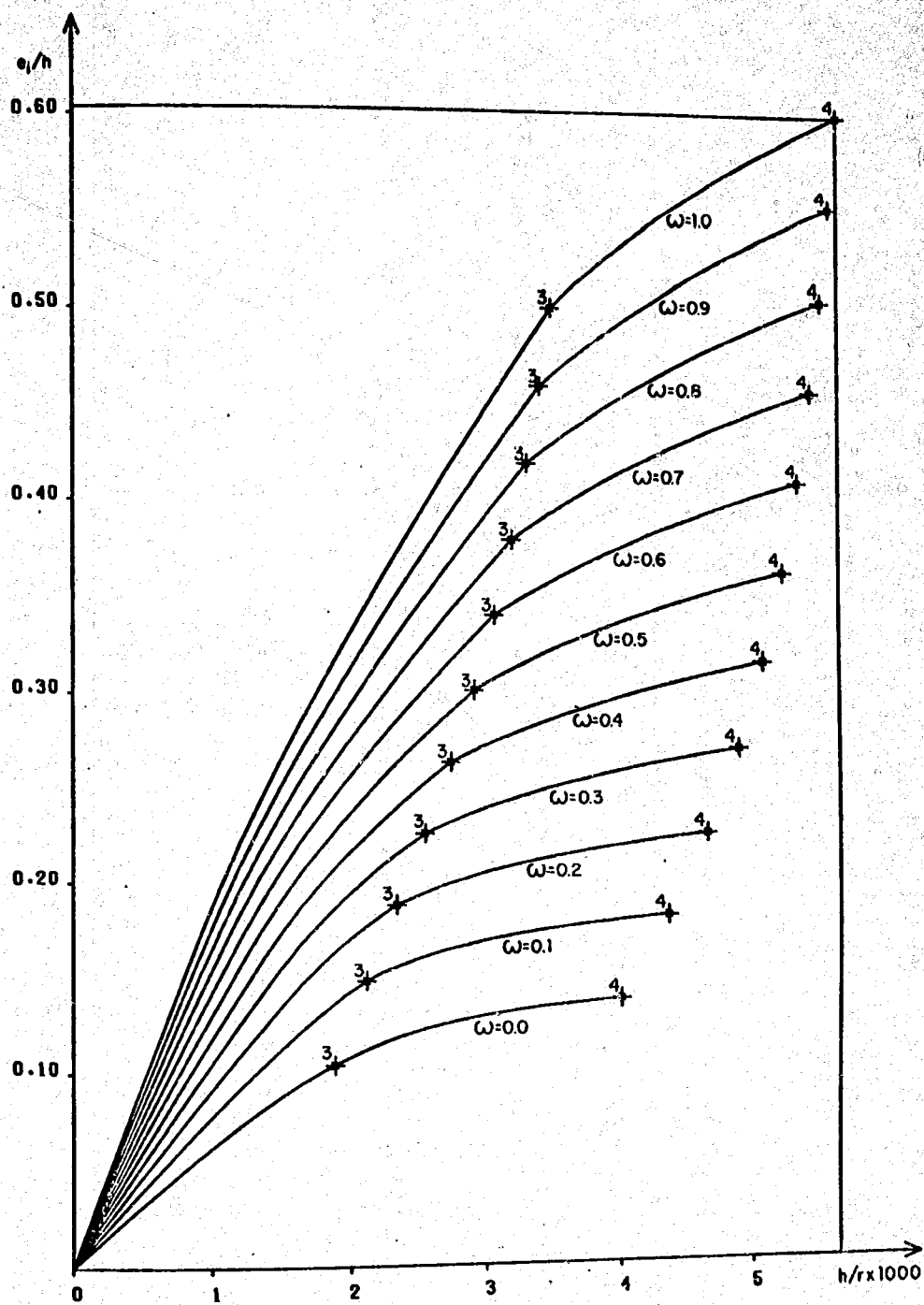


Fig. A.9.25 Directrices mecánicas para $\nu = -0.6$ y sección tipo 3

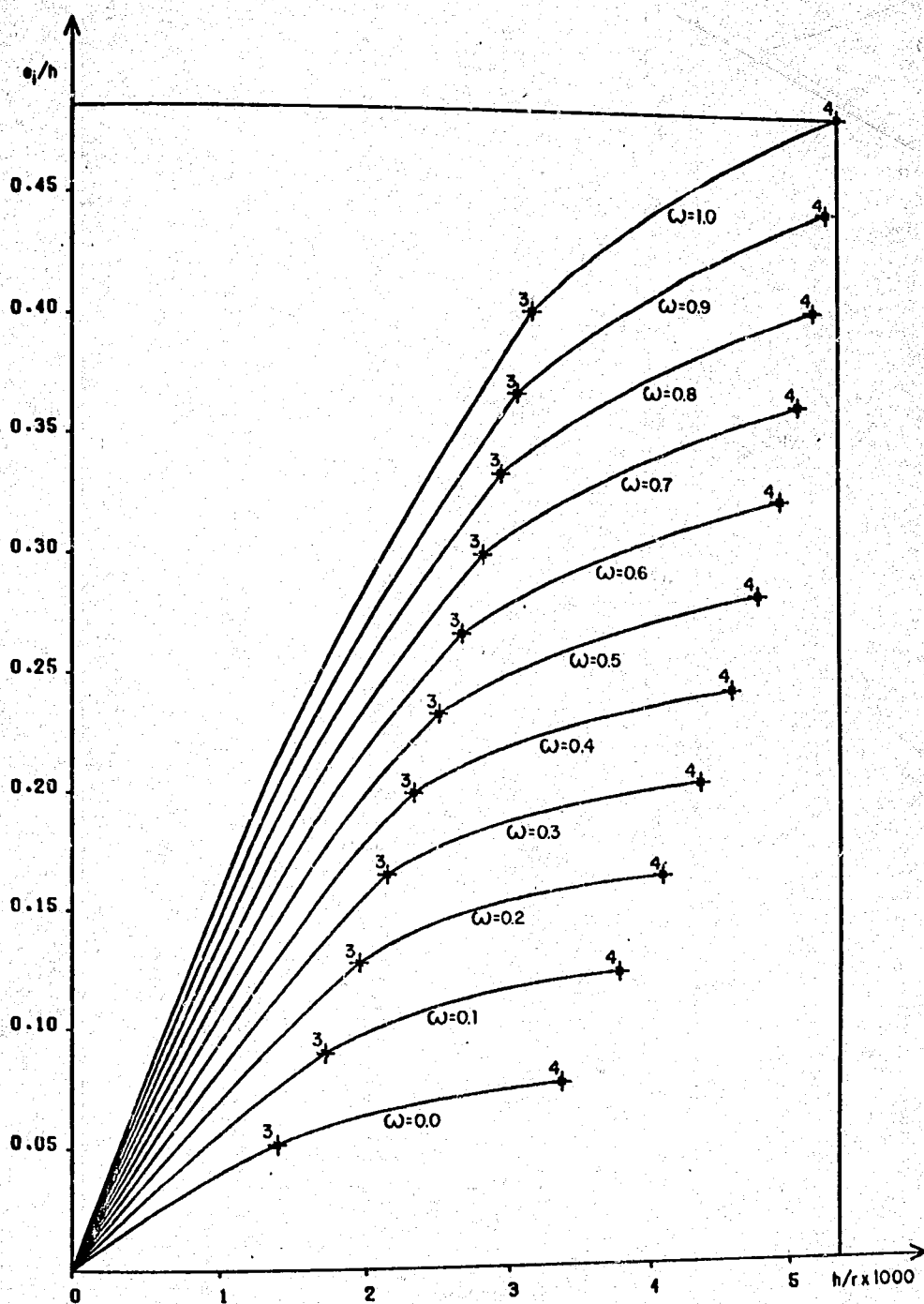


Fig.A.9.26 Directrices mecánicas para $\gamma = -0.7$ y sección tipo 3

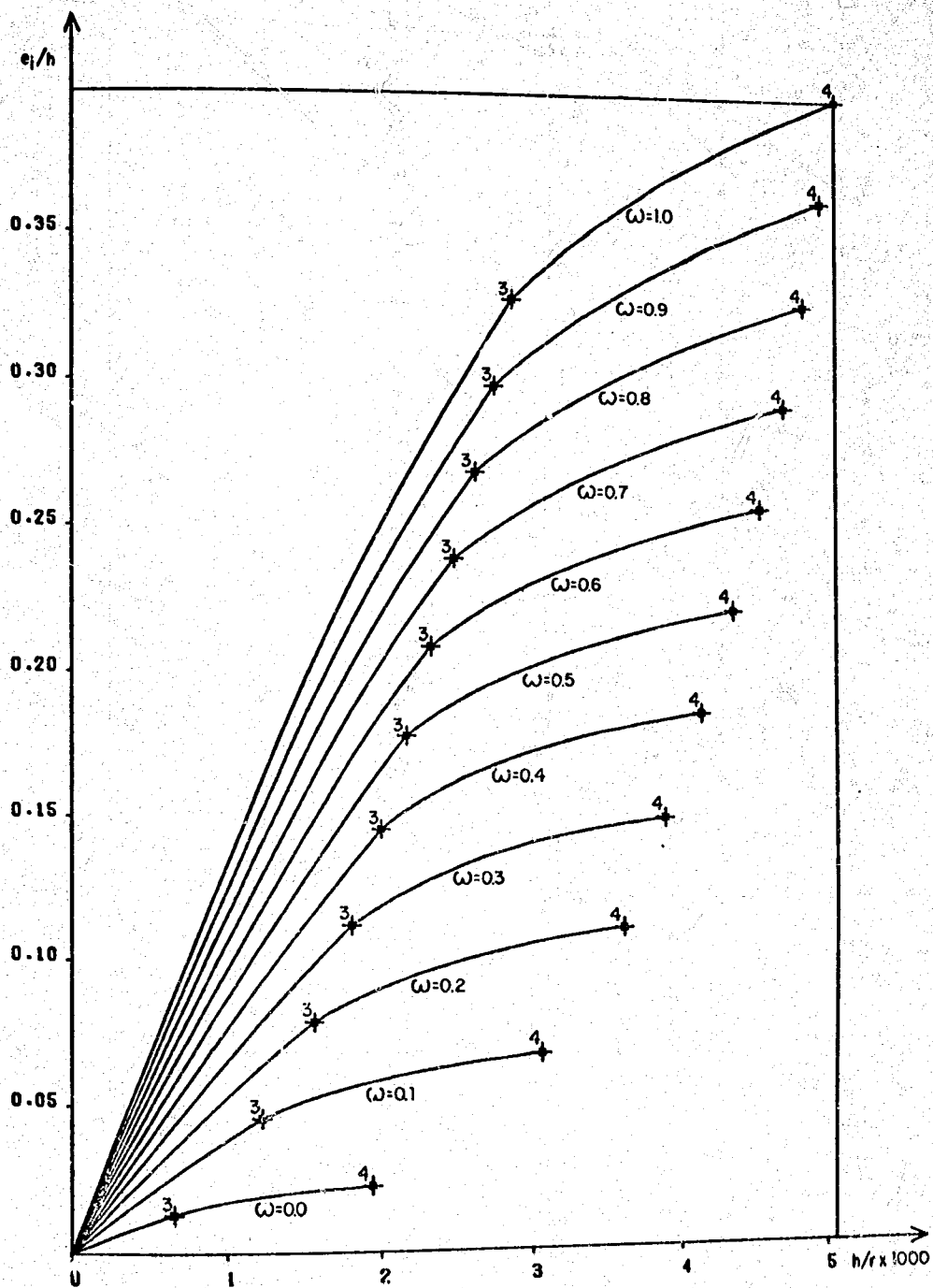


Fig. A.9.27 Directrices mecánicas para $\nu = -0.8$ y sección tipo 3

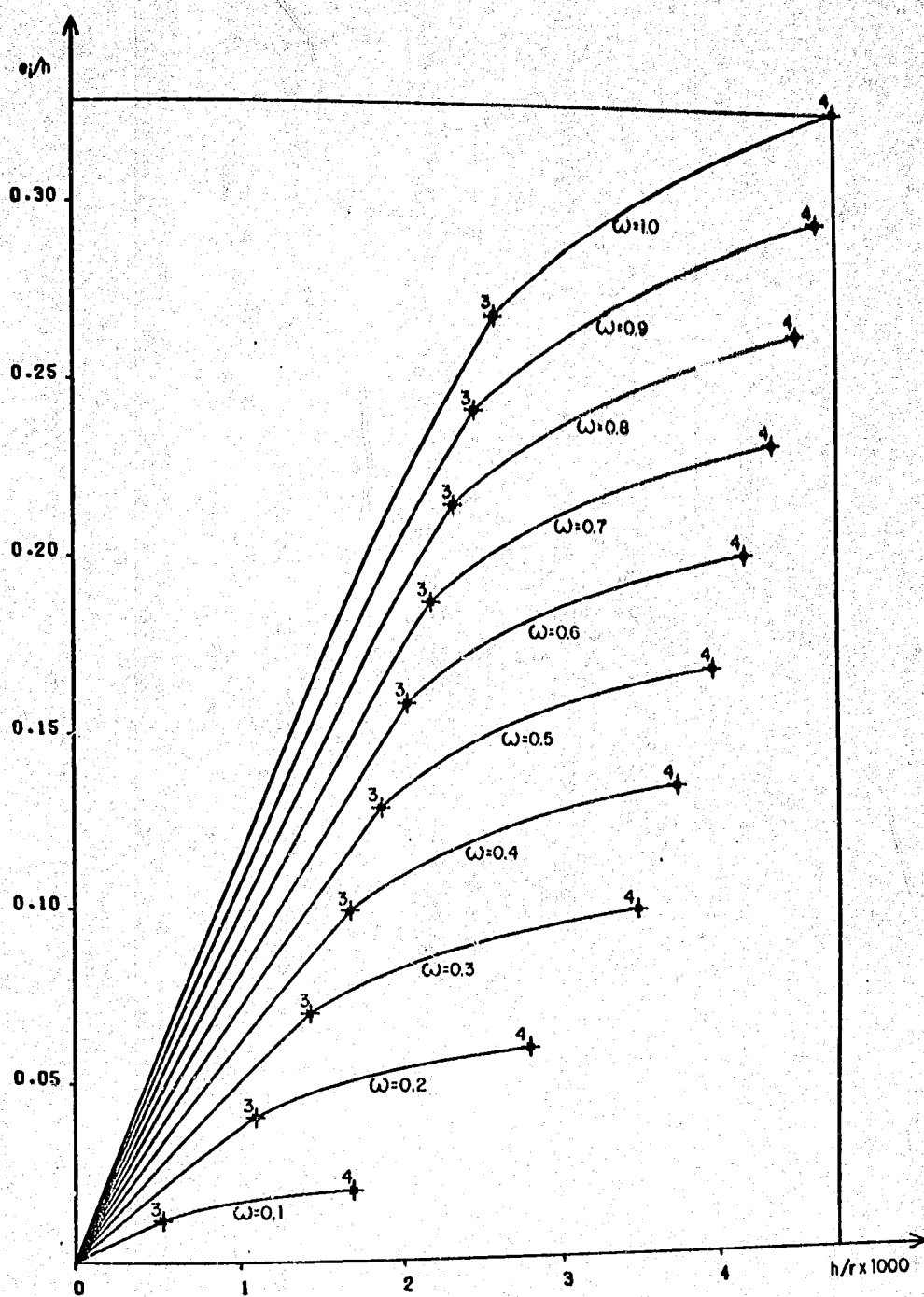


Fig.A.9.28 Directrices mecánicas para $\nu = -0.9$ y sección tipo 3

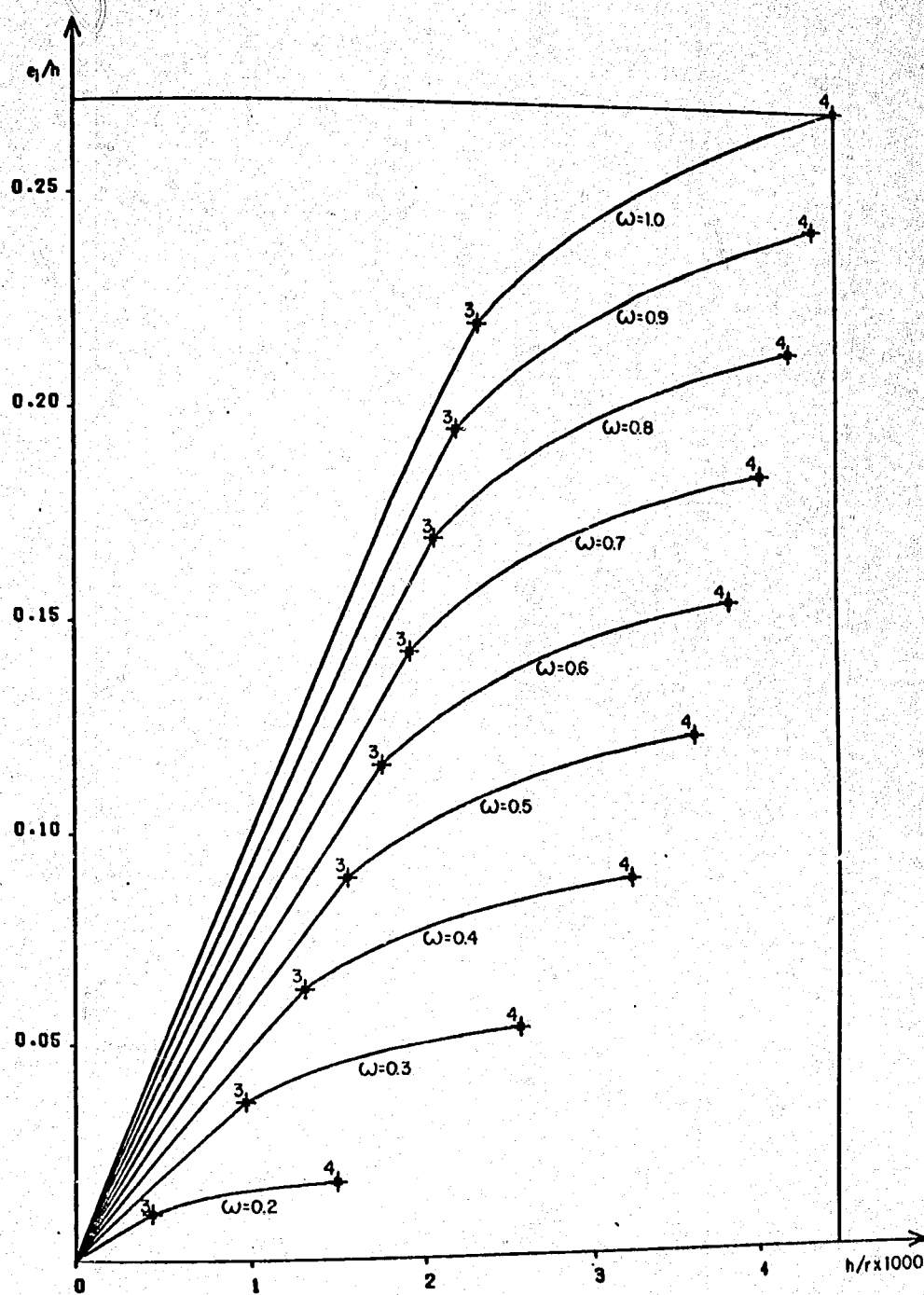


Fig. A.9.29 Directrices mecánicas para $y = -1.0$ y sección tipo 3

APENDICE 10 TABLAS DE COEFICIENTES DE LAS CURVAS $e/h-h/r$
y ω /h AJUSTADAS POR RECTA Y PARABOLA, PARA
SECCIONES TIPO 1, 2 y 3 CON RECUBRIMIENTO RE
LATIVO $h'/h = 0,05$ y $0,15$

ν	Inestabilidad				Ajustamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.09	.23	2.92	.15	-0.10	.22	12.89	.05
-0.2	-0.15	.46	3.47	.15	-0.17	.44	12.04	.06
-0.3	-0.20	.67	4.16	.00	-0.21	.67	8.03	-0.01
-0.4	-0.20	.97	2.77	.82	-0.23	.89	6.02	.06
-0.5	-0.18	1.29	2.09	1.52	-0.22	1.16	4.85	.58
-0.6	-0.14	1.59	1.67	2.11	-0.18	1.45	4.05	1.46
-0.7	-0.07	1.88	1.35	2.71	-0.12	1.73	3.47	2.33
-0.8	-0.00	2.17	1.01	3.65	-0.04	1.98	2.74	4.03
-0.9	.09	2.42	.83	4.30	-0.05	2.20	2.31	5.43
-1.0	.18	2.68	.67	5.06	.15	2.42	1.90	7.17

TABLA XVI: Sección tipo 1 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad				Ajustamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.12	.30	2.89	.20	-0.14	.26	14.70	-1.36
-0.2	-0.21	.60	3.45	.20	-0.23	.57	11.56	-1.73
-0.3	-0.27	.89	4.17	-0.04	-0.28	.88	8.06	-0.52
-0.4	-0.28	1.30	2.70	1.10	-0.31	1.19	5.93	.59
-0.5	-0.26	1.71	2.00	2.02	-0.27	1.44	4.79	1.20
-0.6	-0.20	2.07	1.59	2.76	-0.23	1.76	4.00	2.22
-0.7	-0.11	2.39	1.29	3.46	-0.16	2.07	3.42	3.33
-0.8	-0.02	2.70	.97	4.57	-0.07	2.31	2.72	5.29
-0.9	.07	2.99	.80	5.33	-0.03	2.54	2.36	6.67
-1.0	.17	3.30	.65	6.25	.13	2.74	2.02	8.37

TABLA XVII: Sección tipo 2 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad				Ajustamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.13	.33	2.88	.22	-0.14	.28	14.71	-1.30
-0.2	-0.23	.67	3.45	.23	-0.23	.58	11.80	-1.83
-0.3	-0.31	1.00	4.17	-0.06	-0.29	.91	8.07	-0.56
-0.4	-0.32	1.46	2.67	1.24	-0.32	1.24	5.94	.67
-0.5	-0.30	1.92	1.95	2.27	-0.30	1.55	4.72	1.59
-0.6	-0.23	2.31	1.55	3.08	-0.24	1.85	3.97	2.67
-0.7	-0.13	2.63	1.27	3.81	-0.17	2.17	3.39	3.78
-0.8	-0.03	2.94	.95	4.99	-0.07	2.41	2.60	5.79
-0.9	.07	3.25	.79	5.79	-0.03	2.65	2.35	7.21
-1.0	.17	3.57	.65	6.78	.13	2.85	2.03	8.93

TABLA XVIII: Sección tipo 3 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-1	-.09	.23	2.76	.32	-.03	-.10	.22	12.80	.14	-.02
-.2	-.15	.46	3.36	.34	-.07	-.17	.44	12.04	.00	-.00
-.3	-.20	.67	4.16	.00	-.00	-.21	.67	8.03	.00	-.00
-.4	-.20	.97	2.33	2.28	-.99	-.23	.89	6.02	.00	-.00
-.5	-.18	1.29	1.64	3.57	-1.88	-.22	1.16	4.57	1.69	-.89
-.6	-.14	1.59	1.37	3.97	-2.27	-.18	1.45	3.61	3.74	-2.40
-.7	-.07	1.88	1.12	4.74	-3.26	-.12	1.73	3.08	5.17	-3.90
-.8	-.00	2.17	.73	7.19	-7.48	-.04	1.98	2.14	10.35	-11.5
-.9	.09	2.42	.54	8.75	-11.4	.05	2.20	1.61	14.30	-19.7
-1.0	.18	2.68	.38	10.35	-16.4	.15	2.42	1.17	18.44	-30.4

TABLA XIX: Sección tipo 1 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-1	-.12	.30	2.72	.43	-.05	-.14	.26	14.25	-.86	-.11
-.2	-.21	.60	3.33	.47	-.11	-.23	.57	13.45	-5.31	1.40
-.3	-.27	.89	4.18	-.06	-.01	-.28	.88	8.37	-1.34	-.46
-.4	-.28	1.30	2.14	3.26	-1.77	-.31	1.19	5.74	1.26	-.49
-.5	-.26	1.71	1.44	4.95	-3.23	-.27	1.44	4.40	2.92	-1.60
-.6	-.20	2.07	1.26	5.14	-3.49	-.23	1.76	3.35	5.99	-4.51
-.7	-.11	2.39	1.06	5.84	-4.63	-.16	2.07	2.90	7.46	-6.43
-.8	-.02	2.70	.69	8.76	-10.8	-.07	2.31	2.06	12.90	-15.7
-.9	.07	2.99	.52	10.63	-16.5	.03	2.54	1.65	16.62	-24.7
-1.0	.17	3.30	.37	12.59	-24.0	.13	2.74	1.26	21.03	-37.8

TABLA XX: Sección tipo 2 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-1	-.13	.35	2.70	.48	-.07	-.14	.28	14.02	-.50	-.18
-.2	-.23	.67	3.31	.53	-.14	-.23	.58	13.56	-5.32	1.39
-.3	-.31	1.00	4.19	-.12	-.04	-.29	.91	8.10	-1.45	-.52
-.4	-.32	1.46	2.04	3.80	-2.26	-.32	1.24	5.67	1.64	-.74
-.5	-.30	1.92	1.34	5.67	-4.02	-.30	1.55	4.26	3.69	-2.03
-.6	-.23	2.31	1.20	5.68	-4.10	-.24	1.85	3.24	6.91	-5.38
-.7	-.13	2.63	1.04	6.32	-5.24	-.17	2.17	2.83	8.25	-7.27
-.8	-.03	2.94	.68	9.44	-12.3	-.07	2.41	2.03	13.70	-16.9
-.9	.07	3.25	.51	11.46	-19.0	.03	2.65	1.65	17.42	-26.5
-1.0	.17	3.57	.36	13.57	-27.8	.13	2.85	1.29	21.90	-40.5

TABLA XXI: Sección tipo 3 $h'/h = 0,05$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.12	.29	3.33	.32	-0.13	.29	16.01	-0.72
-0.2	-0.20	.59	4.02	.41	-0.22	.57	12.01	-0.29
-0.3	-0.27	.86	5.00	.11	-0.27	.86	8.03	.00
-0.4	-0.28	1.22	3.63	1.31	-0.29	1.15	6.03	.18
-0.5	-0.26	1.62	2.48	2.74	-0.28	1.53	4.81	1.43
-0.6	-0.21	2.00	1.84	3.88	-0.24	1.91	3.94	2.73
-0.7	-0.13	2.32	1.46	4.76	-0.17	2.25	3.36	3.95
-0.8	-0.03	2.61	1.09	5.93	-0.07	2.51	2.68	6.04
-0.9	.06	2.89	.93	6.67	.03	2.76	2.33	7.54
-1.0	.16	3.16	.77	7.55	.14	3.00	2.01	9.38

TABLA XXII: Sección tipo 1 $h'/h = 0, 15$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.16	.38	3.28	.42	-0.17	.33	16.26	-2.23
-0.2	-0.27	.77	3.97	.53	-0.29	.72	11.76	-2.21
-0.3	-0.36	1.15	4.99	.14	-0.36	1.13	8.11	-0.66
-0.4	-0.38	1.63	3.52	1.75	-0.39	1.53	5.91	.73
-0.5	-0.36	2.15	2.31	3.65	-0.37	1.95	4.73	2.12
-0.6	-0.29	2.60	1.67	5.06	-0.32	2.39	3.83	3.83
-0.7	-0.18	2.93	1.35	6.02	-0.23	2.75	3.25	5.34
-0.8	-0.06	3.20	1.02	7.30	-0.11	2.97	2.59	7.75
-0.9	.05	3.49	.88	8.11	.00	3.23	2.32	9.25
-1.0	.15	3.79	.75	9.09	.11	3.44	2.06	11.05

TABLA XXIII: Sección tipo 2 $h'/h = 0, 15$

ν	Inestabilidad				Agotamiento			
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$
-0.1	-0.18	.42	3.26	.46	-0.18	.35	16.98	-2.32
-0.2	-0.31	.86	3.95	.60	-0.30	.76	11.83	-2.49
-0.3	-0.40	1.29	4.98	.16	-0.39	1.20	8.10	-0.77
-0.4	-0.43	1.84	3.46	1.97	-0.42	1.65	5.91	.94
-0.5	-0.41	2.41	2.22	4.10	-0.39	2.08	4.69	2.46
-0.6	-0.33	2.89	1.59	5.64	-0.34	2.54	3.77	4.33
-0.7	-0.21	3.20	1.29	6.60	-0.25	2.88	3.20	5.94
-0.8	-0.07	3.45	.99	7.91	-0.11	3.09	2.56	8.40
-0.9	.04	3.75	.86	8.73	.00	3.33	2.29	9.92
-1.0	.15	4.06	.74	9.76	.11	3.55	2.05	11.71

TABLA XXIV: Sección tipo 3 $h'/h = 0, 15$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.12	.29	3.05	.66	-0.08	-0.13	.29	15.30	.14	-0.20
-0.2	-0.20	.59	3.76	.95	-0.23	-0.22	.57	12.27	-0.80	.20
-0.3	-0.27	.86	4.93	.29	-0.11	-0.27	.86	8.03	-0.00	.00
-0.4	-0.28	1.22	2.80	4.30	-2.32	-0.29	1.15	5.91	.60	-0.30
-0.5	-0.26	1.62	1.52	7.45	-4.90	-0.28	1.53	4.15	4.41	-2.88
-0.6	-0.21	2.00	1.23	7.91	-5.58	-0.24	1.91	3.20	7.24	-5.70
-0.7	-0.13	2.32	1.15	7.72	-5.45	-0.17	2.25	2.81	8.55	-7.63
-0.8	-0.03	2.61	.80	10.20	-10.5	-0.07	2.51	2.02	14.17	-18.0
-0.9	-0.06	2.89	.62	11.98	-15.8	.03	2.76	1.64	18.15	-28.7
-1.0	.16	3.16	.46	14.20	-24.0	.14	3.00	1.28	22.97	-44.7

TABLA XXV: Sección tipo 1 $h'/h = 0,15$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.16	.38	2.98	.86	-0.13	-0.17	.33	17.73	-4.12	.47
-0.2	-0.27	.77	3.65	1.30	-0.38	-0.29	.72	14.01	-7.07	2.23
-0.3	-0.36	1.15	4.90	.42	-0.19	-0.36	1.13	8.50	-1.82	.76
-0.4	-0.38	1.63	2.43	6.26	-4.14	-0.39	1.53	5.69	1.58	-0.73
-0.5	-0.36	2.15	1.07	10.53	-8.44	-0.37	1.95	3.74	7.12	-5.57
-0.6	-0.29	2.60	.99	10.22	-8.40	-0.32	2.39	2.79	10.76	-10.0
-0.7	-0.18	2.93	1.06	9.12	-6.74	-0.23	2.75	2.57	11.59	-11.8
-0.8	.06	3.20	.75	11.80	-13.3	-0.11	2.97	1.90	17.25	-24.0
-0.9	.05	3.49	.59	14.00	-20.8	-0.00	3.23	1.62	20.95	-35.6
-1.0	.15	3.79	.44	16.67	-32.6	.11	3.44	1.33	25.70	-53.6

TABLA XXVI: Sección tipo 2 $h'/h = 0,15$

ν	Inestabilidad					Agotamiento				
	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\beta 1$	$\beta 2$	$\beta 3$
-0.1	-0.18	.42	2.94	.95	-0.15	-0.18	.35	17.64	-4.78	.65
-0.2	-0.31	.86	3.59	1.48	-0.47	-0.30	.76	14.31	-8.01	2.63
-0.3	-0.40	1.29	4.88	.49	-0.24	-0.39	1.20	8.61	-2.33	-1.06
-0.4	-0.43	1.84	2.23	7.36	-5.26	-0.42	1.65	5.40	2.67	-1.54
-0.5	-0.41	2.41	.84	12.18	-10.5	-0.39	2.08	3.53	8.47	-6.93
-0.6	-0.33	2.89	.88	11.28	-9.76	-0.34	2.54	2.61	12.26	-11.9
-0.7	-0.21	3.20	1.03	9.63	-7.02	-0.25	2.88	2.48	12.65	-13.1
-0.8	-0.07	3.45	.73	12.53	-14.4	-0.11	3.09	1.87	18.09	-25.3
-0.9	-0.04	3.75	.58	14.81	-22.9	-0.00	3.33	1.61	21.70	-37.0
-1.0	.15	4.06	.44	17.70	-36.4	.11	3.55	1.34	26.40	-55.5

TABLA XXVII: Sección tipo 3 $h'/h = 0,15$